

# UN ANÁLISIS DE LA CAPACIDAD ESPACIAL EN ESTUDIOS DE INGENIERÍA TÉCNICA

Iera Arrieta y María Concepción Medrano

*Desde el siglo pasado se ha recalcado la importancia que tiene la capacidad espacial en la inteligencia y en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. En este trabajo se ha elegido el modelo de Carroll para analizar la capacidad espacial del alumnado de la Escuela Politécnica Universitaria de San Sebastián. Se han planteado tres objetivos: (a) analizar la capacidad espacial de los estudiantes de primero en función de la especialidad y del sexo, y en relación con la nota obtenida en dibujo técnico; (b) analizar, igualmente, la capacidad espacial de los estudiantes de tercero; y (c) comparar ambos resultados.*

**Términos clave:** Capacidad espacial; Geometría; Ingeniería; Matemáticas; Visualización

An Analysis of Spatial Ability in Technical Engineering Studies

*Since the last century, the importance of spatial ability has been emphasized in regards to intelligence and the teaching and learning of mathematics. In this work we have chosen the Carroll model to analyze the spatial ability of students in the Polytechnic University School of San Sebastián. We have proposed three objectives: (a) to analyze the spatial ability of students of first course based on specialty and sex, and in relation to the grade obtained in technical drawing; (b) to analyze, in a similar manner, the spatial ability of students of third course; and (c) to compare both results.*

**Keywords:** Engineering; Geometry; Mathematics; Spatial ability; Visualization

Desde el siglo pasado se ha recalcado la importancia que tiene la capacidad espacial en la inteligencia general y en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Por esta razón, muchos investigadores se han centrado en la investigación de la capacidad espacial. Sin embargo, la falta de un modelo teórico firme y un aluvión de conceptos en torno a la capacidad espacial como orientación espacial, relaciones espaciales, visualización, etc., han dificultado la obtención de resultados coherentes y contrastados.

Arrieta, I. y Medrano, M. C. (2015). Un análisis de la capacidad espacial en estudios de ingeniería técnica. *PNA*, 9(2), 85-106.

En este trabajo se ha optado por el modelo de Carroll (Carroll, 1993), contrastado suficientemente con el análisis factorial, para medir y analizar la capacidad espacial del alumnado de la Escuela Politécnica Universitaria de San Sebastián. Se ha elegido dicha escuela porque una de las autoras fue profesora de la misma en los años 2005-2009 y, además, se podía pensar que dichos alumnos pudieran tener un mayor nivel de capacidad espacial que el alumnado de otras carreras. Se eligió una muestra representativa con alumnos de distintas especialidades y se les pasaron los cuestionarios en dos oportunidades. La primera, cuando cursaban primer curso. La segunda, cuando los mismos alumnos cursaban tercer curso de carrera.

Se han planteado tres objetivos específicos: (a) analizar la capacidad espacial de los estudiantes de primer curso en función de la especialidad y del sexo, y en relación a la nota obtenida en dibujo técnico; (b) analizar la capacidad espacial de los estudiantes de tercero de forma análoga; y (c) comparar los resultados obtenidos en ambos cursos.

## LA CAPACIDAD ESPACIAL

Muchos investigadores han subrayado la importancia de la capacidad espacial en la Educación Matemática (Arrieta, 2003, 2006; Bishop, 1989; Clements, 1998, 2003; Gutiérrez, 1998; National Council of Teachers of Mathematics, 2000). Sin embargo, para poder desarrollar dicha capacidad o para crear una propuesta didáctica para su desarrollo, es necesario definir su estructura y, posteriormente, concretar su medida para que permita saber si dicha propuesta didáctica mejora o no la capacidad espacial de los alumnos a los que va dirigida.

La capacidad espacial es un elemento importante en muchas actividades de la vida, no solo las que están asociadas a la enseñanza de la geometría. Por ejemplo, la capacidad espacial se utiliza para encontrar el coche que hemos dejado aparcado en el aparcamiento o para poder interpretar un mapa. Esto ha hecho que la capacidad espacial sea investigada desde diferentes áreas y, como consecuencia, exista una gran variedad de definiciones y conceptos ligados a la misma (Committee on Support for Thinking Spatially, 2006; Eliot y Czarnolewski, 2007; Gersmehl, 2005; Gersmehl y Gersmehl, 2006, 2007; Maris y Noriega, 2010; Montello, Lovelace, Golledge y Self, 1999; Sarasua, 2010). Algunos autores utilizan distintos términos para un mismo concepto. Por ejemplo, imágenes visuales o visualización tienen distinto significado para diferentes investigadores. También hay términos que se usan con distintos significados. Por consiguiente, es conveniente y necesario unificar las definiciones y los términos, para que no haya confusiones y, sobre todo, para que se puedan contrastar los resultados de distintas investigaciones.

Atendiendo al uso que se ha hecho en la literatura, Arrieta (2006) propone el término capacidad espacial como la capacidad para formar, reconocer y manipular imágenes, figuras y objetos mentalmente.

## MODELO TEÓRICO

Históricamente, la investigación sobre capacidad espacial ha estado ligada al estudio de la inteligencia, la cual se centra en dos ramas. La primera rama estudia cómo y cuánto se diferencian las personas entre sí. La segunda rama, que es más general, estudia la función mental, la actitud o los niveles de desarrollo (Eliot, 1987).

Spearman (1927) encontró correlaciones positivas entre los resultados de personas que habían pasado diferentes test de capacidades. Por ello, pensó que los elementos que habían medido los test eran independientes y propuso un modelo bifactorial: uno común o general, llamado factor g; y otro que unía distintas capacidades concretas. Por otro lado, Thurstone (1938) definió siete factores independientes. Al principio descartó la existencia del factor g, pero después, consiguió un factor de segundo orden que se parecía al factor g de Spearman. Unos años más tarde, Burt (1949) dividió la inteligencia en cinco niveles: inteligencia general, relaciones, composiciones, percepciones y sensaciones. Sin embargo, Cattell (1971) y Horn (1985), siguiendo la estela de Spearman y Thurstone, definieron tres niveles generales: inteligencia general, inteligencia fluida y factores universales.

Además de los estudios mencionados, es reseñable la investigación de Gustafsson (1988), que sintetizó los resultados de cinco estudios empíricos con 2096 niños de entre 11 y 15 años. Este autor concluyó lo mismo que Cattell y Horn: que la inteligencia está distribuida en tres niveles. En el primer nivel está el factor g de Spearman y en los restantes niveles otros factores más concretos.

El modelo de los tres estratos de Carroll (1993) se toma como síntesis de muchos estudios en la literatura científica (ver figura 1). El análisis factorial realizado por el autor demuestra que la inteligencia está dividida jerárquicamente en tres niveles (Carroll, 1993, p. 626).

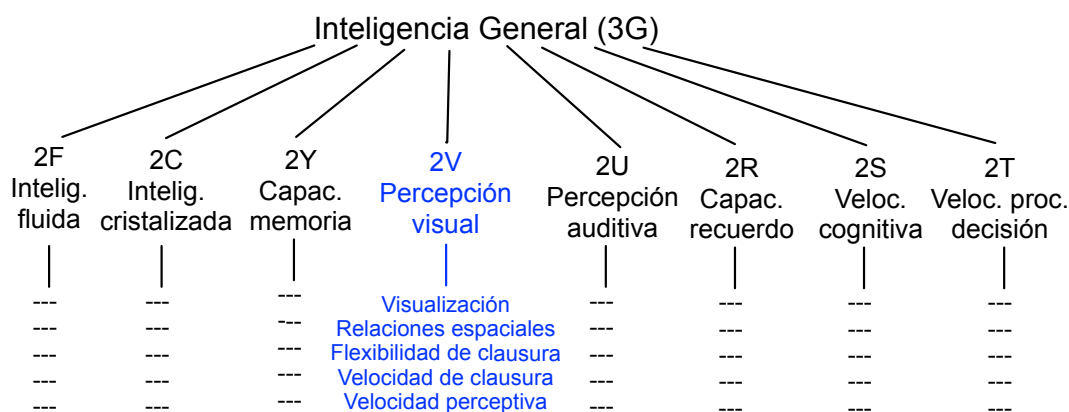


Figura 1. El modelo de los tres estratos de Carroll

En este trabajo se ha elegido el modelo de los tres estratos de Carroll como modelo teórico, porque es el único modelo que tiene justificación empírica gracias al análisis factorial.

En el tercer estrato está el factor general de la inteligencia (3G) (factor g de Spearman). En el segundo estrato hay ocho factores que están relacionados con los principales campos cognitivos: (a) la inteligencia fluida (2F), (b) la inteligencia cristalizada (2C), (c) la capacidad de memoria (2Y), (d) la capacidad de la percepción visual (capacidad espacial) (2V), (e) la capacidad de recuerdo (2R), (f) la capacidad de percepción auditiva (2U), (g) la velocidad cognitiva (2S) y (h) la velocidad de procesamiento de decisión (2T). La capacidad de percepción visual (2V) planteada por Carroll (1993) en su modelo, viene a ser la capacidad espacial (Gv) definida por Cattell (1971) y abarca términos como capacidad visoespacial, pensamiento espacial, etc.

El primer estrato está formado por aptitudes específicas elementales, que componen cada campo cognitivo anterior. La capacidad de percepción visual —que nosotros llamamos capacidad espacial— está compuesta por la visualización, las relaciones espaciales, la velocidad

de clausura, la flexibilidad de clausura y la velocidad perceptiva. Estas componentes son independientes entre sí y las definimos a continuación.

*Visualización* es la capacidad para reestructurar (componer, descomponer, plegar, desarrollar, etc.) mentalmente patrones visuales en 2D o 3D.

*Relaciones espaciales* es la capacidad para rotar mentalmente patrones visuales relativamente simples en 2D o 3D.

*Velocidad de clausura* es la rapidez para unificar en una única percepción un campo perceptual aparentemente dispar.

*Flexibilidad de clausura* es la aptitud para mantener una percepción o configuración visual en la mente con la finalidad de distinguirla de otras percepciones bien definidas.

*Velocidad perceptiva* es la rapidez para encontrar un patrón visual conocido o para comparar con precisión uno o más patrones en un campo visual donde los patrones no se deterioran o enmascaran.

Si comparamos el modelo de Carroll con las investigaciones realizadas en relación con la capacidad espacial desde la Educación Matemática (Arrieta, 2006), hay que resaltar que dicho modelo no incluye la orientación espacial. Por otro lado, McGee (1979), Lohman (1979), Bishop (1983), Clements (1983) y Tartre (1990) la proponen como componente de la capacidad espacial discriminándola de la visualización. Describimos estas componentes a continuación.

*Orientación espacial* es la aptitud para imaginar un objeto desde otra perspectiva (el sujeto es quien cambia de posición ante el objeto).

*Visualización* es la aptitud para manipular objetos mentalmente (el objeto es lo que es manipulado por el sujeto).

Pero Carroll (1993, p. 323) indica explícitamente que la orientación espacial no se puede separar de la visualización y de las relaciones espaciales, ya que su peso en la configuración de la percepción visual (capacidad espacial) queda anulada por dichos factores.

## LA IMPORTANCIA DE LA CAPACIDAD ESPACIAL EN LA INGENIERÍA

En este trabajo se ha medido y estudiado la capacidad espacial del alumnado de ingeniería, ya que, en principio, parece que puedan tener una mejor capacidad espacial que el alumnado de otras carreras universitarias como Magisterio, Psicología, Derecho, Filosofía o Pedagogía. La capacidad espacial ha sido uno de los temas principales del desarrollo del currículo de estudios de ingeniería (Gages, 1994). Domínguez de Posada (1994), Cossío (1997) y García-Ganuza (2000) afirman que la geometría y, en concreto, la capacidad espacial, tiene una gran importancia para los estudios en general y para algunas profesiones en particular como la ingeniería. Otros estudios demuestran que los ingenieros, los físicos y los matemáticos tienen un nivel de capacidad espacial más alto que los alumnos de bellas artes (Casey, Winner, Brabeck y Sullivan, 1990). Maris y Noriega (2010) demuestran que los estudiantes de ingeniería tienen mejor capacidad espacial que los arquitectos y que los estudiantes de diseño.

Por otro lado, el dibujo geométrico tiene una gran relevancia en la carrera de ingeniería y la capacidad espacial está ligada al dibujo técnico (Maris y Noriega, 2010; Smith, 1964).

Además, con ciertos trabajos prácticos de ingeniería se ha podido observar que se puede mejorar la capacidad espacial (Dominguez de Posada, 1994).

Los estudios citados no utilizan el modelo de Carroll, por lo que la medición de la capacidad espacial varía entre unos y otros. Esto dificulta la comparación de resultados y, como se ha indicado anteriormente, queremos hacer hincapié en la importancia de unificar términos, definiciones y modelos. De ahí que en este trabajo se proponga el modelo de Carroll (1993) ya que dispone de justificación empírica de la que carecen otros modelos.

## DIFERENCIAS ENTRE CHICOS Y CHICAS

La diferencia entre sexos ha sido el foco de diversas investigaciones relacionadas con la capacidad espacial durante muchos años. Se han generado importantes debates acerca de que los hombres pudieran tener mayor capacidad espacial que las mujeres. Por tanto, es interesante ver si en nuestro trabajo se cumple esa premisa o no y, en caso afirmativo, estudiar qué tipo de diferencias hay.

Como se ha señalado, muchos investigadores afirman que los chicos tienen mejor capacidad espacial que las chicas (Battista, 1990; Feingold, 1988; Linn y Petersen, 1985; MacCoby y Jacklin, 1974; McGlone y Davidson, 1973; Voyer y Bryden, 1993). Otros autores han encontrado diferencias en los factores relacionados con la capacidad espacial. Por ejemplo, según Rilea, Roskos-Ewoldsen y Boles (2004), los chicos son mejores en rotación mental y en la percepción, pero no en la visualización. En cambio, Gutiérrez (1998) afirma que los chicos son mejores en visualización que las chicas.

Parece que en los últimos tiempos estas diferencias han ido disminuyendo (Colom, Quiruga y De Juan-Espinosa, 1999). Existen investigadores que han demostrado que ya no hay diferencias en la capacidad espacial entre chicos y chicas (Arrieta, 2006; Brosnan, 1998; Burin, Delgado y Prieto, 2000; Delgado y Prieto, 1997; Ehrlich, Levine y Goldin-Meadow, 2006; Jordan, Kaplan, Oláh y Locuniak, 2006; Levine, Huttenlocher, Taylor y Langrock, 1999; Tartre y Fennema, 1995).

La incorporación tardía de la mujer a los estudios y al mundo laboral parece ser la razón de estos resultados, ya que no ha tenido oportunidad de desarrollar la capacidad espacial de la misma manera que la han tenido los hombres.

## OBJETIVOS

El objetivo general de este trabajo es medir y analizar la capacidad espacial del alumnado de la Escuela Universitaria Politécnica de San Sebastián. Los objetivos específicos son los siguientes.

- ◆ Medir y analizar la capacidad espacial de los estudiantes de primer curso en función de la especialidad, en función del sexo y en relación a la nota obtenida en dibujo técnico.
- ◆ Medir y analizar la capacidad espacial de los estudiantes de tercer curso en función de la especialidad y en función del sexo.
- ◆ Comparar los resultados obtenidos en capacidad espacial en ambos cursos.

## VARIABLES Y PRUEBAS

Para realizar este trabajo se han utilizado distintos cuestionarios basados en pruebas que han tenido mucha tradición en la investigación en Educación Matemática. Estos son *Spatial Relation* del *Differential Aptitud Test* (DAT) de Bennet, Seashore y Wesman (1973); y *Card Rotation Test*, *Hidden Figures Test*, *Gestalt Completion Test* y *Identical Pictures Test* de Ekstrom, French, Harman y Dermen (1976). Los cuestionarios han sido adaptados y contrastados (validez y fiabilidad) por Arrieta (2006). A continuación, se describen las pruebas utilizadas para medir los distintos componentes y se muestran algunos ejemplos de ítems.

La prueba de visualización se refiere al desarrollo de cuerpos. Tiene 20 ítems y el tiempo límite para su realización eran 8 minutos. En uno de los ítems se pregunta por el sólido que corresponde al modelo desarrollado. En la figura 2 se muestran diferentes modelos.

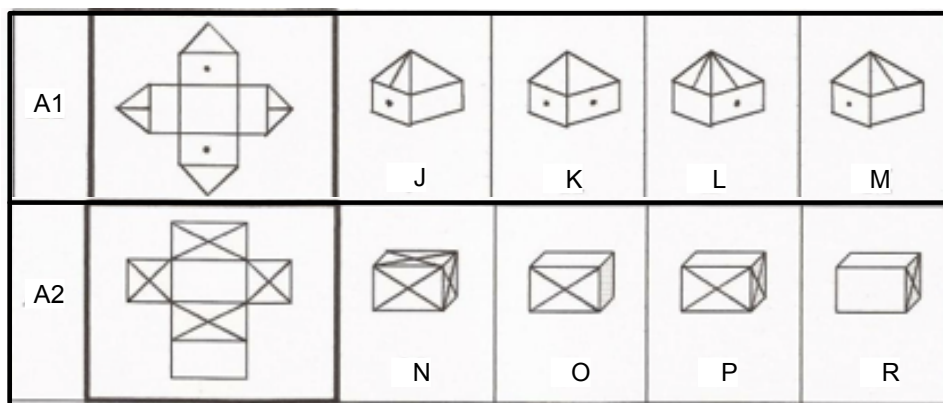


Figura 2. Ítems de la prueba de visualización

La prueba de relaciones espaciales tiene 20 ítems y se dejaron 6 minutos para su realización. Por ejemplo, en la figura 3 se muestran dos ítems sobre rotación de figuras planas. Se preguntaba por las figuras planas que se obtienen girando el modelo dado en su mismo plano.

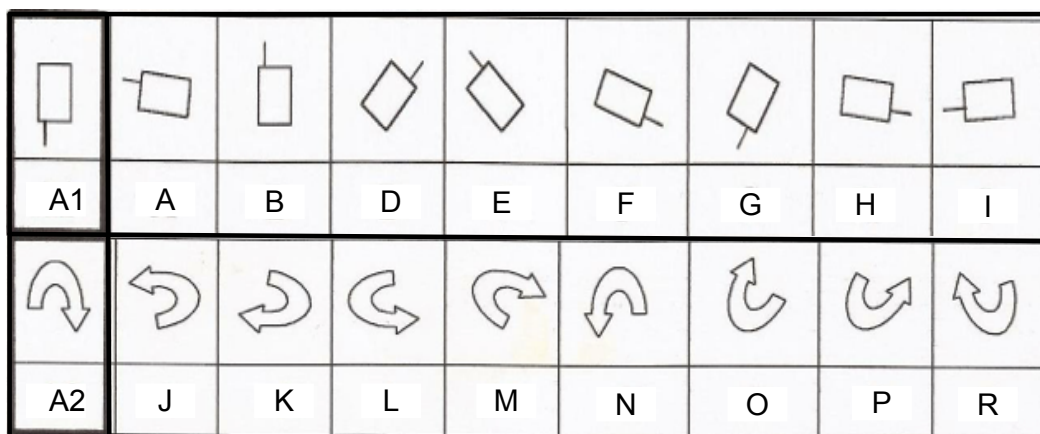


Figura 3. Ítems de la prueba de relaciones espaciales

La prueba de flexibilidad de clausura se refiere a la identificación de figuras en configuraciones complejas. Tiene 12 ítems y se dejaron 9 minutos para su resolución. Se preguntó cuál de los cinco modelos dados está escondido en la figura inicial. En la figura 4 mostramos ejemplos de estos ítems.

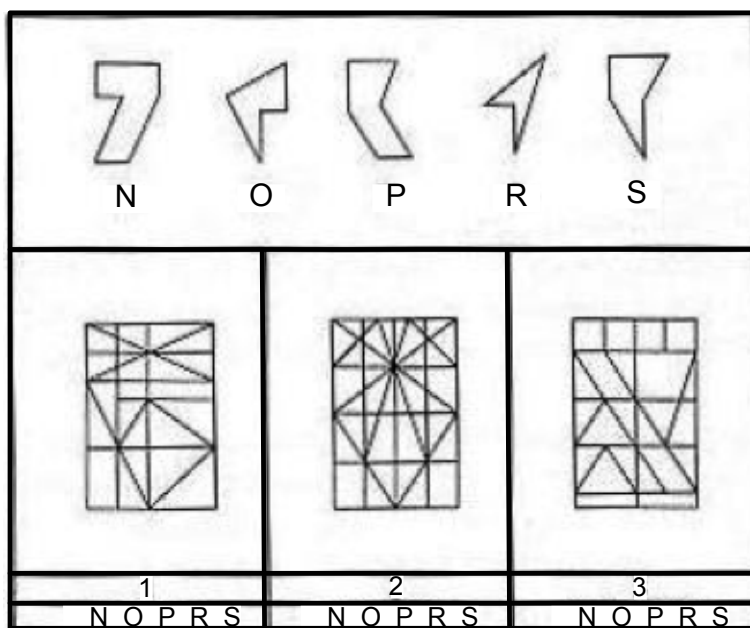


Figura 4. Ítems de la prueba de flexibilidad de clausura

La prueba de velocidad de clausura tiene 20 ítems y se les dejaron 4 minutos para que la trabajaran. En la figura 5 se muestran tres ejemplos donde se les pide la representación de las figuras completas.

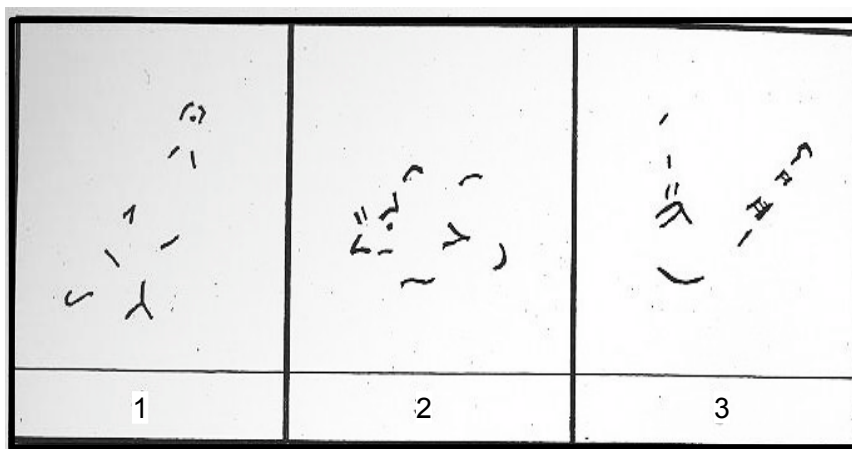


Figura 5. Ítems de la prueba velocidad de clausura

La prueba de velocidad perceptiva se basa en la identificación de figuras idénticas entre otras que no lo son (ver ejemplos de ítems en figura 6). Esta prueba tiene 48 ítems y se les dejó 2 minutos. En los ítems de la figura 6 debían decidir cuál de las cinco figuras es igual al modelo inicial.

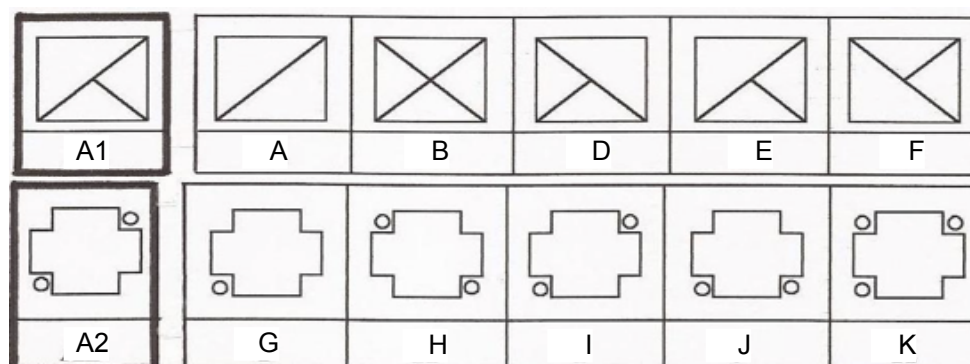


Figura 6. Ítems de la prueba velocidad perceptiva

## MUESTRA

Se han elegido dos muestras de estudiantes de la Escuela Universitaria Politécnica de San Sebastián. En los años 2005-2008 se ofertan seis especialidades en esa escuela: Arquitectura Técnica, Obras Públicas, Ingeniería Técnica Eléctrica, Ingeniería Técnica Electrónica, Ingeniería Técnica Mecánica e Ingeniería Técnica Química. Seleccionamos estudiantes de cuatro especialidades que, a priori, podían tener más diferencias en capacidad espacial entre ellas. En la tabla 1 se resumen los datos de estas muestras.

Tabla 1

*Resumen de los datos de las muestras*

Especialidad	Primera muestra (2005/06)	Segunda muestra (2007/08)	Ambos cursos
Arquitectura Técnica	57	30	21
Obras Públicas	33	18	7
Ingeniería Técnica Mecánica	47	34	14
Ingeniería Técnica Química	20	13	9
Total estudiantes	157	95	51

La primera muestra, consta de 157 estudiantes que cursaban el primer curso en 2005/06. La mayoría de estos alumnos tienen entre 18 y 19 años, aunque hay repetidores con mayor edad. Hay 89 chicos y 68 chicas.

La segunda muestra está constituida por 95 estudiantes que estaban en tercer curso en 2007/2008. Hay 58 chicos y 37 chicas.

Cincuenta y un estudiantes (28 chicos y 23 chicas) de la segunda muestra también eran estudiantes de la primera, no todos y también hubo nuevas incorporaciones.



## RESULTADOS

A continuación, se presentan los resultados según las muestras (por curso) y se realiza una comparación de los resultados.

### La capacidad espacial en alumnos de primer curso

En la tabla 2 se presentan las medias, las desviaciones típicas y el valor de la prueba de Kruskal-Wallis según las especialidades de los estudiantes.

Tabla 2

*Prueba Kruskal-Wallis para la capacidad espacial respecto a las especialidades*

Especialidad	N	Media	DT	Kruskal-Wallis	<i>p</i>
Arquitectura Técnica	57	65,43	8,64	3,875	0,003
Obras Públicas	33	66,46	11,29		
Ingeniería Técnica Mecánica	47	61,72	11,08		
Ingeniería Técnica Química	20	57,78	9,32		
Total estudiantes	157	63,56	10,40		

*Nota.* DT = desviación típica; *p* = nivel de significación.

Los estudiantes de Obras Públicas obtienen la puntuación más alta (66,46). Por el contrario, los que tienen el menor nivel en capacidad espacial son los estudiantes de Ingeniería Técnica Química (57,78).

Para ver si hay diferencias significativas, se ha realizado la prueba de Kruskal-Wallis con el programa estadístico SPSS. Con base en los datos de la tabla 2, concluimos que hay diferencias significativas entre la capacidad espacial de alumnos de distintas especialidades ( $p \leq 0,01$ ).

Para concretar entre qué especialidades hay diferencias significativas se ha realizado la prueba Scheffé. En la tabla 3 se pueden observar los resultados obtenidos.

Tabla 3

*Diferencias entre especialidades*

Especialidad	Especialidad	<i>p</i>
	Arquitectura Técnica	
	Obras Públicas	0,974
	Ingeniería Técnica Mecánica	0,327
	Ingeniería Técnica Química	0,040
	Obras Públicas	
	Ingeniería Técnica Mecánica	0,237
	Ingeniería Técnica Química	0,029
Ingeniería Técnica Mecánica	Ingeniería Técnica Química	0,545

Tabla 3  
*Diferencias entre especialidades*

Especialidad	Especialidad	<i>p</i>
Arquitectura Técnica		

*Nota.* *p* = nivel de significación.

Se observan diferencias entre Arquitectura Técnica e Ingeniería Técnica Química y entre Obras Públicas e Ingeniería Técnica Química ( $p \leq 0,05$ ). Los estudiantes de Arquitectura Técnica y de Obras Públicas tienen significativamente mayor nivel de capacidad espacial que los alumnos de Ingeniería Técnica Química. Este resultado puede explicarse porque las notas medias para acceder a Obras Públicas y Arquitectura Técnica eran mayores que para acceder a Ingeniería Química en 2005/06.

Para analizar si hay diferencias significativas en capacidad espacial entre chicos y chicas de primer curso, realizamos la prueba T-test para la capacidad espacial respecto al sexo, cuyos resultados se presentan en la tabla 4.

Tabla 4  
*Prueba T-test para la capacidad espacial y sus factores respecto al sexo en primer curso*

Sexo	N	Media	DT	Valor-t	<i>p</i>
Relaciones espaciales					
Chicos	89	64,00	17,37	0,313	0,754
Chicas	68	64,82	15,13		
Visualización					
Chicos	90	72,41	15,85	1,591	0,114
Chicas	70	76,24	14,09		
Velocidad de clausura					
Chicos	90	69,50	13,09	-0,204	0,839
Chicas	70	69,07	13,33		
Flexibilidad de clausura					
Chicos	90	48,56	23,39	-1,347	0,180
Chicas	70	43,54	23,42		
Velocidad perceptiva					
Chicos	91	60,77	9,37	4,163	0,000
Chicas	70	67,54	11,27		
Capacidad espacial					

Tabla 4  
*Prueba T-test para la capacidad espacial y sus factores respecto al sexo en primer curso*

Sexo	N	Media	DT	Valor-t	<i>p</i>
Relaciones espaciales					
Chicos	89	63,07	11,52	0,675	0,500
Chicas	68	64,20	8,75		

*Nota.* DT = desviación típica; *p* = nivel de significación.

En la tabla 4 se puede apreciar que no hay diferencias significativas entre chicos y chicas. Parece que se mantiene la tendencia de los últimos años y se puede confirmar que no hay diferencias significativas en la capacidad espacial total ni en cada uno de sus factores en función del sexo, exceptuando la velocidad perceptiva, donde sí hay diferencias significativas a favor de las chicas ( $p \leq 0,01$ ).

Por último, analizamos el tipo de relación entre el nivel de capacidad espacial de los estudiantes y la nota en la asignatura de dibujo técnico. En la tabla 5 presentamos los resultados del análisis de la correlación.

Tabla 5  
*Resultados de la capacidad espacial y dibujo técnico*

Variabes	N	Media	DT
Capacidad espacial	157	63,56	10,40
Dibujo técnico	125	4,84	2,26

*Nota.* DT = desviación típica.

Las dos variables están correlacionadas ( $R = 0,448^{**}$ ). Por tanto, cuanto más alto es el nivel de capacidad espacial de un estudiante, mejor nota obtiene en dicha asignatura. Como la correlación, aunque significativa, es moderada, reforzamos dicho resultado con otra prueba estadística. Recodificamos la variable “nota de dibujo técnico”, atendiendo a los parámetros de la distribución normal. Por razones académicas de atención individualizada, discriminamos a los estudiantes de nota baja, normal o alta a través de esta variable. Se ha realizado la prueba de Kruskal-Wallis. En la tabla 6 se muestra la recodificación considerada y los resultados de cada grupo de estudiantes.

Tabla 6  
*Prueba Kruskal-Wallis para la capacidad espacial respecto al dibujo técnico*

Dibujo técnico (recodificado)	Capacidad espacial			Kruskal-Wallis	<i>p</i>
	N	Media	DT		
Nota baja (Nota de dibujo $\leq$ Media - DT)	15	53,37	11,36	15,826	0,000

Tabla 6  
*Prueba Kruskal-Wallis para la capacidad espacial respecto al dibujo técnico*

Dibujo técnico (recodificado)	Capacidad espacial			Krus-	<i>p</i>
Nota normal (Media - D.T. < Nota de dibujo ≤ Media + DT)	89	65,05	9,29		
Nota alta (Nota de dibujo > Media + DT)	19	66,84	8,10		
Total	125	63,90	10,14		

Nota. *p* = nivel de significación.

Como se puede apreciar en la tabla 6, hay diferencias significativas en capacidad espacial entre los alumnos de los distintos grupos ( $p \leq 0,01$ ). Para identificar entre qué grupos existen esas diferencias se ha realizado la prueba Scheffé. Los resultados se muestran en la tabla 7.

Tabla 7  
*Diferencias entre las notas de dibujo técnico*

Dibujo técnico	<i>p</i>
Nota baja-Nota normal	0,000
Nota baja-Nota alta	0,000
Nota normal-Nota alta	0,752

Nota. *p* = nivel de significación.

Como se desprende de la tabla 7, hay diferencias significativas ( $p \leq 0,01$ ) en la capacidad espacial entre los alumnos que tiene nota baja en dibujo y los que tienen nota normal. También hay diferencias significativas entre los que tienen nota baja y nota alta. Por consiguiente, trabajar la capacidad espacial de forma específica puede ayudar a mejorar en dibujo técnico. Por otro lado, el nivel de capacidad espacial de un estudiante puede predecir, en cierta manera, su nivel en la asignatura de dibujo.

### La capacidad espacial en alumnos de tercer curso

En la tabla 8 presentamos los resultados obtenidos por los alumnos de las distintas especialidades en tercer curso.

Tabla 8  
*Prueba Kruskal-Wallis para la capacidad espacial respecto a las especialidades*

Especialidad	N	Media	DT	Kruskal-Wallis	<i>p</i>
Arquitectura Técnica	30	72	11,30	4,520	0,211
Obras Públicas	18	72,97	12,08		
Ingeniería Técnica Mecánica	34	68,62	9,90		
Ingeniería Técnica Química	13	65,94	9,07		

Tabla 8

*Prueba Kruskal-Wallis para la capacidad espacial respecto a las especialidades*

Especialidad	N	Media	DT	Kruskal-Wallis	<i>p</i>
Total estudiantes	95	70,15	10,80		

*Nota.* DT = desviación típica; *p* = nivel de significación.

Aunque se mantiene el orden de las medias obtenidas en cada especialidad, en este caso, no hay diferencias significativas. Es decir, las diferencias que había entre Arquitectura Técnica e Ingeniería Técnica Química, y Obras Públicas e Ingeniería Técnica Química en primer curso (ver tabla 3), se han disipado en tercero (ver tabla 8). Este resultado también es lógico, ya que la mayoría de las asignaturas troncales son las mismas y, aunque en primero se aprecian diferencias, después de cursar otros dos años, las diferencias desaparecen. Por tanto, el alumnado de Ingeniería Técnica Química es el que más aumenta en capacidad espacial a lo largo de los dos cursos (en primero tenían el menor nivel), y el de Obras Públicas el que menos aumenta (en primero tenían el mayor nivel de capacidad espacial).

Para analizar si hay diferencias significativas en capacidad espacial entre chicos y chicas de tercer curso, realizamos la prueba T-test para la capacidad espacial respecto al sexo, cuyos resultados se presentan en la tabla 4.

Se puede apreciar en la tabla 9 que en tercer curso tampoco hay diferencias significativas entre la capacidad espacial total, ni en cada uno de sus factores respecto al sexo. La única excepción que había en primero ha desaparecido (velocidad perceptiva, ver tabla 4), por lo que se confirman los resultados obtenidos en estos últimos años.

Tabla 9

*Prueba T-test para la capacidad espacial y sus factores respecto al sexo en tercer curso*

Sexo	N	Media	DT	Valor-t	<i>p</i>
Relaciones espaciales					
Chicos	58	74,63	15,60	0,707	0,481
Chicas	37	72,33	15,27		
Visualización					
Chicos	61	78,39	14,23	-0,461	0,646
Chicas	38	79,65	11,47		
Velocidad de clausura					
Chicos	61	76,56	13,12	0,516	0,607
Chicas	38	75,26	10,33		
Flexibilidad de clausura					
Chicos	61	61,17	24,67	1,487	0,140

Tabla 9  
*Prueba T-test para la capacidad espacial y sus factores respecto al sexo en tercer curso*

Sexo	N	Media	DT	Valor-t	<i>p</i>
Relaciones espaciales					
Chicas	38	53,51	25,33		
Velocidad perceptiva					
Chicos	61	64,56	9,99	-1,158	0,250
Chicas	38	67,09	11,48		
Capacidad espacial					
Chicos	58	70,70	11,52	-0,623	0,535
Chicas	37	69,28	9,65		

*Nota.* DT = desviación típica; *p* = nivel de significación.

### Comparación de los resultados de los dos cursos

Por último, comparamos los resultados obtenidos en los grupos de primero y tercero, con la intención de observar el desarrollo de la capacidad espacial de los 51 estudiantes que realizaron los cuestionarios en los dos cursos. Para ello, analizamos la capacidad espacial respecto a las distintas especialidades. Analizamos si las diferencias de las medias en cada curso y en cada especialidad son significativas.

Hay una correlación significativa alta ( $R = 0,791^{**}$ ) entre los resultados de ambos años. Para asegurarnos si hay mejoras significativas o no, se ha realizado la prueba T-test para muestras relacionadas con todo el alumnado y la prueba de Wilcoxon ( $N < 30$ ) para cada especialidad. En la tabla 10 se pueden apreciar todos los resultados.

Tabla 10  
*Prueba Wilcoxon para cada especialidad y prueba T-test para el total de alumnos respecto a los resultados obtenidos en ambos cursos*

Curso	N	Media	DT	Z/Valor-t	<i>p</i>
Arquitectura Técnica					
1	21	65,05	11,10	-3,875	0,000
3	21	76,21	9,64		
Obras Públicas					
1	7	67,84	8,78	-2,366	0,018
3	7	79,32	9,98		

Tabla 10  
*Prueba Wilcoxon para cada especialidad y prueba T-test para el total de alumnos respecto a los resultados obtenidos en ambos cursos*

Curso	N	Media	DT	Z/Valor-t	<i>p</i>
Arquitectura Técnica					
Ingeniería Mecánica					
1	14	63,97	8,13	-3,296	0,001
3	14	75,40	6,50		
Ingeniería Química					
1	9	57,80	11,56	-2,547	0,011
3	9	67,77	9,86		
Total					
1	51	63,86	10,32	-12,279	0,000
3	51	74,93	9,40		

*Nota.* DT = desviación típica; *p* = nivel de significación.

De la tabla 10 se deduce que hay diferencias significativas ( $p \leq 0,05$ ) entre las puntuaciones de los 51 estudiantes de primero y tercero. Estos estudiantes han debido superar un curso en cada año, pues el cuestionario de tercero se pasó dos años después que el de primero. Es reseñable que estos estudiantes, que se pueden considerar “buenos”, hayan podido mejorar significativamente su capacidad espacial.

Además, si analizamos las diferencias entre los resultados de cada especialidad, se puede observar que también hay mejoras significativas ( $p \leq 0,05$ ) entre las puntuaciones de los dos años. Esto implica que el nivel de capacidad espacial puede aumentar significativamente aun teniendo más de 18 años. Este resultado contrasta con el obtenido por De Juan Espinosa (1997), quien constata que la mejora de la capacidad espacial a esa edad no es significativa.

Por último, analizamos los resultados obtenidos en cada factor de la capacidad espacial. Para ver si hay diferencias significativas, se ha realizado de nuevo la prueba T-test. Los resultados se muestran en la tabla 11.

Tabla 11  
*Prueba T-test en cada factor respecto a los resultados obtenidos en ambos cursos*

Curso	N	Media	DT	Valor-t	<i>p</i>
Relaciones espaciales					
1º	51	66,52	13,22	-8,672	0,000

Tabla 11  
*Prueba T-test en cada factor respecto a los resultados obtenidos en ambos cursos*

Curso	N	Media	DT	Valor-t	p
Relaciones espaciales					
3°	51	79,80	13,00		
Visualización					
1°	56	74,08	16,09	-4,437	0,000
3°	56	82,38	11,28		
Velocidad de clausura					
1°	56	70,36	12,39	-8,598	0,000
3°	56	80,98	9,31		
Flexibilidad de clausura					
1°	56	48,92	24,34	-4,889	0,000
3°	56	64,77	23,69		
Velocidad perceptiva					
1°	57	62,39	11,72	-6,014	0,000
3°	57	69,26	10,86		

*Nota.* DT = desviación típica; p = nivel de significación.

En todos los factores hay diferencias significativas entre las medias obtenidas en los dos cursos ( $p \leq 0,01$ ). Esto nos permite extraer dos conclusiones. Por un lado, que la capacidad espacial, así como cada uno de sus factores, aumenta significativamente aunque los estudiantes tengan más de 18 años. Esto implica que si se sigue trabajando la capacidad espacial, los estudiantes pueden mejorar en este factor. Por otro lado, se repiten los resultados de la capacidad espacial en cada uno de sus factores. Esto refuerza y da consistencia al modelo de Carroll.

## CONCLUSIONES

En este trabajo se ha realizado un estudio de la capacidad espacial con alumnado de Ingeniería Técnica.

En primer lugar, se ha estudiado la capacidad espacial de los estudiantes matriculados en diferentes especialidades. Como se ha podido apreciar en los resultados, hay diferencias significativas entre los estudiantes de primer curso de Arquitectura Técnica e Ingeniería Técnica Química, y Obras Públicas e Ingeniería Técnica Química (a favor de Arquitectura Técnica y Obras Públicas). Pero estas diferencias han desaparecido dos años más tarde, es decir, cuando los alumnos estaban ya en tercer curso. También se han hallado mejoras significativas entre



las puntuaciones en capacidad espacial obtenidas en 1º y 3º de cada especialidad y en el conjunto de estudiantes de la muestra.

Según De Juan-Espinosa (1997) la capacidad espacial no aumenta significativamente a partir de los 18 años. Pero nosotros hemos mostrado que se puede mejorar la capacidad espacial a esa edad también, siempre y cuando se realicen trabajos relacionados con la misma. Estas diferencias pueden deberse a que en nuestro estudio se han seleccionado dos muestras con un alto nivel de capacidad espacial y no sujetos adultos de la población, tanto universitarios como no universitarios.

En segundo lugar, nos hemos centrado en el estudio de la capacidad espacial en relación al sexo. Ya hemos comentado la importancia que ha tenido este tema a lo largo de muchos años. Y, aunque muchos investigadores han demostrado que hay diferencias a favor de los chicos (Battista, 1990; Feingold, 1988; Linn y Petersen, 1985; Maccoby y Jacklin, 1974; McGlone y Davidson, 1973; Voyer y Bryden, 1993), las investigaciones de estos últimos 20 años han desmentido esta afirmación. Hoy en día, después de que la mujer se haya incorporado al mundo estudiantil y laboral, no hay diferencias significativas en la capacidad espacial de chicos y chicas (Arrieta, 2006; Brosnan, 1998; Burin et al., 2000; Delgado y Prieto, 1997; Ehrlich et al., 2006; Jordan et al., 2006; Levine et al., 1999; Tartre y Fennema, 1995). En este trabajo, mostramos que en ningún caso aparecen diferencias significativas entre chicos y chicas en capacidad espacial. Tampoco hay diferencias en cada uno de los factores de la capacidad espacial, exceptuando la velocidad perceptiva de primer curso, donde sí hay diferencias a favor de las chicas y que parece deberse más al formato de la prueba ya que puede influir la velocidad de la transferencia de los resultados al cuaderno de respuestas.

Por último, nos ha parecido interesante estudiar la relación entre el nivel de capacidad espacial de los alumnos y la nota obtenida en la asignatura de dibujo técnico. Como se ha podido observar en los resultados, cuanto mayor nivel de capacidad espacial tiene un estudiante, mejor nota obtiene en dicha asignatura. Este resultado coincide con la conclusión de Maris y Noriega (2010) y Smith (1964). Además, este resultado se ha visto refrendado al obtener diferencias significativas en capacidad espacial al distribuir a los estudiantes en tres grupos según los parámetros de la distribución normal. Con este resultado se destaca la importancia de trabajar la capacidad espacial y, particularmente, en estudios universitarios como la Ingeniería Técnica. De ahí que sería muy interesante hacer propuestas didácticas que ayuden a trabajar y, en cierta medida, a mejorar la capacidad espacial de cada alumno.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Arrieta, M. (2003). Capacidad espacial y educación matemática: tres problemas para el futuro de la investigación. *Educación Matemática*, 15(3), 57-76.
- Arrieta, M. (2006). La capacidad espacial en la Educación Matemática: estructura y medida. *Educación Matemática*, 18(1), 125-158.
- Battista, M. T. (1990). Spatial visualization and gender differences in high school geometry. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21(1), 47-60.
- Bennett, G. K., Seashore H. G. y Wesman A. G. (1973). *DAT. Tests de aptitudes diferenciales (Versión 5, 2000)*. Madrid, España: TEA.
- Bishop, A. (1983). Space and geometry. En R. Lesh y M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes* (pp. 175-203). Nueva York, NY: Academic Press.

- Bishop, A. (1989). Review of research on visualization in mathematics education. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 11(1), 7-16.
- Brosnan, M. J. (1998). Spatial ability in children's play with Lego blocks. *Perceptual and Motor Skills*, 87, 19-28.
- Burin, D. I., Delgado, A. R. y Prieto, G. (2000). Solution strategies and gender differences in spatial visualization tasks. *Psicológica*, 21, 275-286.
- Burt, C. (1949). The structure of mind: A review of the results of factor analysis. *British Journal of Educational Psychology*, 19, 100-111, 176-199.
- Carroll, J. B. (1993). *Human cognitive abilities*. Cambridge, Reino Unido: University Press.
- Casey, B., Winner, E., Brabeck, M. y Sullivan, K. (1990). Visual-spatial abilities in art, math and science majors: Effects of sex, family, handedness, and spatial experience. En K. J. Gilhooly, M. T. G. Keane, R. H. Logie y G. Erdos (Eds.), *Lines of thinking* (pp. 275-294). Nueva York, NY: John Wiley and Sons.
- Cattell, R. B. (1971). *Intelligence: Its structure, growth and action*. Boston, MA: Houghton-Mifflin.
- Clements, D. H. (2003). *Teaching and learning geometry. A research companion to principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Clements, M. A. (1979). Sex differences in mathematical performance: An historical perspective. *Educational Studies in Mathematics*, 10, 305-322.
- Clements, M. A. (1983). The question of how spatial ability is defined and its relevance to mathematics education. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 1, 8-20.
- Clements, M. A. (1998). *Visualization and mathematics education*. Barcelona, España: TIEM.
- Colom, R., Quiroga, M. A. y De Juan-Espinosa, M. (1999). Are cognitive sex differences disappearing? Evidence from Spanish populations. *Personality and Individual Differences*, 27(6), 1189-1196.
- Committee on Support for Thinking Spatially (2006). *Learning to think spatially*. Washington, DC: The National Academies Press.
- Cossío, J. (1997). *Diagnóstico de la habilidad de visualizar en el espacio 3D con estudiantes de Bachillerato (BUP) del Bilbao metropolitano* (Tesis doctoral no publicada). Universidad del País Vasco, España.
- De Juan-Espinosa, M. (1997). *Geografía de la ciencia humana*. Madrid, España: Pirámide.
- Delgado, A. R. y Prieto, G. (1997). *Introducción a los métodos de investigación de la psicología*. Madrid, España: Pirámide.
- Domínguez de Posada, J. E. (1994). *Influencia de las asignaturas gráficas sobre el desarrollo de la visión espacial en los alumnos de escuelas técnicas superiores: estudio monográfico de la ETS de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Madrid* (Tesis doctoral no publicada). Universidad Politécnica de Madrid, España.
- Ehrlich, S. B., Levine, S. C. y Goldin-Meadow, S. (2006). The importance of gesture in children's spatial reasoning. *Developmental Psychology*, 42(6), 1259-1268.
- Ekstrom, R. B., French, J. W., Harman, H. H. y Dermen, D. (1976). *Kit of factor-referenced cognitive tests*. Princeton, NJ: Educational Testing Service.
- Eliot, J. (1987). *Models of psychological space*. New York, NY: Springer-Verlag.
- Eliot, J. y Czarnolewski, M. Y. (2007). Development of an everyday spatial behavioral questionnaire. *The Journal of General Psychology*, 134(3), 361-381.
- Feingold, A. (1988). Cognitive gender differences are disappearing. *American Psychologist*, 43(2), 95-103.

- Gages, T. T. (1994). *The interrelationship among spatial ability, strategy used, and learning style for visualization problems* (Tesis doctoral no publicada). The Ohio State University, Estados Unidos.
- García-Ganuza, J. M. (2000). *Intervención para mejorar aptitudes espaciales en alumnos de ambos sexos* (Tesis doctoral no publicada). Universidad del País Vasco, España.
- Gersmehl, P. J. (2005). *Teaching geography*. New York, NY: The Guilford Press.
- Gersmehl, P. J. y Gersmehl, C. A. (2006). Wanted: A concise list of neurologically defensible and assessable spatial-thinking skills. *Research in Geographic Education*, 8, 5-38.
- Gersmehl, P. J. y Gersmehl, C. A. (2007). Spatial thinking by young children: Neurologic evidence for early development and “educability”. *Journal of Geography*, 106, 181-191.
- Gustafsson, J. E. (1988). Hierarchical models of individual differences. En R. J. Sternberg (Ed.), *Advances in the psychology of human intelligence* (Vol. 4, pp. 35-71). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Gutiérrez, A. (1998). *Tendencias actuales de investigación en geometría y visualización*. Barcelona, España: TIEM.
- Horn, J. L. (1985). Remodeling old models of intelligence. En B. B. Wolman (Ed.), *Handbook of intelligence: Theories, measurement and applications*. Nueva York, NY: John Wiley and Sons.
- Jordan N. C., Kaplan, D., Oláh, L. N. y Locuniak, M. N. (2006). Number sense growth in kindergarten: A longitudinal investigation of children at risk for mathematics difficulties. *Child Development*, 77, 153-175.
- Levine, S. C., Huttenlocher, J., Taylor, A. y Langrock, A. (1999). Early sex differences in spatial skill. *Developmental Psychology*, 35(4), 940-949.
- Linn, M. C. y Petersen, A. C. (1985). Emergence and characterization of sex differences in spatial ability: A meta-analysis. *Child Development*, 56, 1479-1498.
- Lohman, D. F. (1979). *Spatial ability: A review and reanalysis of the correlation literature*. Stanford, CA: Stanford University Technical Report.
- Maccoby, E. E. y Jacklin, C. N. (1974). *The psychology of sex differences*. Stanford, CA: University press.
- Maris, S y Noriega, M. (2010). La competencia espacial. Evaluación en alumnos de nuevo ingreso a la universidad. *Educación Matemática*, 22(2), 65-91.
- McGee, M. G. (1979). Human spatial abilities: Psychometric studies and environmental, genetic, hormonal, and neurological influences. *Psychological Bulletin*, 86(5), 889-918.
- McGlone, J. y Davidson, W. (1973). The Relation between cerebral speech laterality and spatial ability with special reference to sex and hand preference. *Neuropsychologia*, 11, 105-113.
- Montello, D. R., Lovelace, L. L., Golledge, R. G. y Self, C. M. (1999). Sex-related differences and similarities in geographic and environmental spatial abilities. *Annals of the Association of American Geographers*, 89, 515-534.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Rilea, S. L., Roskos-Ewoldsen, B. y Boles, D. B. (2004). Sex differences in spatial ability: A lateralization of function approach. *Brain and Cognition*, 56(3), 332-343.
- Sarasua, J. M. (2010). *Hacia una categorización de los objetivos geométricos. Propuesta de nuevos descriptores de los niveles de Van Hiele para la representación externa de figuras planas* (Tesis doctoral no publicada). Universidad del País Vasco, España.

- Smith, I. M. (1964). *Spatial ability*. San Diego, CA: Knapp.
- Spearman, C. (1927). *The abilities of man*. Londres, Reino Unido: Macmillan.
- Tartre, L. A. (1990). Spatial orientation skill and mathematical problem solving. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21(3), 216-229.
- Tartre, L. A. y Fennema, E. (1995). Mathematics achievement and gender: A longitudinal study of selected cognitive and affective variables (grades 6-12). *Educational Studies in Mathematics*, 28, 199-217.
- Thurstone, L. L. (1938). *Primary mental abilities*. Chicago, IL: University of Chicago Press.
- Voyer, D. y Bryden, M. P. (1993). Masking and visual field effects on a lateralized rod and-frame test. *Canadian Journal of Experimental Psychology*, 47, 26-37.

Iera Arrieta  
Universidad del País Vasco  
iera.arrieta@ehu.es

María Concepción Medrano  
Universidad del País Vasco  
mariaconcepcion.medrano@ehu.es