

FORMACIÓN DE PROFESORES EN LA TRANSICIÓN ARITMÉTICA AL ÁLGEBRA

Neila Sanchez, Fernando Guerrero
U. Distrital Fco. José de Caldas, Bogotá, Colombia
neila4@starmedia.com, nfguerrero@hotmail.com

Resumen

En el marco de investigar en el aula la comprensión de la variable -por el alumnado de básica- en su tránsito de la aritmética al álgebra, para el caso de los estudiantes para profesor de la licenciatura en educación básica, se propone y fundamenta un curso “Transición aritmética al álgebra para formadores de/y profesores de básica” en el ámbito de la resolución de problemas, bajo la metodología de análisis de situaciones didácticas con relación a los conceptos asociados a la transición aritmética al álgebra: ámbitos de interpretación de la letra; de los sistemas de numeración; de los sistemas de numeración posicional; del contexto aritmético de referencia y de las representaciones asociadas a la variable como objeto matemático. Las temáticas que se propone abordar en el curso son: estructuras aditivas; estructuras multiplicativas; variación y número; concepciones de álgebra. El marco de fundamentación teórico gira en torno a la conceptualización de lo que es y puede ser el fomento del desarrollo del pensamiento numérico y algebraico a partir de las investigaciones llevadas a cabo por el grupo Pretexto de la Universidad Distrital y las investigaciones llevadas a cabo por Kucheman, Collis, Vergnaud, Kieran, Usiski entre otros. Se consideran en el marco de discusión a la propuesta de curso, la epistemología de la transición aritmética al álgebra, los problemas didácticos vinculados y las prácticas usuales de los profesores.

Antecedentes de la propuesta

Justificación. Las concepciones que un Estudiante para Profesor (EPP) ha desarrollado durante su proceso de formación en la escuela han generado formas de actuación que posteriormente caracterizan sus roles y acciones profesionales y se convierten en generador /obstáculo de nuevas construcciones de conocimiento o de acciones de transformación, así como de las posibilidades de investigar y reflexionar sobre su desempeño profesional. Por lo anterior, el análisis de cómo fue él enseñado, la reflexión sobre las producciones de los niños y adolescentes con relación a sus concepciones iniciales, la indagación de cómo se aprende la noción de variable en contextos matemáticos (aritméticos y algebraicos) en la escuela, además de los roles del profesor en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, son problemas que deben ser tematizados (indagados, investigados, reflexionados, develados y transformados) a profundidad en la formación de un EPP, pues de ello dependerá la reflexión crítica sobre su práctica pedagógica y el desarrollo de su pensamiento práctico como futuro profesor de matemáticas de la educación básica.

Formulación del problema. Cuando nos preocupa como abordar la enseñanza de alguna noción matemática en la educación básica hacemos en nuestra mente un inventario de estrategias metodológicas y didácticas y buscamos ayuda en los libros de Didáctica de la Matemática. Intentamos con ello construir explicaciones y soluciones a lo que creemos que genera dificultad de aprendizaje en los alumnos, porque pensamos que *algo pasa* con ellos cuando por ejemplo, confunden un procedimiento, dan respuestas erróneas o no pueden explicar lo que hicieron. Pese a esa primera aproximación siempre retornamos a nuestra experiencia como el principal modo de dar respuesta a ese tipo de situaciones inquietantes. Tomar conciencia de esta realidad nos ha ayudado a comprender que en la práctica pedagógica en el aula necesitamos investigar sobre la cognición matemática de nuestros

alumnos, sobre sus características personales y los ámbitos concretos que facilitan su desarrollo. Asimismo nos enfrentamos con varios problemas relativos al conocimiento práctico¹ de los profesores de educación básica. ¿Cuál es la relación que ellos establecen entre el conocimiento matemático a enseñar, el conocimiento matemático que aprendieron en su proceso de formación como profesores y el conocimiento matemático de sus alumnos? ¿Qué saben los profesores sobre las capacidades matemáticas de alumnos y sus procesos de pensamiento, en particular el pensamiento numérico y variacional? Asimismo nos preguntamos por la utilidad que ellos le dan al conocimiento práctico y el lugar que ocupa en el currículo de la formación inicial de profesores. Finalmente consideramos la necesidad de conceptualizar acerca de qué tipo o tipos de conocimientos deben poseer los estudiantes para profesor (EPP) cuando interactúan con sus alumnos en el aula. Surge entonces la pregunta abarcadora:

¿Cuál es el tipo de formación que con relación al razonamiento pedagógico y conocimiento práctico debe desarrollar el EPP para gestionar democráticamente la enseñanza y aprendizaje del tránsito de la aritmética al álgebra escolar?

Marco teórico de la propuesta del curso “Transición aritmética al álgebra para formadores de/y profesores de básica”

Referente curricular el pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos¹. Proponer el inicio y desarrollo del pensamiento variacional como uno de los logros para alcanzar en la educación básica, presupone superar la enseñanza de contenidos matemáticos fragmentados y compartimentalizados, para ubicarse en el dominio de un campo conceptual, que involucra conceptos y procedimientos interestructurados y vinculados que permitan analizar, organizar y modelar matemáticamente situaciones y problemas tanto de la actividad práctica del hombre, como de las ciencias y las propiamente matemáticas donde la variación se encuentre como sustrato de ellas. Los conceptos, procedimientos y métodos que involucra la variación en la búsqueda de las interrelaciones permiten identificar algunos de los núcleos conceptuales matemáticos en los que está involucrada:

- Continuo numérico, reales, en su interior los procesos infinitos, su tendencia, aproximaciones sucesivas, divisibilidad;
- la función como dependencia y modelos de función;
- las magnitudes;
- el álgebra en su sentido simbólico, liberada de su significación geométrica, particularmente la noción y significado de la variable es determinante en este campo;
- modelos matemáticos de tipos de variación: aditiva, multiplicativa, variación para medir el cambio absoluto y para medir el cambio relativo. La proporcionalidad cobra especial significado.

Entendemos por conocimiento práctico del profesor aquel conocimiento que pone en juego con respecto a lo que él sabe sobre las matemáticas escolares, del como la aprendieron y acerca del como se enseña.

¹ Esta conceptualización se ha tomado como una cita de los Lineamientos Curriculares (MEN, 1998) sin ninguna modificación dada su importancia para la comprensión y análisis del problema, pues sitúa la discusión sobre el deber ser desde un currículo centrado en los conocimientos básicos que todo alumno de básica y media debe alcanzar para desarrollar su pensamiento variacional.

La transición aritmética al álgebra. En general, el trabajo sobre álgebra escolar desarrollado en las aulas gira en torno a los siguientes temas: Conjuntos numéricos (números reales), variables, simplificación de expresiones algebraicas y resolución de ecuaciones. Ahora bien, a partir de los estudios realizados en el contexto colombiano pudo determinarse que las dificultades de los estudiantes -que son manifestaciones de los problemas- en relación con el trabajo algebraico coinciden, en gran parte, con las reportadas en otros trabajos investigativos², las cuales, según Kieran (1989) pueden clasificarse en tanto estén relacionadas con:

- El cambio de convenciones respecto del referente aritmético,
- La interpretación de las letras y
- El reconocimiento y uso de estructuras.

Algunos resultados de investigaciones que dan cuenta de las dificultades encontradas al cambiar las convenciones en la notación, respecto del referente aritmético que traen los estudiantes, y, de manera específica, los relacionados con las interpretaciones que estos hacen de la letra en contextos matemáticos dicen relación con: *marco aritmético de referencia*; dificultad que tienen los estudiantes para aceptar la falta de cierre, por ejemplo, aceptar como respuesta la expresión abierta $a+b$ que induce a escribir $a+b = ab$ e incluso $2+3a= 5a$; el *dilema proceso-producto*, el cual podría estar relacionada también con la interpretación del signo “=” como una orden de operar y con la dificultad para aceptar la *relación de igualdad* como una *relación de equivalencia*; *necesidad* de tematizar el hecho de requerir de *unidades variables* (por ej., para sumar 2 con $\frac{1}{3}$, se toma como unidad de medida $\frac{1}{3}$, también lo serían $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{9}$... mientras que para sumar 2 con $\frac{3}{4}$ se toma $\frac{1}{4}$ como unidad de medida, y para sumar $\frac{2}{3}$ con $\frac{3}{4}$ se toma como unidad de medida $\frac{1}{12}$).

Interpretación de las letras: un primer acercamiento

Cuando se inicia el trabajo escolar en álgebra, al parecer, como se encontró manifestación a partir del estudio referido, no se hace referencia explícita, o no se hace énfasis, en que conjunto se está trabajando, pues se espera que, *vistos* ya los conjuntos numéricos, el estudiante no solo esté en capacidad de *manejarlos*, sino de asimilar que, en el que se está trabajando es el más amplio posible: el conjunto de los números reales, como posiblemente lo *asume* el profesor, sin verificar si entre las significaciones de los estudiantes *aparece* esta noción. Similarmente, cuando se trabaja con letras, se *asume* también una interpretación adecuada por parte de los estudiantes de lo que ellas significan en el contexto mencionado.

Las letras aparecen, en general, ligadas a expresiones sintácticas que adquieren sentido en estructuras definidas a partir de relaciones como “igual que”, “menor que”, y de acuerdo con las interpretaciones que los muchachos tengan tanto de estas relaciones, como de los símbolos que las representan. Resulta conveniente resaltar, en particular, la importancia que tiene para el aprendizaje del álgebra, superar la interpretación del signo igual como orden de operar, si se quiere acceder a una interpretación de la letra que, además de ser representación de número, considere el tipo (en este caso el conjunto numérico) al que ella pertenece, es decir, tanto su universo numérico como las relaciones que le dan a la estructura (algebraica, en este caso); y en relación con esto, tanto superar, en palabras de Matz y Davis(1980), el *dilema proceso-producto*, como aceptar lo que Collis(1975) llama

² Entre otras dificultades, podemos mencionar las relacionadas con el manejo de los universos numéricos y los procesos de simbolización. Para un análisis más detallado ver: Grupo Pretexto(1999). Transición aritmética al álgebra. Bogotá: Gaia. 2ª Edición

*aceptación de la falta de cierre*³. *Reconocimiento y uso de estructuras* Después del trabajo con letras, particularmente orientado al uso de estas como representantes de números, se empieza a operar con ellas en el contexto de las expresiones algebraicas. Kieran (1989) reporta investigaciones relacionadas con la posibilidad de una aproximación geométrica para dar sentido a las dichas expresiones y descubrir obstáculos cognitivos asociados con esa aproximación; estas investigaciones sugieren que la construcción del sentido de tales expresiones no lleva necesariamente al desarrollo espontáneo de sentido para la simplificación de expresiones algebraicas. Sobre el particular, reporta investigaciones relacionadas con el conocimiento estructural que tienen los estudiantes de dichas expresiones, evidenciando a partir de los procesos que ellos usan para simplificarlas, y plantea que las dificultades de los estudiantes en la asimilación de la estructura de las expresiones algebraicas⁴ influyen en su trabajo con ecuaciones.

La investigación sobre el proceso de aprender a enseñar: el conocimiento de los profesores en formación en la transición aritmética al álgebra. Si hay un tema que haya surgido con fuerza en los últimos cuatro años, y que haya obligado a replantear los estudios sobre las prácticas de enseñanza, seguramente que nos refiramos a las investigaciones que en torno al amplio descriptor de *aprender a enseñar* se han venido desarrollando. Enraizadas en lo que denominó el paradigma de "Pensamiento del Profesor", la investigación sobre *aprender a enseñar* ha ido evolucionando hacia la indagación de los procesos por los cuales los profesores generan conocimiento, además de qué tipos de conocimientos adquieren (Carter, 1990). *Conocimiento Didáctico del Contenido*. Los estudios en la línea del proceso de aprender a enseñar (Marcelo, 1993) se han centrado en tres grupos. En *primer lugar* los estudios sobre el *procesamiento de información y comparación expertos-principiantes* cuyo foco de atención ha sido los procesos mentales que los profesores llevan a cabo cuando identifican problemas, atienden aspectos del ambiente de la clase, elaboran planes, toman decisiones, y evalúan (Martínez Ruiz, 1991). Una segunda línea de investigación se centra en el estudio sobre el *Conocimiento Práctico* de los profesores que "*se refiere de forma amplia al conocimiento que poseen los profesores sobre las situaciones de clase y los dilemas prácticos que se les plantean para llevar a cabo metas educativas en estas situaciones*" (Carter, 1990: 299). En relación a esta línea de investigación, Calderhead (1991) ha revisado las investigaciones en las que se aborda en desarrollo del conocimiento durante las prácticas de enseñanza, mostrando que los alumnos en prácticas poseen un conocimiento inicial acerca de la enseñanza, en la medida que han tenido experiencias con niños en clases. Además, afirma que el conocimiento que poseen los alumnos en prácticas puede que no sea el más adecuado para la enseñanza, ya que las investigaciones muestran que los alumnos en prácticas pueden poseer concepciones erróneas o basadas en modelos de enseñanza transmisivos. Estas concepciones pueden impedir que los profesores en formación adquieran conocimientos más sofisticados sobre la enseñanza, y que predomine lo que Doyle y Ponder (1977) denominaron la *ética de lo práctico*. Las investigaciones realizadas muestran que el conocimiento de los profesores en formación está asociado a situaciones de la práctica,

³ Autores citados por Kieran(1989). Ibid.p.25.

⁴ Reporta una investigación de Greeno(1982), según la cual el desempeño de los estudiantes novatos en álgebra parecía ser bastante al azar, por lo menos en un momento. Sus procedimientos contenían múltiples errores, que indicaban una carencia de conocimiento acerca de las características estructurales del álgebra. Por ejemplo, podían simplificar $4(6x - 3y) + 5x$ como $4(6x-3y+5y)$ en un intento, pero hacer algo diferente en otra ocasión. Ibid, p.25.

aunque las relaciones entre pensamiento y práctica sean aun poco claras y conocidas. Sí se ha mostrado que puede darse contradicción entre las teorías expuestas y las teorías implícitas, y que el cambio en el conocimiento de los profesores en formación no necesariamente conduce a cambios en su práctica. Por último, en orden cronológico Carter sitúa las investigaciones sobre *Conocimiento Didáctico del Contenido*, para referirse a aquéllos estudios en los que se analiza específicamente el conocimiento que los profesores poseen respecto al contenido que enseñan, así como -y esto es muy importante-, la forma en que los profesores trasladan ese conocimiento a un tipo de enseñanza que produzca comprensión en los alumnos. Como se puede observar, el cambio que se viene produciendo en la investigación sobre el "Pensamientos del Profesor" es hacia una investigación más comprometida con los contenidos que enseñan los profesores (Marcelo, 1993).

Creencias, imágenes y el proceso de socialización durante las prácticas. Junto o paralelamente a la investigación sobre el conocimiento de los profesores tanto en formación como en ejercicio, se han venido desarrollando trabajos que se han centrado en el análisis de las *creencias e imágenes* que los profesores en formación traen consigo cuando inician su formación. Pajares (1992) ha llamado la atención a la dispersión semántica que ha caracterizado estas investigaciones, en las que se han utilizado términos como: creencia, actitud, valores, juicios, axiomas, opiniones, ideología, percepciones, concepciones, sistema conceptual, preconcepciones, disposiciones, teorías implícitas, teorías explícitas, teorías personales, procesos mentales internos, reglas de la práctica, principios prácticos, etc. Desde esta diferenciación, las investigaciones sobre prácticas de enseñanza han venido mostrando que *"los profesores en formación entran en el programa de formación con creencias personales acerca de la enseñanza, con imágenes de buen profesor, imagen de sí mismos como profesores y la memoria de sí mismos como alumnos. Estas creencias e imágenes personales generalmente permanecen sin cambios a lo largo del programa de formación y acompaña a los profesores durante sus prácticas de enseñanza"* (Kagan, 1992:142).

El desarrollo de la reflexión durante las prácticas de enseñanza. Uno de los principales esfuerzos de las investigaciones sobre reflexión ha consistido en desarrollar instrumentos, escalas y o taxonomías para verificar y evaluar los cambios en los niveles reflexivos por parte de profesores, bien en formación o en ejercicio. Una de las clasificaciones más difundida corresponde a la desarrollada por Van Manen, que Zeichner y Liston (1985) aplicaron al análisis del discurso supervisor diferenciando entre discurso prudencial, factual, justificatorio y crítico. Otro programa de formación del profesorado basado en la reflexión es el denominado CITE (*Collaboration for the Improvement of Teacher Education*) que incluye prácticas de campo estructuradas, microenseñanza, diarios y tareas escritas para promover la capacidad de análisis, de formulación de preguntas y de reflexión en los profesores en formación. Para evaluar el desarrollo de la reflexividad de los profesores en formación elaboraron una taxonomía que incluye las siguientes categorías: 1) no descripción; 2) descripción simple; 3) denominación de sucesos a través de conceptos pedagógicos; 4) explicación utilizando solamente la tradición o las preferencias personales; 5) explicación utilizando principios pedagógicos; 6) explicación utilizando principios pedagógicos y el contexto; y 7) explicación con consideraciones éticas/morales. En la evaluación del programa los profesores en formación sólo alcanzaron el nivel 6 (Sparks-Langer y Colton, 1991). En general, las investigaciones que se desarrollan dentro de este

ámbito toman la reflexividad como variable dependiente, analizando los cambios que se producen como consecuencia de programas completos, o bien de elementos programáticos más específicos, como pueden ser la redacción de casos, los diarios, la biografía, los registros pedagógicos, etc.

Descripción del curso “Transición aritmética al álgebra para formadores de/y profesores de básica”

Propósito del curso. En la perspectiva pedagógica que hemos asumido (compleja, constructiva y crítica) desde el contexto del aula como instancia de realización privilegiada del profesor, y dado que el espacio de formación de la práctica pedagógica es el eje articulador del currículo (documento CNA), proponemos un curso tendiente a: develar y transformar las concepciones e imágenes que sobre el hacer práctico del profesor, son asumidas por los EPPs; que concrete acciones curriculares conducentes a la formación de un profesor investigador en el aula; develar, analizar, investigar y transformar las tradicionales acciones y prácticas del profesor de matemáticas –las más de las veces segregadoras y generadoras de violencia- de manera que conviertan al profesor en un generador y gestor de aulas democráticas; en particular un curso que permita el análisis, desde el aula de clase, del proceso de paso del aritmética al álgebra con alumnos de educación básica.

Objetivos del curso. En contextos concretos de aulas de educación básica, para el profesor universitario:

- Identificar, las concepciones, imágenes y representaciones que han construido los EPPs, del profesor de matemáticas, de cómo aprenden los niños los objetos matemáticos de fracción, igualdad y procesos de generalización y simbolización, y de los roles del profesor en el aula, en situaciones didácticas relativas a los objetos matemáticos mencionados.
- Identificar, analizar e indagar la red de relaciones e interacciones que se dan en el aula, de manera que se pueda tener miradas e interpretaciones de los “hechos de clase” más complejas, cuando los actores de dichas situaciones e interacciones trabajan con los objetos matemáticos.
- Estudiar enfoques de investigación y realizar actividades conducentes a la formación de un profesor investigador en el aula, con el análisis e indagación de instrumentos, de perspectivas de investigación en el aula.

Para el estudiante para profesor:

- Analizar a partir de la aplicación de instrumentos de indagación (fracciones, signo igual, interpretaciones de la letra; procesos de generalización y simbolización; universos numéricos) como aprenden los niños y jóvenes en las aulas a dar significado a los objetos matemáticos de la transición aritmética al álgebra.
- Analizar como se transforman sus prácticas pedagógicas cuando reflexiona sobre los tipos de conocimiento que pone en juego para resolver problemas de la profesión vinculados con la transición aritmética al álgebra.
- Analizar cambios en sus concepciones sobre el sentido de la profesión, del paso del aritmética al álgebra.

Ejes temáticos de referencia en el curso

- Indagación sobre el papel que juegan las representaciones cognitivas en la construcción del significado de número racional (fracciones y números relativos) por parte de los alumnos de educación básica.
- Indagación sobre el uso de algoritmos mentales por parte de los niños en el proceso de resolución de problemas aditivos y multiplicativos en el universo numérico de los racionales.
- Indagación sobre formas de trabajo en el aula vinculadas a la comprensión de la variable y del pensamiento variacional del alumno de educación básica.
- Indagación sobre la enseñanza de la variable en el presente y el pasado y el lugar que esta ocupa en los currículos en la transición del aritmética al álgebra.
- Introducción al análisis y aplicación de instrumentos de observación, de recolección y análisis de información con relación a la variable en contextos matemáticos en el aula.
- Introducción a la discusión de algunas perspectivas y enfoques de investigación social y educativa que respaldan los instrumentos de indagación y observación
- Indagación sobre las concepciones propias sobre el profesor y la enseñabilidad, sobre el profesor como potenciador de aprendizaje en relación con los alumnos de educación básica, y sobre los roles del profesor como gestor de aulas democráticas
- Indagación sobre las acciones del profesor que le permiten instaurarse como constructor de sociedad civil y de la comunidad de educadores matemáticos
- Análisis de las acciones del alumno de educación básica como potenciador y valorador de sí mismo y de los otros en sus dimensiones éticas y estéticas en el aula de clase y como miembro de una comunidad educativa
- Análisis e indagación de los elementos de la situación didáctica (alumno, maestro y saber) como potenciadores de aulas democráticas y no segregadoras

Tipo de evaluación para el curso

Se asume como un proceso formativo y participativo; hace parte de las concepciones que se pretenden desarrollar, potenciar y/o transformar. Se define tres modalidades de evaluación: la *evaluación dirigida* que realizan sus profesores a sus EPPs; la *auto evaluación* que consiste en valoraciones personales acerca de sus procesos de formación; y la *coevaluación* que son las valoraciones sociales de la producción de sus pares.

Criterios e indicadores de evaluación. Indicadores de procesos. Relación de equivalencia

- *Reconocimiento:* Identificar dificultades de aprendizaje y realizar análisis sobre la Relación de equivalencia y orden en diferentes contextos aritméticos y algebraicos de niños y jóvenes a partir de la aplicación de instrumentos de indagación y según autores.
- *Interpretación:* Dadas las descripciones de varios contextos aritméticos y algebraicos desde situaciones de aula o casos caracterizarlos a partir de la relación de equivalencia y orden.
- *Aplicación:* Diseñar talleres para niños y jóvenes en contextos escolares sobre significados de la relación de equivalencia en diferentes contextos. Analizar dificultades.

Fracciones

- *Reconocimiento*: Identificar dificultades y realizar análisis sobre el proceso de aprendizaje de las fracciones en contextos continuos y discretos en su interpretación como Parte-todo a partir de la aplicación de distintos instrumentos y según autores.
- *Interpretación*: Dadas varias descripciones sobre situaciones de aula y casos, en contextos matemáticos, caracterizar la fracción.
- *Aplicación*: Diseñar talleres para niños y jóvenes en contextos escolares sobre la fracción desde sus distintas interpretaciones. Analizar dificultades.

Procesos de generalización y simbolización

- *Reconocimiento*: Identificar dificultades y realizar análisis sobre los procesos de generalización y simbolización en contextos aritméticos y algebraicos que realizan los niños y jóvenes a partir de la aplicación de instrumentos de indagación y según autores.
- *Interpretación*: Dadas varias descripciones de tareas sobre procesos de generalización y simbolización descritas en casos de investigación o situaciones de aula identificar usos e interpretaciones de la letra, estructuras algebraicas, modelos.
- *Aplicación*: Diseñar talleres para niños y jóvenes en contextos escolares sobre procesos de generalización y simbolización. Analizar dificultades.

Bibliografía

- Porlan, R. (1991). *El diario del profesor*. Sevilla: Ed. Diada
- Grupo Matemáticas Escolares (1999). *La enseñanza de la aritmética escolar y la formación del profesor*. Universidad Distrital. Bogotá:Gaia.
- Bonilla, M. et al. (1999). *Como enseñamos la aritmética*. Bogotá: IDEP.
- Castaño, J. (Mayo, 1996). La matemática en preescolar y básica primaria. En: Revista *Educación y cultura*, Bogotá, No 40.
- Mesa, O. (Mayo, 1996). La evaluación del concepto de número. En Revista *Educación y cultura*, Bogotá # 40
- Bonilla, M. y Sánchez, N. (1999). La investigación en el aula. En: *Serie Matemáticas escolares. Matemáticas asistidas por computador*. Bogotá, Universidad Distrital.
- Grupo Matemáticas Escolares Universidad Distrital (1999). *Resolución de problemas aritméticos en la primaria*. SED Cundinamarca, Bogotá, 1999.
- Soccas, M. y otros. (1986). *Iniciación al álgebra*. Colección Matemáticas: Cultura y Aprendizaje. Ed. Síntesis.
- García, M. (1989). *Investigaciones sobre prácticas de enseñanza en los últimos años*. Tomado del sitio www.grupoideas.es.
- GRUPO PRETEXTO (1999). *Transición aritmética al álgebra*. Bogotá: Gaia.
- Informe de Investigación (1996). *La variable como problema puntual: búsqueda de causas en grado octavo*. Colciencias-UD. Bogotá