

## EL DISCURSO EN EL AULA Y LA CONSTRUCCIÓN DE SIGNIFICADOS A TRAVÉS DE LA EXPLICACIÓN, EN EL MARCO DE CLASES SOBRE LA VARIACIÓN

Evelia Reséndiz Balderas y Ricardo Cantoral Uriza  
Universidad Autónoma de Tamaulipas / Cinvestav-IPN, México  
[erbalderas@uat.edu.mx](mailto:erbalderas@uat.edu.mx)

### Resumen

Esta investigación centró la atención en el papel del discurso en la clase de matemáticas cuando se pretende enseñar conceptos y procesos matemáticos ligados a la noción de *variación*. Pues el discurso constituye el espacio donde se construyen, negocian e interpretan los significados en la interacción social que se realiza en la escuela, por lo tanto construir conocimiento en interacción requiere del lenguaje usado socialmente. Nos ocuparemos de analizar el papel de las explicaciones en la clase de matemáticas, primer semestre de ingeniería, cuando la noción de variación está siendo usada por los profesores y cuando los estudiantes intervienen a propósito de dicha noción, en clases donde se impartía los conceptos de función y derivada que son vistos como modelos para el estudio de la variación. Los registros y las transcripciones de las clases, que se audiograbaron, fueron analizadas considerando un modelo de investigación cualitativa.

### Introducción

La comunicación continúa siendo un tema central en la reforma de la educación de las matemáticas (NCTM, 1998). Sin embargo existen todavía muchas preguntas que deben ser contestadas con relación con el discurso en el aula y acerca de los factores que contribuyen al desarrollo del discurso matemático. Las matemáticas generalmente se consideran como un cuerpo de conocimiento individual y socialmente construido y como lenguaje especializado para comunicar diversos aspectos de nuestro mundo (Pimm, 1991). Sin embargo, el nuevo conocimiento matemático (individual o compartido) se construye a través de interacciones y conversaciones entre profesores y sus alumnos. De ahí que el movimiento entre el sentido personal de un concepto y el significado matemático compartido es crucial para que el aprendizaje se lleve a cabo (Bartolini Bussi, 1998). El papel del profesor y los estudiantes en este movimiento ayuda a determinar que el aprendizaje ocurra. Esta consideración del proceso de enseñanza-aprendizaje enfatiza la importancia de las interacciones en el aula y el contenido matemático que se está discutiendo. Aquí nos ocupamos del contenido matemático o del significado compartido de conceptos que se van configurando en el desarrollo de las discusiones.

Por otro lado, algunas investigaciones en el campo de la matemática educativa (García, 1998; Zubieta, 1996; Cantoral, 1992; Pulido, 1998; o Artigue, 1991 reportan la existencia de robustas dificultades entre los estudiantes para tratar con cuestiones que exigen algún tipo de estrategia variacional. Con nuestro estudio no pretendemos “remediar” ese estado de cosas, ni mucho menos. Tampoco pretendemos decir como se debe enseñar la noción de variación, o si un profesor enseña bien en el aula. Nos proponemos algo aún más modesto, más particular. Lo que intentamos es la comprensión del complejo y rico entramado de pautas de interacción, que se dan para producir conocimiento entre docentes y alumnos, consideramos que es necesario como punto de partida para cualquier propuesta que pretenda mejorar la enseñanza del cálculo en su contexto real. En este trabajo nos hemos propuesto estudiar la

interacción discursiva en el aula desde la perspectiva del profesor; aunque se tiene como principal propósito la forma en la que participa el docente, es necesario aclarar que no es posible analizar la perspectiva del docente sin considerar a los alumnos, ya que ambos actúan como referentes de sus contribuciones y el significado de éstas dependen del contexto interactivo (Reséndiz, 2003). Pretendemos construir una respuesta, parcial, que centre su atención en algunos de los fenómenos de enseñanza específicamente involucrados con las dificultades del aprendizaje en clases acerca de la variación.

### **El problema de investigación**

En el marco de comprender las tramas de relaciones entre el profesor, los alumnos y el contenido curricular y, dado que hemos considerado al profesor como el portador del saber que habrá de escenificarse en el aula, emprendimos un amplio estudio sobre las formas en que los profesores desarrollan un conocimiento específico sobre la manera de enseñar su materia cuando se precisa tratar una idea matemática fundamental para el cálculo, una noción compleja conocida como variación. El objetivo principal de esa investigación es *localizar y analizar las maneras en que se introduce y desarrolla la noción de variación en situación de enseñanza en el nivel superior*.

Una forma de abordar el estudio sobre la enseñanza de la variación es por medio del discurso en el aula. Es en el aula en donde la palabra se utiliza la mayor parte del tiempo. La comunicación y, específicamente, la interacción entre el docente y el alumno y alumno-alumno, se considera en la actualidad la base de proceso de aprendizaje (Tusón & Unamuno, 1999). El problema de investigación que se reporta en este artículo se delimitó por medio de la siguiente pregunta: ¿Qué procesos de interacción propician los docentes, tendientes a la construcción de significados en el aula, a propósito de la enseñanza de nociones de variación? Para intentar responder a esta cuestión es necesario desarrollar perspectivas teóricas que sean útiles para interpretar y analizar la complejidad de las clases de matemáticas.

### **Participantes y escenario**

Para el desarrollo de este estudio se ha considerado de fundamental importancia, tomar en cuenta a los *profesores* que son los portadores del saber que habrá de escenificarse en el aula. Los participantes en la investigación fueron tres profesores que impartían la asignatura de Matemáticas I, del Tecnológico de Estudios Superiores de Ecatepec. Los profesores fueron seleccionados aleatoriamente entre los que impartían la materia. Se platicó con cada uno de los profesores y se les dijo que deseábamos observar y registrar la manera como ellos enseñaban los conceptos de función y derivada y estuvieron de acuerdo. Las observaciones se realizaron por un periodo largo, solamente en las clases donde se impartía los conceptos de función y derivada, ya que son vistos como modelo para el estudio de la variación. Ellos son profesores de las diferentes carreras de ingenierías. La información se recabó por medio de las observaciones de sus actividades en el aula, en condiciones "normales". La información recopilada consistía de cintas auditivas de las discusiones que se realizaron en el aula durante el semestre, así como notas de campo (registro de la observación) para complementar las cintas de audio. Esto permitió contar con una

fuentes de datos que nos facilitó para obtener información que ilustró lo que sucede en condiciones "normales" en el salón de clase, lograr un acercamiento con los profesores y con el grupo, pero sin provocar modificaciones importantes en las formas cotidianas de trabajo y de relación. Esto nos permitió tener registros reales y obtener información de lo que sucede en la interacción social, esto es, en el proceso educativo donde participan los profesores y los alumnos. Contar con elementos de interpretación de los acontecimientos "desde la perspectiva" de los sujetos bajo estudio.

### **Aspectos teóricos y metodológicos**

Para realizar la investigación nos apoyamos en nociones de la didáctica fundamental, a saber, la transposición didáctica, las situaciones didácticas un fenómeno ligado al control de la transposición didáctica, el "envejecimiento de las situaciones de enseñanza"<sup>13</sup>, en el cual, los patrones de interacción se refieren a las relaciones entre el profesor, los alumnos y las propias situaciones. Se ha podido dar cuenta de un fenómeno relacionado a éste último: al interior del aula, en la interacción, se modifican las intervenciones de la enseñanza del profesor, reaccionando de modo plástico con las interacciones del estudiantado. Asimismo se constata como, cuando hay interacciones cambian las relaciones de poder y las secuencias de enseñanza. En nuestro caso particular estamos estudiando un fenómeno didáctico en el campo de la matemática universitaria usando la aproximación sistémica que brinda la didáctica de la matemática como disciplina científica. Reflexionamos sobre lo educativo desde una perspectiva en la que la triada, saber, profesor, alumno, desempeña el papel de unidad de estudio. Sin embargo aunque podemos explicar las interacciones entre los polos, saber, profesor, alumno, con base en las nociones, contrato, situación o transposición, quisimos profundizar en el papel del discurso en el aula. Razón por la que incorporamos elementos de los estudios cualitativos de corte etnográfico. Los análisis y la discusión del trabajo, ha implicado interpretaciones y análisis en direcciones específicas. De los datos recolectados se han producido diversas formas de reducción y las perspectivas pueden conducir a la formulación de explicaciones o conclusiones que pasan por un proceso de verificación y que puede obligar a realizar nuevas organizaciones de los datos y así se regresa nuevamente al proceso de reducción de datos y así sucesivamente. Este proceso concluye cuando se han formulado interpretaciones sólidamente fundamentadas en los datos. Tomando al discurso como medio para estudiar las prácticas sociales, en esta investigación nos interesa analizar los elementos y características de una sesión de clase y los recursos discursivos, o elementos discursivos de los profesores para enseñar una noción compleja, como la noción de variación, sin dejar de lado la participación de los estudiantes. A continuación presentamos un ejemplo de la construcción de

---

<sup>13</sup> Se observa en los docentes dos conductas características: por una parte, si los alumnos fracasan el docente tiende a proveer una "nueva oportunidad" (plantea un problema "igual al viejo") y en consecuencia, la solución se obtiene por la repetición y no por la comprensión. Por otra parte, el docente debe estar consciente que el proceso didáctico sufre también de "envejecimiento" que se observa en la repetición de los mismos procedimientos didácticos y que éstos no tienen el mismo efecto. Brousseau (1991) observa que en aquellos procesos donde el docente interviene menos hay menor fracaso y "menos envejecimiento".

significados a través de la explicación, en el marco de clases en que se impartía los conceptos de función y derivada.

### **La construcción de significados. La explicación en la interacción**

Uno de los objetivos del docente es hacer comprender a los estudiantes los conocimientos matemáticos o los saberes que él enseña (Mopondi, 1995). Entre los esfuerzos que el profesor emprende figuran las “*explicaciones*”. Nos interesan las diversas formas que toman sus explicaciones al enseñar una noción como la variación y sus efectos sobre las producciones de los estudiantes. La construcción de significados, de explicaciones, como objeto de análisis, dado su carácter interactivo, demanda que las unidades mínimas de análisis sean secuencias de interacción y no frases o mensajes descontextualizados (Candela, 1999). Así el problema planteado condiciona las características de las unidades de análisis; siendo el objeto de estudio la construcción de los recursos discursivos y los significados sobre la variación. Una unidad de análisis natural es la clase completa en la que se delimita y trabaja el contenido de un tema curricular dentro de la jornada escolar. Las secuencias discursivas seleccionadas son aquellas donde se pueda identificar las actividades y las explicaciones de los profesores frente al contenido donde aparece la noción de variación. Los extractos forman parte de las clases o sesiones de un primer semestre de ingeniería.

### **La construcción de significados a través de la explicación: la variación**

En este diálogo se presentan las siguientes secuencias de turnos en donde el docente elige un ejercicio de una lista de ejercicios que consiste en graficar la función  $y = \sqrt[3]{x}$  y esta misma pero afectada por parámetros, suma, resta, multiplicación, etc. El docente solicita que pase un alumno a realizar el ejercicio y, de entrada, grafica la función  $y = \sqrt[3]{x}$  para que sirva de base al alumno que va a pasar al pizarrón; le pide al resto del grupo que vayan haciendo el problema en la medida que lo hace el alumno que está al frente.

#### **Extracto 5.49**

**P:** ... quién lo quiera hacer, 48, quién hace el 48

**Am:** (...)

**P:** Alguien que pase

**Am:** (...)

**P:** Más o menos está, esa es la gráfica de  $y = \sqrt[3]{x}$  entonces aquí hay, éste, a ver chéquenle y vayan haciendo el problema en la medida en que lo hace su compañero

**Am:** Aquí vemos que la vamos a recorrer a la izquierda

**P:** A la izquierda ¿sí?, a ver su compañero la está haciendo

**Am:** A la derecha

**As:** Hacia abajo

**P:** Ya nada más la  $\sqrt[3]{x} - 1$ , podría ser a la izquierda o a la derecha pero como tiene signo negativo a la izquierda ¿no?

**As:** ¡No! hacia abajo

**Af:** Hacia abajo

**P:** Bueno, a lo mejor pensemos así, pensemos en puntos a ver si nos podía ayudar, pensemos en puntos para esta  $x$ , para esta  $x$  pues esta  $y$  ¿verdad? y el valor de  $y$  está dado por este. Ahora qué

le vamos a hacer a la función nueva, el y que teníamos hace rato para la  $x$  qué es lo que le vamos a hacer

**As:** Restarle

**P:** Restarle una unidad, entonces así por ejemplo, en 1 ¿cuánto vale la original?

**Am:** 1

**P:** Vale 1, y entonces si a esta le voy a restar 1 en dónde va a quedar este punto, va a quedar en dónde

**As:** (...)

**P:** Aquí a cada punto le voy a restar una unidad o sea cada punto se va a desplazar una unidad hacia dónde

**As:** Hacia abajo

La siguiente función para graficar es  $y = \sqrt[3]{x} - 1$ , surge entonces la respuesta de un alumno: “aquí vemos que la va a recorrer a la izquierda”. El profesor duda de la respuesta y sugiere ver lo que está haciendo el alumno que está al frente. Otro alumno dice: “a la derecha”; y después de haber escuchado algunas respuestas la mayoría responde: “Hacia abajo”. El profesor no está convencido con la respuesta, ya que él piensa que la función con la que se está trabajando es  $y = \sqrt[3]{x-1}$ , en vez de  $y = \sqrt[3]{x} - 1$ , el dice: “podría ser a la izquierda o a la derecha, pero como tiene signo negativo a la izquierda ¿no?”. Nuevamente la opinión de la mayoría rechaza la explicación del docente y dan un rotundo: ¡No, hacia abajo!” y una alumna dice también: “hacia abajo”, reafirmando la opinión de todo el grupo. En las explicaciones aparece la idea de mover un punto de referencia como el origen y esto ha resultado de gran importancia para construir o elaborar estas explicaciones en torno al movimiento de la gráfica. En este ejemplo se observa que la noción de variación es en relación a un punto de referencia que se mueve, en este caso es el origen. El lugar que tiene el docente en el aula como experto y conocedor de los contenidos escolares no lo excluye de que tenga que argumentar sus puntos de vista e intentar convencer a los alumnos. Una explicación no parece ser siempre aceptada por el solo hecho de que lo planteó el profesor. Estas opiniones han propiciado que el docente *modifique* su explicación, su situación de enseñanza ya que ésta no le funciona, esto se da cuando la clase, la lección comprende más interacciones entre el docente y los alumnos, reconfigurándose plásticamente el dominio de las interacciones y por ende la secuencia prescrita del docente.

En este extracto los alumnos discuten y dan sus puntos de vista ya que el profesor está confundido, todavía no se da cuenta del error, dice que hay que dar algunos puntos, pensar en puntos para ver si eso puede ayudar. Nuevamente recurre a la original  $y = \sqrt[3]{x}$ , es una estrategia para iniciar nuevamente la explicación (modifica la situación de enseñanza), a través de lo que él llama la original y dice que le vamos hacer a la nueva y contesta el grupo: “restarle”. Pregunta el docente que cuanto vale la original en 1, y un alumno responde que 1. Entonces el profesor dice si: “vale 1, entonces si le voy a restar 1 (nueva función,  $y = \sqrt[3]{x} - 1$ ), en dónde va a quedar ese punto (se refiere al origen). El docente intenta llegar a una conclusión, a un acuerdo: “Aquí a cada punto le voy a restar una unidad o sea cada punto se va a desplazar una unidad hacia dónde”. La mayoría responde: “¡hacia abajo!”.

Enseguida veremos la función raíz cúbica  $y = \sqrt[3]{x-1}$ , ahora el  $-1$  está dentro de la raíz y en el ejercicio anterior estaba fuera de la raíz el  $-1$ .

**P:** Ahora la siguiente va a ser  $y = \sqrt[3]{x-1}$ , no es  $f(x)$

**Af:** ¡ah!

**P:** Ahora si vamos a recorrer ¿hacia dónde?

**Af:** A la derecha

**P:** ¿cuántas unidades?

**Af:** 1

**P:** Entonces quiere decir que ahora este punto lo vamos a encontrar hacia la derecha, (...) vayan resolviendo, ahorita es muy fácil pero a la hora del examen (...) y aquí me dicen, es muy fácil ponme más. Esa es la gráfica de  $y = \sqrt[3]{x}$  o sea qué sucedió se desplazó hacia la

**Am:** Hacia la derecha

Ante la equivocación del ejemplo pasado, el docente: “*Ahora sí vamos a recorrer “¿hacia dónde?”*” e inmediatamente le responde una alumna: “*a la derecha*”. Como ya se discutió, ha resultado rápida la graficación. El 1 mueve la gráfica a la derecha, esto es, se mueve el origen que es el punto de referencia (variación de un punto de referencia). Volvemos a encontrar aquí que la pregunta del docente: “*¿hacia dónde?”*”, lleva a cabo la función de propiciar explicaciones.

Los múltiples ejemplos de las discusiones en las aulas durante el transcurso del semestre pueden ilustrar mejor el desarrollo de las discusiones. Con poco espacio en este documento, presentamos sólo un ejemplo, el anterior, y empezar a notar como se negocian los conocimientos. Se describe una serie de versiones alternativas que, aún reconociendo la posibilidad de errores, son parte de un proceso de aproximación a la respuesta correcta.

### Discusión

Se observó que los profesores con frecuencia promueven la producción de explicaciones al demandar que los alumnos expliquen o justifiquen sus puntos de vista. Los docentes también aportan explicaciones para apoyar una versión o para rechazar otras. Sin embargo, los alumnos proporcionan sus puntos de vista cuando es solicitado por el profesor, pero también defienden sus versiones, cuando el profesor explica y los alumnos no comparten la versión. La riqueza de la construcción de significados en la interacción, más que un proceso que parte de la diversidad de opiniones termina como un proceso donde se negocian y articulan significados, pero también se abren alternativas explicativas, se plantean debates y explicaciones que casi siempre llegan a una conclusión. Los docentes crean un escenario que propicia la participación de los alumnos, en algunos casos a través de la pregunta, de la explicación o un comentario y esto tiene un efecto sobre la dinámica de la interacción discursiva en el aula ya que, en algunas situaciones, el docente modifica su discurso, cuando hay mucha interacción con los alumnos y una explicación o una secuencia didáctica no le funciona, reconfigurando el dinamismo de la interacción.

### Bibliografía

- Artigue, M. (1991). Análisis. In D. Tall (De.). *Advanced Mathematical Thinking*. (Capítulo 11, pp.167-198). Mathematics Education Library. The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Bartolini Bussi, M.G. (1998). Verbal interaction in the mathematics classroom: A Vygotskian análisis. Ln H. Steinbring, M. G. Bartolini Bussi & A.- Sierpinska (Eds.), *Lenguaje and communication in the mathematics classromm* (pp. 65-84). Reston, VA: NCTM.

- Brousseau, G. (1991) Fondements et Methodes le Didactique de Mathematiques. Rechercher en Didactique de Mathematiques. Grenoble. *La Pensée Savage*. Vol 7. N? 2. (Mimeografiado).
- Candela, A. (1999). *Ciencia en el aula. Los alumnos entre la argumentación y el consenso*. Paidós Educador.
- Cantoral, R. (1992). *Acerca de la intuición del rigor: Notas para una reflexión didáctica*. Publicaciones Centroamericanas 6(1): 24-29.
- Edwards, D. & Mercer, N. (1987). *El conocimiento compartido: El desarrollo de la comprensión en el aula*. Barcelona; Paídos.
- García, M. (1998). *Un estudio sobre la articulación del discurso matemático escolar y sus efectos en el aprendizaje del cálculo*. Tesis de Maestría. Cinvestav -IPN: Depto. De Matemática Educativa.
- Mopondi, B. (1995). Les explications en classe de mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, vol.15/3, 7-52.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1998). *Principles and standars for school mathematics: Discussion draf*. Reston, VA:NCTM.
- Pimm, D. (1991). *El lenguaje matemático en el aula*. Ministerio de educación y ciencia, Ediciones Morata, S. A., España.
- Pulido, R. (1998). *Un estudio teórico de la articulación del saber matemático en el discurso escolar: la transposición didáctica del diferencial en la física y la matemática escolar*. Tesis Doctoral, Cinvestav-IPN: Depto. de Matemática Educativa.
- Reséndiz, E. (2003). El papel de la variación en las explicaciones de los profesores. Un estudio en situación escolar. Memoria doctoral. Cinvestav-IPN: Depto. de Matemática Educativa.
- Tusón, A. & Unamuno, V., (1999). *¿De qué estamos hablando? El malentendido en el discurso escolar*. Revista Iberoamericana de Discurso y Sociedad. Editorial Gedisa, España, Vol.1, núm. 1.