

LAS PRÁCTICAS SOCIALES COMO GENERADORAS DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO

Jaime Arrieta, Gabriela Buendía, Marcela Ferrari, Gustavo Martínez, Liliana Suárez
Cinvestav-IPN, UAEH, UAGRO. México
j_arrieta@hotmail.com, gbuendia@uaeh.reduaeh.mx, mferrari@mail.cinvestav.mx,
gustavomtzs@yahoo.com.mx, lsuarez@mail.cinvestav.mx

Resumen

La socioepistemología, como aproximación teórica, aborda la construcción del conocimiento matemático a través de cuatro dimensiones actuando de manera sistémica: cognitiva, didáctica, epistemológica y social. Aunque es un marco teórico en construcción, marca desde su génesis, una manera distinta de hacer investigación en Matemática Educativa pues se reconocen y estudian científicamente elementos presentes en la construcción del conocimiento como las herramientas y argumentos utilizados en contextos interactivos. Estos elementos serán la metáfora para explicar la construcción del conocimiento matemático.

Las investigaciones socioepistemológicas permiten concebir a la matemática no como un saber fijo y preestablecido, sino como un conocimiento con significados propios que se construyen y reconstruyen en el contexto mismo de la actividad que realiza el hombre. Este artículo da cuenta de la sistematización de la reflexión habida a propósito del Grupo de Trabajo *Las Prácticas Sociales como Generadoras del Conocimiento Matemático* realizado en el marco de la XVII Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa realizada en Santiago de Chile entre los días 21 y 25 de julio de 2003. El Grupo de Trabajo tuvo como objetivo plantear un escenario donde se mostraron algunas de las investigaciones doctorales que se han generado recientemente bajo este marco. En ellas, se abordan aspectos como la relación entre prácticas sociales y el conocimiento matemático y el uso de herramientas en contextos interactivos. La riqueza de la discusión está en la diversidad de temas matemáticos sobre los que se ha investigado y que, sin embargo, coinciden en tratar al conocimiento matemático como una construcción social.

La socioepistemología como base de reconstrucción de significados

El acercamiento socioepistemológico desarrolla estrategias de investigación de naturaleza epistemológica donde ésta es entendida como el estudio de las circunstancias que favorecen o posibilitan la construcción del conocimiento. Que la epistemología sea entendida a través de la actividad humana permite tomar como objeto de estudio situaciones que no están definidas en una estructura matemática y que, sin embargo, están presentes cuando se estudia al hombre haciendo matemáticas y no sólo su producción matemática. Es en este sentido donde los aspectos constructivos del conocimiento son el foco de interés para nuestras investigaciones.

El planteamiento anterior deriva en el análisis de la relación entre prácticas sociales y el conocimiento, entendiendo a las prácticas sociales como un conjunto de acciones voluntarias que, intencionalmente, desarrolla el individuo para construir conocimiento.

Las investigaciones que se están desarrollando han dado evidencia de elementos socioepistemológicos de conceptos como los logaritmos (Ferrari, en prensa) y lo periódico (Buendía y Cordero, 2003). A través de revisiones históricas y de lo que sucede en los sistemas didácticos, en esas investigaciones se da evidencia de cómo el discurso matemático suele favorecer sólo algunos aspectos relacionados con dichos conceptos, dejando de lado elementos presentes en la construcción social del

conocimiento tales como los argumentos y las herramientas relacionadas; que son básicamente aquellos factores que posibilitan la construcción del conocimiento.

Tradicionalmente, la epistemología de conceptos ha permitido explicar las dificultades en la adquisición de objetos estáticos; sin embargo, no ha logrado establecer relaciones, más allá de un nivel utilitario, entre los diferentes tópicos del conocimiento matemático. Nuestra hipótesis básica, en cambio, es que una epistemología basada en prácticas sociales favorecería un estudio de la construcción social de la matemática a través de la reconstrucción de significados asociado al saber matemático. De esta manera, se favorecería el carácter funcional del mismo.

Una vez que se reconocen a las prácticas sociales como generadoras de conocimiento, las situaciones que se diseñan fundamentadas en dichas socioepistemologías permiten hacer evidente herramientas y argumentos en los contextos interactivos del salón de clases.

La predicción y lo periódico

Un resultado que arroja la investigación bajo la perspectiva socioepistemológica es la relación entre la predicción, como práctica social y lo periódico en un contexto de funciones (Buendía y Cordero, 2002, 2003).

El discurso matemático escolar suele favorecer la presentación inicial de la periodicidad funcional, a través del estudio de las funciones trigonométricas, como el seno, que son periódicas con periodo 2π porque $\text{sen}(x + 2\pi) = \text{sen } x$. De ahí, cualquier fenómeno que se modele a través de dicha función será, por consiguiente, periódico. Esta presentación favorece una errónea generalización hacia concepciones como “Cualquier función que tenga forma senoidal será periódica” El significado que parece estar presente es que cualquier tipo de regularidad hace que la función sea periódica.

Sin embargo, la revisión epistemológica de la periodicidad en las funciones trigonométricas muestra que, a pesar de que funciones como el seno y coseno eran conocidas desde principios de nuestra era, dicha propiedad no fue reconocida y analizada sistemáticamente sino hasta el siglo XVIII.

Ese reconocimiento se debe al trabajo de Euler en ecuaciones diferenciales, en el que el autor tuvo necesidad de utilizar explícitamente la función seno (y no arco seno, como tradicionalmente se había hecho) de tal manera que el desplazamiento del móvil en estudio pudiera quedar expresado en términos del tiempo. Esto le permitió estudiar el movimiento en cualquier tiempo y sus propiedades.

Creemos que esta acción de predecir favorece, en el caso de los movimientos repetitivos, una reconstrucción de significados alrededor de la regularidad del movimiento. Es por medio de dicha reconstrucción que el aspecto periódico de las funciones puede generarse de una manera funcional dentro del saber matemático de un individuo.

La integración sistémica de conocimientos matemáticos como práctica social

Martínez (2002, 2003) han dado evidencias que permiten aislar la presencia de un mecanismo de construcción de conocimiento, al que han denominado convención matemática, que construye los significados y funcionalidad de los convencionalismos relativos a los exponentes. Preguntas como qué significado puede dársele a la

expresión a^x ? pueden ser planteadas y resueltas a través del mecanismo mencionado. Una caracterización de tal mecanismo se puede resumir como: *el proceso mediante el cual un significado es convenido para posibilitar la construcción de cuerpos unificados y coherentes de conocimiento matemático (es decir para la integración sistémica de conocimientos).*

Tal caracterización es el resultado del estudio de las diversas formulaciones, a lo largo del devenir histórico, que hemos encontrado en relación a los exponentes no naturales: al seno de dos sintaxis algebraicas y en dos semánticas gráficas. Tal caracterización es posible debido a que en todas las formulaciones señaladas es posible observar el funcionamiento de la misma herramienta para construir significados aun en escenarios distintos (algebraicos y gráficos, por ejemplo). A tal herramienta la han denominado “Convención matemática”.

Lo anterior es un hallazgo importante para nuestro proyecto de *reconstrucción* del discurso matemático escolar; ya que permite señalar que la atención debe ser puesta en los mecanismos constructivos y no en los conceptos matemáticos en sí. De esta manera la pregunta básica, ¿qué es lo que permite construir conocimiento?, adquiere aquí un marco de referencia específico y la respuesta apunta hacia la conformación de un *escenario* centrado en una *práctica social* de integración sistémica de conocimientos matemáticos; en donde la convención matemática sería un consecuencia particular de tal práctica. Con esta idea básica se pretende poner en marcha una línea de investigación, al seno de la socioepistemología, que explore algunas de las “componentes de convención matemática” presentes en la construcción de diversos contenidos matemáticos. La tarea es presentar ejemplos que apoyen esta hipótesis, la que es una guía para las investigaciones futuras.

La covariación y los logaritmos

Al seno de este acercamiento socioepistemológico, en Ferrari (2003), se presenta un estudio de la dislexia en la presentación escolar de los logaritmos. Esto es, su carácter operativo en bachillerato para luego reaparecer en los cursos de Cálculo (nivel superior) pero como función.

Su presencia en el discurso matemático escolar, puede tildarse de ostensivo, es decir, “ver y creer” sin ser construido escolarmente lo cual consideramos que propicia la no apropiación de este concepto.

Del estudio de la evolución de esta noción desde sus inicios, cuando aún no era definida formalmente, hecho debido a Napier en 1614, la relación entre una progresión geométrica y una aritmética, definición primera de los logaritmos, se constituyó en una fuente rica en significados que permitió ser modelado en varios registros y a su vez modelar fenómenos de la naturaleza.

Su origen como “facilitadores de cálculos”, es decir, su definición con el fin multiplicar sumando, fue extendiéndose hasta llegar a nuestros días como una poderosa herramienta utilizada en varios contextos y ciencias.

Creemos que percibir a los logaritmos como la covariación entre una progresión geométrica y una aritmética, es un potente argumento de resignificación de los logaritmos que nos permite vislumbrar caminos de construcción escolar de esta noción, mismo que no habría sido relevante si el estudio hubiera sido de corte netamente histórico.

Hacia una modelación del Cálculo

Uno de los puntos de atención es la reconstrucción de significados¹ del Cálculo en la que el contexto y la intención didáctica de las actividades de aprendizaje proporcionan elementos para reformulaciones epistemológicas del saber matemático que se presenta en el salón de clases. La formulación epistemológica del Cálculo de esta aproximación puede explicarse como se señala a continuación (Cordero, 1998):

“Consideramos el Cálculo como el estudio de los fenómenos de variación, donde la operación fundamental es la resta que modela la comparación de dos estados. Algunas veces en una situación local y otras veces en una situación global. Esta visión [...] corresponde más a una base de modelación y de uso”, p. 59.

Esta perspectiva epistemológica del Cálculo es distinta a otros proyectos de innovación para la enseñanza del Cálculo. Por un lado, proporciona explicaciones de cómo surge el conocimiento matemático, cuál es su funcionamiento y cuáles sus diversas formulaciones. Y por otro lado da elementos para cambiar el discurso de la enseñanza del Cálculo, esto es, rediseñarlo. (Alanís, 2000). Plantea un programa de investigación en el cual se parte de estos marcos de referencia epistemológica hacia el estudio de los planos de representación de los estudiantes para proporcionar explicaciones que permitan una reorganización en el salón de clases. (Cordero, 1998). El programa consiste en tomar los estudios realizados en la década de los noventa (Cantoral, 1990; Cordero, 1994) como base epistemológica para la búsqueda de elementos que permitan el rediseño del discurso matemático escolar del Cálculo.

En este contexto se inscribe un proyecto de investigación titulado *El estudio de la variación a través de las prácticas de simulación, graficación y manejo de datos* (Suárez 2001). En este proyecto se proporcionará una explicación de las construcciones matemáticas de los estudiantes cuando utilizan herramientas tecnológicas para el estudio de fenómenos de variación. El supuesto básico es que estas construcciones se encuentran determinadas por las herramientas y los significados que se generan a partir de las prácticas mencionadas, por lo tanto el propósito de la investigación es caracterizar, dentro de la perspectiva teórica de la socioepistemología, la simulación, la modelación y el manejo de datos como formas de construcción del conocimiento matemático.

Comentarios finales

Lo anterior ha permitido compartir con la Comunidad Latinoamericana de Matemática Educativa que bajo una misma Escuela de Pensamiento de naturaleza social, pueden convivir diversos estudios que a medida que se fortalecen, generan líneas de investigación. Esto permite el desarrollo de la disciplina y, al mismo tiempo, favorece que cada comunidad nacida por la expansión de dichas líneas reconozca sus condiciones, recursos y posibilidades y pueda establecer sus estrategias, medios y escenarios, formular acciones y teorizar (que es hacer ciencia) para trazar orientaciones y entender lo que se desarrolla en su seno.

¹ A la incorporación en experiencias de aprendizaje de los significados identificados en los análisis epistemológicos se le ha llamado reconstrucción de significados (Cordero, 1992; 1994; 1998; 2001; Cantoral, 1990; Muñoz, 2000).

Referencias

- Alanís, J. (2000) La predicción: un hilo conductor para el desarrollo de un curso de Cálculo. En Cantoral, R. (Com.) El futuro del Cálculo infinitesimal. Grupo Editorial Iberoamérica.
- Arrieta, J. (2003) La modelación como proceso de matematización en el aula. Tesis doctoral del Departamento de Matemática Educativa. Cinvestav - IPN
- Buendía, G., Cordero, F. (2003) Una epistemología del concepto de periodicidad a través de la actividad humana. La predicción como argumento. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. 16(1), 112-116.
- Buendía, G. y Cordero, F. (2002). Una epistemología del concepto de periodicidad a través de la actividad humana. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 15.
- Cantoral, R. (2000). Pasado, presente y futuro de un paradigma de investigación en Matemática Educativa. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 13, 54-62) Grupo Editorial Iberoamérica.
- Cantoral, R. (1990) Desequilibrio y equilibración. Categorías relativas a la apropiación de una base de significados propias del pensamiento físico para conceptos y procesos matemáticos de la teoría elemental de las funciones analíticas. Tesis doctoral, Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN.
- Cordero, F. (2001) La incidencia de la socioepistemología en la red de investigadores en Matemática Educativa. Una experiencia. En Serie: Antologías. Programa Editorial. Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. Red de CIMATES. Número 1.
- Cordero, F. (1998) El entendimiento de algunas categorías del conocimiento del Cálculo y Análisis: el caso del comportamiento tendencial de las funciones. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. Vol. 1, Núm. 1, 57-74.
- Cordero, F. (1994) Cognición de la integral y la construcción de sus significados. Un estudio del discurso matemático escolar. Tesis doctoral, Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN.
- Ferrari, M. (2003). Una visión socioepistemológica. Estudio de la función logaritmo. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Martínez, G. (2003). Caracterización de la convención matemática como un mecanismo de construcción de conocimiento. El caso de su funcionamiento en los exponentes. Tesis de doctorado. Programa de Matemática Educativa CICATA-IPN, México.
- Martínez, G. (2002) Explicación sistémica de fenómenos didácticos. El caso de las convenciones en el tratamiento de los exponentes no naturales. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 5 (1), 45-78.
- Muñoz, G. (2000) Elementos de enlace entre lo conceptual y lo algorítmico en el Cálculo Integral. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. Vol. 3, Núm.2, 131-170.
- Suárez, L. (2001) Las actividades de simulación y modelación en el salón de clases para la construcción de significados del Cálculo. *Serie Antologías*. Programa Editorial Red Nacional de CIMATES, Núm. 1, 335-345.