

## FUNCIONANDO CON LA COMPUTADORA

Medina P., Astiz M., Vilanova S., Oliver M., Rocerau M.,  
Valdez G., Vecino M., Álvarez E., Montero Y.  
U. Nacional de Mar del Plata, Argentina  
[pmedina@mdp.edu.ar](mailto:pmedina@mdp.edu.ar) ; [mastiz@mdp.edu.ar](mailto:mastiz@mdp.edu.ar)

### Resumen

En este trabajo se presenta la descripción y resultados de la segunda etapa de una experiencia planteada con el objetivo de indagar la manera en que los alumnos determinan e interpretan funciones que explican situaciones problemáticas valiéndose de una nueva forma de trabajo en el aula: la utilización de la computadora como herramienta y un programa asistente matemático. La primera etapa consistió en el desarrollo de un taller optativo con alumnos de entre 14 y 15 años de edad del Colegio Dr. Arturo Illia de la Universidad Nacional de Mar del Plata (Argentina) y sus conclusiones fueron expuestas en el trabajo “FUNCIONando con la computadora. Una experiencia con un asistente matemático” en RELME 16. A partir de las mismas, y con el objetivo final de elaborar una propuesta didáctica basada en la utilización de la computadora en los cursos de matemática, se diseñó esta segunda etapa para lo que se desarrolló un taller similar al anterior con las siguientes diferencias:

- se seleccionó un colegio privado de la ciudad con características académicas diferentes al de la primera etapa.
- se conformaron dos grupos, de 20 alumnos (de 14 - 15 años) cada uno. Uno de ellos trabajó con computadoras y otro sin ellas.
- se incorporó al docente de matemática del curso en el trabajo de ambos grupos.

Una vez finalizada la experiencia observó nuevamente una diferencia en la motivación a favor del grupo que utilizó la computadora como herramienta y se reafirmaron las observaciones realizadas durante la primera etapa del trabajo:

- la computadora es realmente una herramienta más que poderosa para facilitar la predicción de resultados ante cambios en las condiciones de datos o variables de los problemas propuestos, la búsqueda autónoma, la gestación de ideas y el descubrimiento de estructuras matemáticas sencillas en la resolución de los problemas
- la naturalidad con la que manejaron y seleccionaron las distintas formas de representación de funciones como tabla de valores, fórmula, gráfico, descripción verbal.

### Introducción y marco teórico

Las actuales concepciones de la enseñanza ponen énfasis en que el estudiante debe construir activamente su conocimiento y sus habilidades a través de la interacción con el medio ambiente y mediante la reorganización de sus estructuras mentales anteriores. El aprendizaje significativo es entendido como la incorporación sustantiva, no arbitraria ni verbalista, de nuevos conocimientos en la estructura cognitiva, mediante un esfuerzo deliberado por relacionar los nuevos conocimientos con conceptos ya existentes en la mente del alumno (Novak, 1984). Desde el punto de vista del aprendizaje de la matemática, el poder de las funciones consiste tanto en describir de manera simple situaciones complejas, como en predecir resultados y realizar los análisis cualitativos correspondientes. A la hora de trabajar con funciones, la computadora tiene tres características interesantes que un docente debe valorar al tomar la decisión de utilizarla como recurso. Por una parte, proporciona una forma cómoda de gestionar y representar la información, permitiendo que el alumno dedique su atención al sentido de los datos y al análisis de los resultados. Por otra,

brinda la posibilidad de ejecutar órdenes de muy distinto tipo (dibujos, cálculo, decisiones...), con gran rapidez; por lo tanto, puede simular experiencias aleatorias que manualmente sería imposible realizar, trazar una o varias gráficas a partir de datos o fórmulas, ejecutar algoritmos de cálculo largos y tediosos o con expresiones complicadas. La tercera característica es la de interactuar con el alumno, que puede intervenir en determinados momentos proponiendo datos o tareas nuevas en función de los resultados que se van obteniendo, lo que la convierte en un poderoso instrumento de exploración e indagación. Es precisamente esta capacidad de interacción, junto con sus posibilidades de tipo audiovisual, lo que hace que su uso en el aula sea motivador en sí mismo. Por último, la nueva tendencia en el uso de la computadora en educación se caracteriza por una clara inclinación hacia sistemas que involucran herramientas puestas a disposición de los alumnos, a fin de facilitar la indagación y la adquisición de conocimiento, en ambientes de aprendizaje colaborativo e interactivo (Kaput, 1992). En este contexto, el software seleccionado (asistente matemático) puede ser integrado a la enseñanza de temas de matemática de cinco maneras diferentes: como herramienta matemática, como asistente para la resolución de problemas, como un entorno de investigación o exploración, como un tutor interactivo y como una ayuda para visualizar e interpretar (Berry et al., 1994). Es importante destacar que ya que la computadora ha simplificado el problema de graficar, se pretende que los estudiantes desarrollen una apreciación global e intuitiva del comportamiento de las funciones y sus propiedades, basado tanto en la lectura de los gráficos que las representan como de sus expresiones analíticas. De este modo podrán traducir estas últimas a gráficos y viceversa, anticipando en cada caso las características, ya sea del gráfico o de su expresión algebraica. El presente trabajo consiste en la descripción de la segunda etapa de una experiencia planteada con el objetivo de determinar si una nueva forma de trabajo en aula (caracterizada por la utilización de la computadora y un programa asistente matemático como herramienta) modifica la forma en que los estudiantes determinan e interpretan funciones que explican situaciones problemáticas.

Las conclusiones de la primera etapa de este trabajo, fueron publicadas en Actas RELME 16 bajo el título “FUNCIONando con la computadora (Medina P et al, 2002). A partir de estos datos, y con el fin de avanzar en la elaboración de una propuesta didáctica utilizando la computadora como herramienta en la enseñanza de la matemática, se diseñó esta segunda experiencia. Las diferencias con la etapa anterior consisten en: a) en trabajar con un grupo experimental y uno de control; b) incorporar un docente de matemática a ambos grupos de trabajo, y c) las características académicas del colegio en que se llevó a cabo, que pueden considerarse estandar, a diferencia del colegio anterior, preuniversitario, con ingreso selectivo y caracterizado por ser un permanente receptor de experiencias didácticas innovadoras.

### **Objetivos específicos de la segunda etapa de la experiencia**

En esta etapa también se trabajó en la resolución de problemas que involucran el uso de funciones, pero se trabajó con dos grupos de alumnos, en dos ambientes distintos

de enseñanza-aprendizaje: uno de ellos utilizando computadoras como herramientas de trabajo y el otro no. Los objetivos se centraron en:

- Comparar en ambos grupos
  - la participación en el trabajo en aula
  - la tendencia hacia el aprendizaje colaborativo
  - el interés por el tema desarrollado
  - el tipo de consultas realizadas
  - la manera con la que manejaron y seleccionaron las distintas formas de representación de funciones como tabla de valores, fórmula, gráfico, descripción verbal,
- Determinar si la computadora resultó ser para ellos una herramienta poderosa para facilitar la predicción de resultados ante cambios en las condiciones de datos o variables de los problemas propuestos, la búsqueda autónoma, la gestación de ideas y el descubrimiento de estructuras matemáticas sencillas en la resolución de los problemas
- Comparar los resultados obtenidos en la primera y la segunda etapa en función de la diferencia entre las instituciones seleccionadas.

## **Metodología de trabajo**

### **1) Entorno de trabajo y participantes**

La experiencia se llevó a cabo en el Colegio Provincias Unidas del Sur (PUdS), un colegio de enseñanza privada de la ciudad de Mar del Plata, con una división por cada curso y un nivel académico normal medio. Para realizar el trabajo las autoridades del Colegio PUdS permitieron realizar el taller con todos los estudiantes del curso de 9º año de la EGB (14-15 años), dividiendo al mismo en dos grupos, uno que trabajaría con la computadora y otro sin ella. Los grupos trabajaron en dos ambientes distintos de enseñanza-aprendizaje, en ambos con la modalidad aula-taller. La diferencia entre ellos estuvo dada por el trabajo en laboratorio de computación para acceder al uso de la computadora como herramienta de trabajo en uno de ellos (curso experimental) y sin dicha herramienta, en aula convencional en el otro ambiente (curso control). En el entorno de trabajo del curso experimental intervinieron el docente del taller, el docente de matemática, el material de trabajo y las computadoras con un asistente matemático (software) sencillo de utilizar y con muy buenas posibilidades gráficas y algebraicas. Se dispuso de una computadora por cada dos estudiantes. Por su parte el grupo control contó con el mismo entorno pero sin las computadoras. Durante el desarrollo del taller se trató de buscar un balance entre la instrucción receptiva y el aprendizaje por descubrimiento. Estos estudiantes habían trabajado algunos conceptos relacionados con el tema como definición de función, dominio, codominio, expresión funcional. En el momento de pasar a la interpretación gráfica y la resolución de problemas que involucran el uso de funciones, comenzaron a trabajar en el taller.

### **2) Modalidad**

Los temas seleccionados fueron los mismos que los presentados en la primera etapa de la experiencia y por tal motivo las actividades se centraron en:

- Traducir datos y variables de problemas en expresiones funcionales y hallar sus gráficas;
- Interpretar el concepto de dominio de definición y de imagen a partir de una situación problemática concreta;
- Generar modelos a partir de situaciones problemáticas;
- Reconocer que con el mismo tipo de función se pueden elaborar modelos para una gran variedad de problemas;
- Predecir resultados de problemas que se explican a través de funciones cuando se varían las condiciones de las variables involucradas;

El taller se dividió, al igual que el primero, en 12 encuentros de 2 horas cada uno. Al comienzo del taller, al grupo experimental se lo instruyó en el uso del asistente matemático, en aspectos tales como escribir una función, realizar un gráfico y determinar intersecciones tanto en forma algebraica como a través de observaciones. Más adelante les fueron dados otros elementos para trabajar con funciones por tramos, como así también para resolver ecuaciones en forma algebraica (tema indispensable para la determinación de intersección de funciones).

En lo que respecta al tema específico de matemática, en los dos grupos se trabajó presentándoles a los estudiantes los problemas que debían resolver para lograr los objetivos del taller. Los problemas propuestos involucraron funciones lineales (relacionadas con costo de servicios, trayectorias), cuadráticas (relacionadas con superficies, trayectorias), cúbicas (relacionadas con volúmenes).

En todos los casos el avance en los temas se realizó en función al progreso de los estudiantes dentro de cada grupo. Durante el proceso de resolución de los problemas la dinámica de trabajo fue la de generar un ámbito de discusión grupal ante las dificultades o inquietudes que surgieran.

La evaluación fue continua y se tuvieron en cuenta no sólo los avances en el trabajo individual, sino también el nivel de participación y colaboración de cada estudiante.

#### **Instrumentos de observación**

Los instrumentos para determinar el nivel de participación y colaboración en el trabajo en el aula se basaron en las técnicas de la observación participante. Parte de estas observaciones, que pueden considerarse como estructuradas, se recogieron en una tabla de especificaciones que registraba la colaboración en el trabajo con sus compañeros, el interés demostrado en el tema, el tipo de consultas realizadas, la participación en el desarrollo de los trabajos prácticos y el compromiso de trabajo. Para completar las observaciones, se tomaron notas muy breves de carácter general durante las clases, las cuales eran ampliadas no bien finalizaban las mismas.

#### **Resultados**

A partir de las observaciones realizadas, se pudo advertir una mayor tendencia hacia el aprendizaje colaborativo en el grupo experimental que demostró mayor interés por el estudio del tema. La utilización de la computadora como herramienta les permitió, por un lado, incursionar en el software e ir así encontrando nuevos recursos para la

resolución de los problemas y por otro, generar nuevos problemas e investigar alternativas de resolución desde la matemática.

Esto se evidenció en el tipo de consultas realizadas por el grupo experimental, las que se diferenciaron notablemente de las realizadas por el grupo control. El grupo experimental rápidamente avanzaba más allá de las exigencias del problema, realizando cambios en variables y condiciones del mismo para evaluar diferentes alternativas generando una constante búsqueda de nuevos conceptos, mientras que el grupo control basó su trabajo específicamente en el problema dado, dependiendo permanentemente de los docentes para abordar temas relacionados con la representación de funciones.

Los indicadores: tendencia hacia el aprendizaje colaborativo, participación durante el proceso de aprendizaje e interés por el estudio del tema fueron comparados entre los dos grupos, dando resultados favorables para el grupo experimental en un *nivel de significación de 0.05*. Los valores de  $p$  obtenidos para cada indicador fueron respectivamente *0.025, 0.010, 0.012*.

### **Consideraciones finales**

Durante el transcurso del taller, a partir de las herramientas y conceptos previos de que disponían los estudiantes, se logró en ambos grupos que predigan resultados ante cambios en las condiciones de datos o variables de los problemas propuestos. No obstante, a través del registro de las clases se pudo observar una diferencia en la motivación a favor del grupo que utilizó la computadora como herramienta y se reafirmaron las observaciones realizadas durante la primera etapa del trabajo:

- a) el grupo que utilizó la computadora trabajó con mayor naturalidad el manejo y selección de las distintas formas de representación de funciones como tabla de valores, fórmula, gráfico, descripción verbal.
- b) en el grupo experimental se evidenció una mayor tendencia al aprendizaje colaborativo
- c) el grupo experimental demostró interés en realizar modificaciones en los parámetros de las funciones logrando variantes de los problemas originales, que los llevaron en algunas oportunidades a profundizar sobre algún tema (dominio de definición de una función) o a tratar temas que no conocían (funciones de dos variables), ya que la utilización de la computadora como herramienta les permitió, entre otras cosas, incursionar en distintas posibilidades gráficas y algebraicas.

En suma, la computadora se mostró como una herramienta más que poderosa para facilitar la predicción de resultados ante cambios en las condiciones de datos o variables de los problemas propuestos, la búsqueda autónoma, la gestación de ideas y el descubrimiento de estructuras matemáticas sencillas en la resolución de los problemas. Otros estudios realizados por nuestro Grupo de Investigación, basados en encuestas a docentes, nos han mostrado que no contar con material didáctico de referencia, es una de las razones por la que los docentes de matemática no utilizan la computadora en sus clases. Estas observaciones junto a los resultados descriptos en

el presente trabajo conforman la justificación para abordar la última etapa de la experiencia. La misma consiste en la elaboración de una propuesta didáctica para llevar adelante en cursos de matemática utilizando la computadora y un asistente matemático con potencia de graficación y cálculos algebraicos como herramienta en el ambiente de trabajo. Una vez elaborado, puesto en práctica y evaluado el material, quedará por observar si disponer del mismo genera un cambio de actitud por parte de los docentes con respecto a la utilización de la computadora en sus clases.

### **Bibliografía**

- Ausubel, D.P. (1997). *Psicología educativa. Un punto de vista cognoscitivo*. México: Ed. Trillas.
- Berry, J., Graham, T. y Watkins, T (1994). Integrating the DERIVE program into the teaching of mathematic. En *The International DERIVE Journal*, 1(1), 83-96.
- Contenidos básicos para la Educación General Básica* (1996). Argentina: MCyE.
- De Corte, E. (1996). Aprendizaje Apoyado en el Computador: una Perspectiva a Partir de la Investigación acerca del Aprendizaje y la Instrucción. *Memorias del III Congreso Iberoamericano de Informática Educativa*, 8-11.
- Duval R. (1995) *Sémiosis et pensée humaine: Registres sémiotiques et apprentissage intellectuels*. Suiza: Peter Lang.
- Guzmán, M. de, Gil Pérez, D. (1993 ). *Enseñanza de las Ciencias y la Matemática. Tendencias e innovaciones*. OEI. Ed. Popular
- Guzmán, M. de, Colera, J., Salvador, A. (1987). *Matemáticas Bachillerato I*. Madrid: Grupo Anaya.
- Kaput, J.J. (1992). Technology and Mathematics Education. En *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, 515-556. N. Y. Ed. Macmillan.
- Kutzler, B., Kokol-Voljc, V. (2000) *Introducción a DERIVE 5*. (Llorentes Fuster, Trad). Valencia: DERISOFT
- Medina P., Astiz M., Vilanova S., Oliver M., Rocerau M., Valdez G., Vecino M., Alvarez E., Montero Y. (2003) *Funcionando con la computadora. Una experiencia con un asistente matemático*. En *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 16(1), 334-345 .
- Novak, J.D. y Gowin, D.B. (1984). *Learning how to Learn*. N.Y.: Ed. University Press.
- Paulogorrán, C. y Pérez C. (1994). *Cálculo Matemático con Derive para PC*. Madrid: Ed. Ra-Ma.