

## EDUCACION MATEMATICA Y EDUCACION A DISTANCIA. UN ESTUDIO DE ARTICULACIÓN ENTRE LA UNIVERSIDAD Y LA EDUCACION POLIMODAL.

Graciela Guala; Edgardo Güichal; Ana Malet, Viviana Oscherov  
Departamentos de Matemática y de Humanidades. Universidad Nacional del Sur. Argentina  
[gguala@arnet.com.ar](mailto:gguala@arnet.com.ar); [eguichal@criba.edu.ar](mailto:eguichal@criba.edu.ar); [oscherov@criba.edu.ar](mailto:oscherov@criba.edu.ar); [amalet@criba.edu.ar](mailto:amalet@criba.edu.ar)

### Resumen

En este trabajo se analiza la articulación entre la Educación Polimodal y la Universidad en el área de Matemática, problema real y de gran actualidad en el marco de la crisis que está sufriendo nuestra sociedad en general y la educación en particular. Crisis no sólo económica y social sino también de acceso al conocimiento. El mismo se enmarca en el Proyecto de Investigación Interdepartamental: *La Universidad y las formas alternativas de acceder al conocimiento. Diseño, implementación y seguimiento de una propuesta de Educación a Distancia en la Universidad Nacional del Sur*, que tiene por objetivos: identificar los modos de comunicación didáctica pertinentes para una propuesta de educación a distancia, establecer relaciones entre los distintos soportes y las estrategias de lectura que se ponen en juego y evaluar los alcances de la experiencia en vistas a prever nuevas alternativas en la enseñanza universitaria. El Proyecto toma inicialmente el problema de la articulación tanto en el ámbito de Matemática como en el de Comprensión de Textos. Desde el punto de vista metodológico se ha trabajado con una propuesta de estudio de casos, seleccionándose para la investigación una escuela Agrotécnica de Educación Polimodal que incluye en su programa institucional la articulación con la Universidad. Con respecto a la Educación Matemática se optó por la resolución de problemas como estrategia de trabajo con los alumnos y la propuesta se desarrolló desde la perspectiva pedagógica de la Educación a Distancia. La particularidad de esta situación promovió la elaboración de materiales de estudio, la implementación de tutorías presenciales y por e-mail. El propósito de esta ponencia es presentar los resultados provisorios obtenidos en la experiencia iniciada en el 2001 y continuada en el transcurso del 2002.

### Introducción

Este trabajo da cuenta de una experiencia en Educación a Distancia realizada en el marco del Proyecto de Investigación Interdepartamental: *La Universidad y las formas alternativas de acceder al conocimiento. Diseño, implementación y seguimiento de una propuesta de Educación a Distancia en la Universidad Nacional del Sur*, que tiene por objetivos: identificar los modos de comunicación didáctica pertinentes para una propuesta de educación a distancia, establecer relaciones entre los distintos soportes y las estrategias de lectura que se ponen en juego y evaluar los alcances de la experiencia en vistas a prever nuevas alternativas en la enseñanza universitaria. Nos abocamos inicialmente al problema de la articulación entre Universidad y Nivel Polimodal en el Area de Matemática. Nuestra hipótesis de trabajo se centró, más que en incrementar la posibilidad de acceso a la información en la actualidad, en el problema del desarrollo de estrategias para favorecer o potenciar un aprendizaje autónomo. Pensamos que la modalidad a distancia para llegar a los alumnos en el año previo a su ingreso a la Universidad, es una herramienta que les permitirá una primera aproximación al conocimiento de algunas características de organización y modos de trabajo de la institución en la que continuará sus estudios, contrastando con sus propias representaciones. En lo metodológico se trabajó con una propuesta de estudio de casos, seleccionando una escuela Agrotécnica de Educación Polimodal que incluye en su Proyecto Institucional la articulación con la Universidad. Con respecto

a la Educación Matemática se optó por la resolución de problemas como estrategia de trabajo con los alumnos y la propuesta se desarrolló desde la perspectiva pedagógica de la Educación a Distancia, elaborando materiales de estudio e implementando tutorías presenciales y por e-mail.

*¿Por qué la educación a distancia?* El crecimiento año a año de los porcentajes de abandono y deserción de los alumnos del primer año universitario demandan un trabajo de articulación de la Universidad con el Nivel Polimodal, y ello debe realizarse no sólo con los alumnos residentes en la ciudad de emplazamiento de la universidad sino, y muy especialmente, con los que habitan la amplia zona de influencia de la misma.

**La elección del concepto matemático a tratar: el concepto de función.**

Consensuamos a abordar el *concepto de función*, en su doble carácter de herramienta y de objeto y dado que la importancia de lograr su comprensión va más allá de la consideración de su uso en un curso de Cálculo. Este concepto está ligado al rol central que juega como unificador en Matemática y como eje vertebrador tanto en el Nivel Polimodal como en el primer año del Nivel Universitario. En la actualidad y particularmente en los medios de comunicación, la mayor parte de la información referida a fenómenos de cambio, se expresa a través de tablas y de gráficos. Ambos constituyen registros de representación de una función. De la misma forma y en el campo de enseñanza de las ciencias, aparece fuertemente el uso de la función como modeladora de situaciones tanto del mundo real como de la matemática.

**¿Por que nuestra elección de la resolución de problemas como metodología de trabajo?**

Uno de los objetivos esenciales de la enseñanza de la matemática es que lo que se enseña tenga sentido para el alumno. Al respecto Brousseau (1993) indica que el sentido de un conocimiento matemático se define: no sólo por la colección de situaciones donde este conocimiento es realizado como teoría matemática; no sólo por la colección de situaciones donde el sujeto lo ha encontrado como medio de solución, sino también por el conjunto de concepciones que rechaza, de errores que evita, de economía que procura, de formulaciones que retoma, etc. Nos surgen las siguientes preguntas: ¿Cómo hacer para que los conocimientos que enseñamos tengan sentido para el alumno? ¿Cómo pasar de las representaciones parciales y fragmentadas que del significado de un concepto tienen los alumnos a representaciones más abarcativas y completas? Según Charnay (1994) es la aparición de las nociones matemáticas como herramientas para resolver problemas las que favorecerán la construcción del sentido, sólo después se podrán estudiar estas herramientas por sí mismas. En el mismo sentido, Regine Douady sostiene que los conocimientos matemáticos deben ser construidos por los alumnos en un proceso dialéctico, proceso en el cual los conocimientos son primero instrumentos, herramientas, recursos para resolver problemas, para luego ser considerados como objeto de estudio en sí mismo. Coincidimos en que los conceptos se elaboran a partir de la interacción con un conjunto de problemas que le dan sentido. Un primer aspecto a considerar es brindar la oportunidad de emplear el concepto en la mayor cantidad de situaciones diferentes para las cuales el mismo constituya un instrumento adaptado así como propiciar que los alumnos establezcan relaciones entre las distintas

clases de problemas de manera de entender por qué todos se resuelven utilizando el mismo concepto. Considerando el privilegio habitual del contexto algebraico, definimos un espacio de problemas en el que tratamos de poner en juego diversos contextos de utilización del concepto relacionándolos. Así mismo se trabajó con distintos registros de representación procurando presentar actividades que permitieran su articulación.

**¿Con quiénes y cómo se planteó la experiencia?**

Se planteó en una escuela Agrotécnica, a 120 Km. de la ciudad de Bahía Blanca, que contaba con un espacio institucional destinado a facilitar a los alumnos de tercer año de Polimodal “el camino hacia la universidad”. Se concretaron acuerdos específicos que permitieran ajustar el trabajo de apoyo que ya estaba en marcha, con nuestra propuesta, más cercana a los procesos de nivelación en Matemática y Comprensión de Textos habituales en nuestra universidad. Estos acuerdos establecieron lo siguiente:

- La escuela seguiría manteniendo los dos Talleres de su Proyecto Institucional: uno destinado a la resolución de problemas matemáticos y el otro enfocado a afianzar distintas técnicas de estudio, vinculada a la comprensión de textos. Ambos coordinados por un docente de la institución.
- Se establecía, además, un espacio virtual en el que trabajarían los tutores integrantes del equipo de investigadores de la UNS y los alumnos inscritos en ambos talleres. La comunicación quedaría asegurada a través del correo electrónico.
- Los profesores a cargo de los talleres deberían monitorear la marcha de la experiencia y podrían señalar obstáculos y logros, pero sin intervenir en cuestiones disciplinares.
- Se instauraba un espacio virtual en el que los integrantes del equipo de investigación y los docentes mencionados trabajarían sobre cuestiones vinculadas a la capacitación.
- Se preveían también algunos encuentros presenciales en ambas instituciones.

La experiencia se planteó desde el equipo de Matemática acordándose una modalidad de trabajo con los alumnos del último año que comprendía encuentros virtuales y presenciales.

Los primeros estuvieron organizados del siguiente modo:

- Envío por parte de los tutores, a través del correo electrónico, de tres módulos conteniendo problemas, uno por cada trimestre. Se estableció un cronograma con fechas de entrega tanto de los módulos como de las respuestas de los mismos y corrección.
- Consultas al tutor, por e-mail, intercambiando información y orientaciones pertinentes.
- Envío de las resoluciones a las direcciones electrónicas dispuestas para tal fin.
- Envío de la corrección a cada grupo.
- Reflexiones conjuntas sobre los errores en los casos en que fue necesario.

Los encuentros presenciales fueron tres, dos en la universidad y uno en la escuela.

**Material utilizado y actividades realizadas. Módulos:** Fueron enviados a los alumnos a través del correo electrónico en tres entregas, previo un diagnóstico para saber cuáles eran los conocimientos disponibles de los alumnos participantes de la experiencia.

**Primera entrega:** En esta primera entrega se propone la resolución de problemas referidos al número real. Pensando en resignificar herramientas necesarias para trabajar con funciones se propuso la lectura e interpretación de diagramas de barras de los cuales se podía extraer información, uso de intervalos, orden en el eje real, identificación de puntos sobre una recta graduada, porcentaje, ecuaciones, conceptos y procedimientos necesarios para trabajar las funciones teniendo en cuenta distintos contextos y representaciones. **Segunda entrega:** En este caso podríamos distinguir dos etapas. En la primera utilizamos problemas en los que las funciones se definen por medio de gráficos. Ninguno de ellos responde a modelos elementales puesto que el objetivo no era la elaboración de modelos sino la lectura e interpretación de gráficos. Ambas cosas son perfectamente abordables y permiten una interesante introducción al concepto que estábamos trabajando a partir de situaciones reales, externas a la Matemática en este caso, que sirven de soporte concreto para la elaboración del concepto. Se propusieron situaciones en distintos contextos que favorecieran el desarrollo de una capacidad de análisis para obtener la máxima información correcta posible. Desde la visualización e interpretación, se requería obtener la información necesaria para la identificación de aquellas características del concepto objeto-función: intervalos de crecimiento y decrecimiento, puntos máximo y mínimo, concavidad. En la segunda etapa consideramos el aspecto modelizador de las funciones y trabajamos con problemas para los cuales las funciones polinómicas y particularmente las de primero y segundo grado constituyeron el modelo, incluyéndose aspectos cuantitativos y cualitativos, teniendo presente que los alumnos no conocían los elementos del cálculo diferencial pero sí características de funciones tales como la lineal y la cuadrática que permitieron la búsqueda de respuestas desde lo gráfico, lo geométrico y lo numérico.

**Tercera entrega:** Propusimos una nueva vuelta de tuerca al concepto de función, desde lo geométrico en un tratamiento dinámico, tanto en el plano como en el espacio.

**Los encuentros presenciales en la modalidad de taller.** Estos encuentros fueron pactados con la escuela, teniendo como objetivo principal el llevar a cabo una real articulación, de tal manera que, los alumnos que participaban de la experiencia, no solo concurrieran a los Talleres organizados por el equipo, sino que también tomaban contacto con la Universidad en sus distintos aspectos: edilicio, académico, normativo. Visitaron la Biblioteca Central, estuvieron en contacto con alumnos de distintos centros de estudiantes, recibieron informaciones generales sobre carreras y servicios que nuestra universidad brinda al estudiante (becas, comedor, residencias, etc), visitaron distintas dependencias. Por otra parte estas reuniones permitieron el encuentro del equipo de investigación con los alumnos que participaban en la experiencia, docentes y directivos de la escuela. La interacción cara a cara posibilitó un espacio para la consulta y la orientación, la reflexión sobre los errores y formular aquellas preguntas que la comunicación por e-mail había acallado. Además permitieron plantear nuevos problemas integradores que hacían hincapié en distintos

aspectos del concepto de función, que a través de las respuestas enviadas por mail, se habían detectado como fragmentados. En el primer encuentro se trabajaron situaciones problemáticas que abordaron el contenido números reales, fundamental para la construcción del concepto de función, y hubo un espacio de consulta y de reflexión sobre la forma de comunicación de resultados. En el segundo encuentro - en la escuela - los alumnos, el docente responsable del grupo en la misma y el equipo de investigación participaron de un Taller trabajando con situaciones problemáticas en las que se abordaba el contenido funciones de segundo grado como modelos en distintos contextos. Esta instancia resultó fundamental para la recuperación de saberes y para el trabajo con distintos registros de representación. En el tercero y dado que para la resolución de los problemas correspondientes a la tercera entrega los alumnos habían tenido mayores dificultades - el contexto geométrico había sido muy poco trabajado en años anteriores - se dejó un amplio espacio para la consulta, la orientación y la reflexión sobre estos aspectos del concepto.

### **Observaciones que dan cuenta de algunos logros y dificultades**

**En cuanto a lo técnico.** El material se envió por e-mail a cada estudiante con acceso a Internet, a la escuela y al docente a cargo del Taller en la escuela, asegurándose la recepción del material por parte de todos los participantes. Las dificultades se manifestaron en el envío de respuestas a los problemas por los alumnos, lo que mostró claramente las diferencias entre quienes contaban con acceso a la tecnología y quienes no.

**En cuanto a lo disciplinar.** Puesto que el concepto de función ya ha sido tratado en años anteriores, el objetivo fue el de la resignificación del mismo pero considerando la necesidad de que el alumno comience a ajustar notaciones que tienen que ver con el lenguaje matemático. Tanto el desconocimiento como la ambigüedad en la expresión constituyen importantes obstáculos en el primer año universitario al momento de comprender el lenguaje científico, no sólo en Matemática, es fundamental la adquisición gradual del mismo. En este sentido, observamos que notaciones como la de intervalo, particularmente al utilizarla para expresar el dominio de funciones, no son conocidas, o no se tienen en cuenta al momento de escribir la respuesta a una pregunta específica. En general, estas respuestas no estaban claramente expresadas y en algunos casos, el desarrollo del problema no aparecía explícitamente. El primer encuentro presencial posibilitó la reflexión conjunta sobre cuestiones que tienen que ver con la comunicación. En algunos casos, cuando la solución del problema requería usar la función lineal como herramienta, se utilizaba la *regla de tres simple*, aun en los casos en que su uso era incorrecto. Siempre trabajando con funciones lineales y en el caso de la determinación de puntos de equilibrio, igualaron expresiones algebraicas pero sin tener en claro que lo que realizaban era la igualdad entre funciones y que resolvían un sistema de ecuaciones. En general, los alumnos tuvieron dificultades y en algunos casos no pudieron resolver problemas que se modelizaban con la función cuadrática, ya sea por falta de conocimiento o porque habían puesto el foco en gráficos realizados utilizando tablas de valores. El segundo encuentro presencial, permitió la recuperación de saberes desde lo algebraico, su utilización al completar cuadrados y su uso para determinar el vértice de la parábola y su eje de simetría. Así mismo se trabajó con la resolución de

la ecuación de segundo grado, que los alumnos tenían bien presente, pero ahora resignificándola para determinar ceros de la función y relacionarlos con los puntos de intersección de la parábola con el eje X. Estos elementos permitieron realizar un gráfico más ajustado de dicha función, cambiar de registros de representación y resolver problemas de optimización sin necesidad de recurrir a herramientas del cálculo. Si bien habían trabajado en años anteriores las herramientas algebraicas, no las reconocían al momento de cambiar de registro de representación. Al tratar la función vinculada a cuestiones geométricas tanto en el plano como en el espacio los alumnos tuvieron dificultades para reconocer la necesidad del uso de semejanza, el Teorema de Thales, que parece que no se hubiera visto en años anteriores, no así el Teorema de Pitágoras, cuyo enunciado, aunque no su uso, parece muy presente en la mayoría de los alumnos.

**La encuesta.** No analizaremos aquí las respuestas a todas las preguntas. Queremos, con respecto a las preguntas: ¿Qué aprendizajes nuevos crees que lograste por la realización del curso? y Con respecto a los contenidos tratados: ¿Algunos fueron nuevos? ¿Cuáles? ¿Tuviste dificultades con alguno de ellos? ¿Con cuáles? señalar algunas respuestas que nos parecen interesantes:

- *Aprendí a pensar y razonar más las situaciones problemáticas.*
- *Los aprendizajes fueron matemáticos y a interpretar un problema, analizarlo y probar distintas chances de resolución.*
- *Incorporé nuevos temas, reví los temas que ya no me acordaba o simplemente nunca lo había aprendido.*
- *Creo que el mayor aprendizaje que tuve o que mejor pude profundizar es la interpretación de problemas, que me cuesta mucho actualmente y me va a seguir costando, creo que en la mayoría de los problemas había que tener en cuenta muchas cosas ya vistas en años anteriores que ya no se acordaban en mi caso.*
- *Lo que sí aprendí es a encarar los problemas de distinta forma y siempre llegar a una misma respuesta.*
- *Hubo muchos contenidos que no tenía muy en claro y con este curso pude profundizar más los temas y darme cuenta que cada situación tiene muchos caminos que la resuelven.*
- *Como aprendizaje podría decir que me sirvió para una mejor comprensión de los enunciados.*
- *Aprendí a trabajar con trabajos prácticos y plazos de entrega.*
- *Nos ayudó a resolver los problemas que están más conectados con la realidad y así aplicarlos.*
- *Los aprendizajes nuevos que logré es poder entender algunas otras cosas que por ahí no me quedaban muy en claro en años anteriores y que pienso que ahora se aclararon ...*
- *No se si algunos temas fueron nuevos, pero de lo que puedo estar seguro es que en los temas ya vistos en los cursos anteriores, este año se fueron metiendo más a fondo sobre los temas, en una palabra los profundizaron.*
- *Teorema de Tales, alguna fórmula de proporcionalidad y algunos temas tratados en el primer encuentro. Creo que lo que más me costó fue trabajar*

*durante el primer encuentro, ya que no estaba tan acostumbrado a tratar algunos de esos temas.*

*-Creo que ningún contenido fue distinto solo que lo que fue distinto es la forma de resolverlos.*

*-.... en sí lo más nuevo era descubrir cuántas formas existen de llegar a un mismo resultado*

*-No se si algunos temas fueron nuevos pero a la vez eran distintos totalmente a los que nos dan en la escuela.*

### **Reflexión final**

Como un anticipo a las conclusiones de este proyecto, se pueden señalar como relevantes el reconocimiento de un quiebre entre el tratamiento metodológico del objeto matemático en el transcurso de la escolaridad polimodal y la propuesta planteada desde el apoyo para el ingreso universitario. Los alumnos muestran o bien tendencias a resolver los problemas a partir de la aplicación mecánica de procedimientos o el desconocimiento de contenidos conceptuales y/o procedimentales que resultan básicos al momento de resolver los problemas. Una vez identificada esta situación, la misma pudo atenuarse a partir del trabajo personalizado con la profesora responsable de la Escuela Polimodal y las docentes universitarias del área de matemática integrantes del Proyecto. Los talleres presenciales en los que participaron conjuntamente estos docentes y los alumnos fueron otro factor que contribuyó a un acercamiento tanto en lo metodológico como en lo disciplinar. Desde la encuesta y en lo referido a los contenidos en general, es importante señalar que los temas abordados no resultan desconocidos para los alumnos pero sí el particular enfoque que se les da en la Universidad y el descubrimiento de que un problema puede tener distintas estrategias de resolución y que el resultado siempre será el mismo. De esta experiencia emerge en forma clara la importante labor del docente tutor que monitoreó la experiencia que se realizó y señaló los obstáculos que se presentaron pero que desarrolló su actividad en la escuela sin intervenir en las actividades disciplinares de los alumnos. Las instancias de comunicación que permitieron la construcción de un proyecto compartido y su desarrollo nos permiten pensar que desarrollos semejantes al analizado pueden dar lugar a formas alternativas de actualización y capacitación docente, mediante el trabajo colaborativo entre docentes de ambos niveles con los alumnos.

### **Bibliografía**

- Artigue, M; Douady, R; et al (1995): *Ingeniería didáctica en Educación Matemática*. GEI. Bogotá.
- Azcárate, C; Deulofeu, J. (1990): *Funciones y gráficas*. Colección: Matemáticas: cultura y aprendizaje. Editorial Síntesis. España.
- Brousseau, G. (1994): *Los diferentes roles del maestro*. En Parra y Saiz (comps): *Didáctica de Matemáticas. Aportes y reflexiones*. (pp. 65-94). Paidós Educador. Bs. As.
- Brousseau, G. (1993): *Fundamentos y Métodos de la Didáctica de la Matemática*. En Trabajos de Matemática N° 19. Universidad Nacional de Córdoba.
- Camuyrano, M. et al (1998): *Matemática. Temas de su didáctica*. PROCENCIA. Conicet. Programa de perfeccionamiento docente. Ministerio de Cultura de la Nación. Buenos Aires.
- Charnay, R. (1994): *Aprender (por medio de) la resolución de problemas* En Parra, C y Saiz, I: *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones*. (pp. 51-63) Paidós Educador. Argentina.

- D'Amore, B. (1997) *Pedagogía y Psicología de la matemática en la actividad de resolución de problemas*, Madrid: Síntesis.
- Douady, R.(s/d) *Relación enseñanza – aprendizaje. Dialéctica instrumento – objeto, juego de marcos*. Cuaderno de Didáctica de la Matemática nº 3. ISFD 41. Doc. de uso interno.
- Duval, R. (1996): *Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée*. Traducción para fines educativos, Departamento de Matemática Educativa del Cinvestav – IPN. México.
- Fernández de Carrera, E (1999): *La educación a distancia y la articulación enseñanza media – universitaria. El caso de la educación matemática*. En *Acerca de la distancia*. Tercer Seminario Internacional de Educación a Distancia. (pp. 115-122). RUEDA. EUDECOR. Argentina.
- Litwin, Edith (comp) (2000): *De las tradiciones a la virtualidad*. En *La educación a distancia. Temas para el debate en una nueva agenda educativa*. Cap. 1 Amorrortu Editores. Buenos Aires.
- Polya, G. (1979) *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Editorial Trillas.
- Schoenfeld, A. (1997) “La enseñanza del pensamiento matemático y la resolución de problemas”, en Resnick, L; Klopfer, L. (compiladores): *Curriculum y cognición*, Buenos Aires: Editorial AIQUE. Colección: Psicología Cognitiva y Educación. Pag 141 a 170.
- Waisman, R.; Giunta, M.; Olivares, M. (2002): *Material de aprendizaje. Módulo I: La educación a distancia*. Curso Interuniversitario de Educación a Distancia. Edición 2002.