

## LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN EL CURRÍCULUM CHILENO

Maryorie Benavides, Miguel Villarraga, Enrique Castro y Carolina Briebe  
P. U. Católica de Chile, U. del Tolima Chile, U. de Granada , Mineduc-Chile  
[mbenavid@mat.puc.cl](mailto:mbenavid@mat.puc.cl), [miguelvr@ugr.es](mailto:miguelvr@ugr.es), [ecastro@ugr.es](mailto:ecastro@ugr.es), [mbriebe@mineduc.cl](mailto:mbriebe@mineduc.cl)

### Resumen

A finales de la década de los años setenta del siglo veinte, la actividad de resolución de problemas adquirió gran importancia en la enseñanza y aprendizaje de la matemática: sus orígenes, se sitúan en la necesidad de modificar aspectos importantes tanto metodológicos como curriculares.

En este artículo se presenta una aproximación a “resolución de problemas”, se describen diversas clasificaciones de problemas a partir de algunos criterios, los factores que inciden en la resolución, las propuestas metodológicas para la enseñanza aprendizaje, el papel de la resolución de problemas en el currículum de matemáticas y finalizamos con la resolución de problemas en el currículum chileno, enunciando los objetivos fundamentales y contenidos mínimos relacionados con el tema.

### Aproximaciones a “Resolución de problemas”

Pese a la importancia de la resolución de problemas en el ámbito científico, en el educativo y en otros campos relacionados, las expresiones *problema* y *resolución de problemas* no tienen un significado unívoco que las caracterice dentro de la investigación en Educación Matemática. Se impone esclarecer estos términos para tener una caracterización comprensiva de la resolución de problemas aplicable a la Educación Matemática y para precisar el sentido con que los vamos a utilizar.

Cuando observamos los tipos de problemas que se han utilizado desde una perspectiva general de investigación vemos que incluyen tareas tan dispares como resolución de anagramas, razonamientos silogísticos, colocación de cerillas u otros objetos según distintas configuraciones, cambios de posición mediante secuenciación de transformaciones como en la torre de Hanoi, tareas estratégicas como hacer cruzar lobos y corderos un río, y muchas otras. Aún ciñéndonos a la resolución de problemas estrictamente matemáticos el campo de tarea posibles es tan amplio que surgen dificultades a la hora de establecer una noción general de problema.

Una manera de describir la resolución de problemas es considerar los distintos agentes que intervienen en la resolución de un problema y los componentes que lo articulan. Desde el punto de vista escolar, en el que estamos interesados hay que tener en cuenta que en toda situación de resolución de los problemas de matemáticas se distinguen o intervienen tres componentes: el *problema*, interrogante o cuestión que se plantea, el *alumno* (o los alumnos) a quien se plantea la cuestión a la que deben encontrar respuesta y la *situación* en que resuelve el problema, que en el ámbito educativo es el aula, manejada por el *profesor*.

La consideración de cada uno de ellos, por separado o conjuntamente, en interacción con los otros componentes, permitirá precisar lo que entendemos por problema y por resolución de problemas en Educación Matemática.

La componente *problema* hace referencia al ámbito de la matemática, donde se distinguen problemas de demostrar y problemas de hallar. La formulación y la invención de problemas son un aspecto clave del quehacer matemático y, hacerse preguntas de ¿qué pasaría si? Es una estrategia para plantear nuevos problemas.

Desde el punto de vista del resolutor, un problema se puede describir como “una situación en la cual se intenta alcanzar una meta y se hace necesario encontrar un medio para conseguirlo” porque el camino directo a la meta está bloqueado. Esta clase de formulación es típica de los psicólogos, quienes usualmente añaden que un problema requiere un individuo en la situación, alguien que asuma, “que tenga”, el problema. Mayer (1986) considera que la mayoría de los psicólogos concuerdan en que un problema tiene ciertas características: “datos ..., objetivos ..., obstáculos” (p. 18), agrega que una definición de *problema* debe tener en esencia las tres ideas siguientes: “1) El problema está actualmente en un estado, pero, 2) se desea que esté en otro estado, y 3) no hay una vía directa y obvia para realizar el cambio.” (p. 19) Algunos autores consideran que la diferencia entre problema y ejercicio, se refiere a que: un problema es una situación en que el resolutor no tiene un proceso algorítmico que le conduce con certeza a la solución.

Los problemas que resuelven los alumnos en la clase de matemáticas provienen en muchas ocasiones o están propuestos por el profesor. Con ello se introduce un matiz nuevo: En estas situaciones de enseñanza se emplean a menudo como sinónimas las palabras “problema” y “tarea”, sin reconocer que “tarea” implica la existencia de un emisor y un receptor, mientras que no sucede así con “problema”. Entramos con ello en una perspectiva sociológica de la resolución de problemas, en la cual la clase de matemáticas es un medio social en el que los participantes tienen que interpretar las acciones e intenciones de los demás, estructurando conjuntamente la situación a la luz de sus propias agendas.

En Educación Matemática la Investigación en Resolución de Problemas ha conducido a la identificación de variables de análisis en resolución de problemas relativas a estas tres componentes (Castro, 1991; Castro y Villarraga, 2001).

### **Clasificación de problemas**

Hay varias clasificaciones de problemas. A continuación mencionaremos algunas de las más referenciadas en la literatura.

Charles y Lester (1982) realizan una clasificación en seis tipos de problemas: *Ejercicios de repetición (desarrollan habilidades)*, *problemas de traducción simple*, *problemas de traducción compleja* (realizan más de una operación para encontrar su solución), *problemas de procesos* (la forma de cálculo no aparece claramente delimitada), *problemas aplicados* y *problemas de puzzles* (muestran el potencial recreativo de las matemáticas.)

Un tipo particular de problemas: “Los problemas aritméticos cuya expresión o enunciado es verbal se les llama “Problemas aritméticos enunciados verbalmente” y se les suele designar con las siglas P.A.E.V.”, tal como lo define (Castro 1991, p.66). Atendiendo al número de datos que aparecen explícita o implícitamente en la información se puede hablar de PAEV simples y compuestos. Para resolver un PAEV simple se necesita una sola clase de operación aritmética: adición, sustracción, multiplicación o división, a partir de las cuales se establecen las distintas categorías semánticas que describimos a continuación.

- *La categoría semántica de problemas de estructura aditiva* esta formada por cuatro tipos de problemas: problemas de cambio, problemas de combinación, problemas de comparación y problemas de igualación.
- *La categoría semántica de problemas de estructura multiplicativa*, se clasifican en cuatro grupos, según Vergnaud: problemas de “Isomorfismo de medidas” (problemas de proporcionalidad simple), problemas de “producto de medidas”, problemas de “comparación” y problemas de “proporcionalidad múltiple”

**Factores que inciden en la resolución de problemas**

Charles y Lester (1982) analizan el proceso mental que supone resolver adecuadamente los problemas matemáticos. Para ellos, los datos iniciales determinan los objetos del problema. Las orientaciones en los datos iniciales son: el análisis de la información, los datos esenciales y su confrontación; de donde surge el esquema general o estrategia de resolución apoyada en un sistema de operaciones que lleve a la solución, posteriormente se confrontan los resultados con los datos iniciales, si hay acuerdo termina la actividad, si no hay acuerdo se vuelve al primer paso para determinar los objetivos del problema a partir de los datos iniciales.

Existen tres conjuntos de factores del sujeto que interaccionan en el trabajo de resolución de problemas. Los factores *afectivos* de: motivación, interés, perseverancia y ansiedad, los factores de *experiencia*: fundamentos matemáticos previos, edad y familiaridad con estrategias de solución y finalmente los factores *cognitivos* de: memoria, habilidad analítica y lógica, y la habilidad lectora, espacial y de cálculo.

**Propuestas metodológicas para la enseñanza aprendizaje de la resolución de problemas**

Schoenfeld (1980) propone un esquema similar al de Polya (1945), en cuatro etapas: analizar y comprender un problema (dibujar un diagrama, examinar un caso especial e intentar simplificarla), diseñar y planificar una solución (planificar la solución y explicarla), explorar soluciones (considerar una variedad de problemas equivalentes, considerar ligeras o amplias modificaciones del problema original, finalmente verificar la solución.

Bransford y Stein (1984) centran su interés en conseguir buenos resolutores. Proponen el método IDEAL, de resolución de problemas que está concebido con la finalidad de facilitar la identificación y reconocimiento de las distintas partes o componentes a tener en cuenta en la resolución de problemas. Las letras del método IDEAL, corresponden a las iniciales de las etapas del método propuesto: identificación del problema, definición y representación del problema, exploración de posibles estrategias, actuación fundada en una estrategia y logros: observación y evaluación de los efectos de las actividades.

**Papel de la resolución de problemas en el currículum de matemáticas**

Según Stanic y Kilpatrick y (1989), en el currículum de matemáticas la resolución de problemas se ha utilizado como: contexto, habilidad y arte.

La resolución de problemas como contexto, consiste en utilizar los problemas como medio para lograr otros objetivos. Según finalidad se subdividen en: resolución de problemas como justificación, resolución de problemas como motivación, resolución de problemas como recreación, resolución de problemas como vehículo y resolución de problemas como práctica.

La resolución de problemas como habilidad, en este caso se entiende que la resolución de problemas es una de las muchas habilidades que deben enseñarse en el currículum, dentro de la jerarquía de habilidades para ser adquirida por los estudiantes. Estas distinciones jerárquicas se hacen en función de problemas “rutinarios” y problemas “no rutinarios”. La resolución de problemas “no rutinarios” se caracteriza por la necesidad de utilizar altos niveles de destreza y habilidad que se pueden adquirir una vez que los estudiantes hayan aprendido conceptos básicos y las habilidades rutinarias.

La resolución de problemas como arte emerge del trabajo de George Polya. Entre sus aportes destacan las que hacen referencia a las actitudes adecuadas y a los métodos o heurísticas particulares que forman parte de la resolución de problemas. Polya afirma que la mejor contribución es enseñar al alumno a pensar. La resolución de problemas es un arte práctico, y se aprende por imitación y práctica, y el papel del profesor es el de facilitador del aprendizaje de estrategias y técnicas necesarias, como guía para introducir a la resolución de problemas en las clases.

La importancia de la resolución de problemas en la enseñanza aprendizaje de las matemáticas, se resume en la siguiente cita de los Principios y Estándares para las Matemáticas Escolares de Estados Unidos (2000):

Los programas de instrucción ... deberían permitir a los estudiantes:

- construir conocimiento nuevo a través de la resolución de problemas;
- resolver problemas que surjan en matemáticas y en otros contextos;
- aplicar y adaptar una amplia variedad de estrategias para resolver problemas;
- controlar y reflejar el proceso de resolución de problemas.

### **La resolución de problemas en el currículum chileno**

El Decreto Supremo de Educación N°220 de 1998, “Establece Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios para la Enseñanza Media<sup>3</sup> y fija normas generales para su aplicación”. Los Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios de la Educación Media (Educación Secundaria) han sido formulados por el Ministerio de Educación, respondiendo a:

- Las necesidades de actualización, reorientación y enriquecimiento curricular que se derivan de cambios acelerados en el conocimiento
- Las políticas educacionales de Estado que impulsa el Gobierno de Chile en la última década del siglo XX, están orientadas hacia el logro de objetivos de mejoramiento de la calidad y la equidad de las oportunidades educativas.

El aprendizaje de la matemática se asocia al desarrollo de ciertas habilidades, que se han considerado importantes en la formación de cada chileno:

- Habilidades referidas al aprendizaje de procedimientos y métodos que permiten el uso de instrumentos, la realización de cálculos y estimaciones, y la aplicación de fórmulas.
- Habilidades referidas a la estructuración y generalización de los conceptos matemáticos, búsqueda de patrones y de regularidades, integración y síntesis de conocimientos, y encadenamiento lógico de argumentos.
- Habilidades referidas a la resolución de problemas, como la identificación de la incógnita, estimación del orden de magnitud de la incógnita, búsqueda de caminos de solución, análisis de las soluciones, estimación de soluciones, sistematización del ensayo y error, y formulación de conjeturas.

Las últimas habilidades mencionadas, referidas a la resolución de problemas, son un aspecto innovador en el currículum chileno, por cuanto intenta acercar la aritmética a la realidad, planteando problemas de diferentes tipos, en particular:

---

<sup>3</sup> La Enseñanza Media, la cursan los jóvenes de entre 14 y 18 años de edad.

“Los problemas aritméticos verbales se incluyen en el currículo escolar con la finalidad, entre otras, de facilitar al alumno este acercamiento entre aritmética y realidad, entre aritmética y aplicaciones a la vida real, que hacen más significativo y valioso su estudio”

(Castro, 1995, p. 17).

A continuación se presentan los objetivos fundamentales y contenidos mínimos, relacionados con la resolución de problemas para cada nivel de enseñanza media.

### **Primer año Medio**

#### *Objetivos Fundamentales*

Utilizar diferentes tipos de números en diversas formas de expresión (entera, decimal, fraccionaria, porcentual) para cuantificar situaciones y resolver problemas.

Resolver problemas seleccionando secuencias adecuadas de operaciones y métodos de cálculo, incluyendo una sistematización del método ensayo-error.

#### *Contenidos Mínimos*

Análisis de la significación de las cifras en la resolución de problemas.

Resolución de desafíos y problemas numéricos, tales como cuadrados mágicos o cálculos orientados a la identificación de regularidades numéricas.

Planteo y resolución de problemas que perfilen el aspecto multiplicativo del porcentaje.

Planteo y resolución de problemas que involucren proporciones directa e inversa.

Planteo y resolución de problemas que involucren ecuaciones de primer grado con una incógnita.

Resolución de problemas relativos a congruencia de trazos, ángulos y triángulos.

Resolución de problemas relativos a polígonos, descomposición en figuras elementales congruentes o puzzles con figuras geométricas.

### **Segundo año Medio**

#### *Objetivo Fundamental*

Explorar sistemáticamente diversas estrategias para la resolución de problemas, profundizar y relacionar contenidos matemáticos.

#### *Contenidos Mínimos*

Resolución de desafíos y problemas no rutinarios que involucren sustitución de variables por dígito y /o números.

Representación, análisis y resolución de problemas contextualizados en situaciones como la asignación de precios por tramo de consumo, por ejemplo de agua, luz, gas, etc.

Planteo y resolución de problemas y desafíos que involucren sistemas de ecuaciones.

Planteo y resolución de problemas relativos a trazos proporcionales.

### **Tercer año Medio**

#### *Objetivo Fundamentales para el plan común*

Aplicar y ajustar modelos matemáticos para la resolución de problemas y el análisis de situaciones concretas.

#### *Objetivos Fundamentales para la formación diferenciada científico-humanista*

Analizar, confrontar y construir estrategias personales para la resolución de problemas o desafíos que involucren ecuaciones de 2° grado, lugares geométricos expresados analíticamente y programación lineal.

#### *Contenidos Mínimos para el plan común*

Resolución de problema relativos a cálculos de alturas o distancias inaccesibles que pueden involucrar proporcionalidad en triángulos rectángulos.

Resolución de problemas sencillos que involucren suma o producto de probabilidades.

*Contenidos Mínimos para la formación diferenciada científico-humanista*

Resolución gráfica y analítica de problemas sencillos que involucren rectas, circunferencia y parábola.

Planteo y resolución gráfica de problemas sencillos de programación lineal.

#### **Cuarto año Medio**

*Objetivo Fundamental para el plan común*

Reconocer y analizar las propias aproximaciones a la resolución de problemas matemáticos y perseverar en la sistematización y búsqueda de formas de resolución.

*Objetivo Fundamental para la formación diferenciada científico-humanista*

Analizar, confrontar y construir estrategias personales para la resolución de problemas o desafíos que involucren funciones, relaciones entre geometría y progresiones.

*Contenidos Mínimos para el plan común*

Plantear y resolver problemas sencillos que involucren el cálculo de interés compuesto.

Resolución de problemas sencillos sobre áreas y volúmenes de cuerpos generados por rotación o traslación de figuras planas.

*Contenidos Mínimos para la formación diferenciada científico humanista*

Planteo de algunos problemas geométricos de probabilidades o de matemáticas financiera que involucren la noción de sumatoria.

Progresiones aritméticas y geométricas, suma de sus términos.

Aplicación a la resolución de algunos problemas geométricos y de interés compuesto.

#### **Bibliografía**

Bransford, J. D. y Stein, B. S. (1984). *Solución IDEAL de problemas*. Barcelona: Labor.

Castro, E. (1991). *Resolución de problemas aritméticos de comparación multiplicativa*. Granada: Universidad de Granada.

Castro, E. (1995). *Niveles de comprensión en problemas verbales de comparación multiplicativa*. Granada: Comares.

Castro, E. y Villarraga, M. (2001). Resolución de Problemas matemáticos y detección de la diversidad en una unidad conceptual. En J. Cardeñoso, A. Moreno., J. Navas y F. Ruiz (Eds.) *Investigación en el aula de Matemáticas. Atención a la Diversidad* (pp. 125-133). Granada: Universidad de Granada. Departamento de Didáctica de la Matemática.

Charles, R. y Lester, F. (1982). *Teaching problem solving. What, Why, How*. Palo Alto: Dale Seymour Pu.

DECRETO N°220. (1998). Publicado en el Diario Oficial de la República de Chile.

Goldin, G.A. y McClintock, C. E. (Eds.) (1980). *Task Variables in Mathematical Problem Solving*. Philadelphia, Pensilvania: The Franklin Institute Press.

NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, V.A: NCTM.

Polya, G. (1945). *How to Solve It*. Princeton University Press. Trad. cast. *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas, 1979. (Octava impresión).

Mayer, R. E. (1986) . *Pensamiento, resolución de problemas y cognición*. Barcelona: Paidós.

Schoenfeld, A.H. (1980). Heuristic in the classroom. En NCTM *Problem solving in school Mathematics* (pp.9-23). Reston, V.A: NCTM.

Stanic, G. y Kilpatrick, J. (1989). Historical perspectives on Problem Solving in the Mathematics Curriculum. En R.I. Charles y E.A. Silver (Eds.), *The Teaching and Assessing of Mathematical Problem Solving*. Reston, VA: NCTM-LEA.