

## LAS PRÁCTICAS SOCIALES DE MODELACIÓN EN LA CONSTRUCCIÓN DE LO EXPONENCIAL

Jaime I. Arrieta Vera; Antonio Canul Pérez  
Instituto Tecnológico de Acapulco; México  
[j\\_arrieta@hotmail.com](mailto:j_arrieta@hotmail.com)

### Resumen

La intención de la ponencia está en la dirección de presentar un estudio de las prácticas que ejercen los actores en un diseño de aprendizaje puesto en escena en el aula de matemáticas. El diseño referido se centra, no en los contenidos matemáticos en sí o en las producciones de los participantes, sino en las prácticas sociales ejercidas por los participantes utilizando herramientas y situadas en un contexto social; en este caso las prácticas sociales de modelación del enfriamiento de un líquido. Reportamos la narración de la puesta en escena en el aula de matemáticas de un diseño de aprendizaje basado en prácticas sociales de modelación de fenómenos: **“Lo exponencial: la ley de enfriamiento de Newton”**. Aquí narramos como los participantes construyen lo exponencial como herramienta al intentar comprender y predecir lo que sucede al enfriarse un líquido.

### Perspectiva Teórica

La perspectiva teórica con que se aborda la presente investigación toma al sistema social como un sistema complejo, donde los humanos aprenden al ejercer prácticas. En el sistema escolar, que es el lugar que se atiende, confluyen dimensiones que sistémicamente relacionadas conforman un todo. Las dimensiones que consideramos en este todo tienen que ver con la naturaleza social del conocimiento, su formación histórico cultural y la producción y reproducción social del mismo, la dimensión epistemológica; la cognitiva, con relación a las interacciones que da lugar el proceso de aprendizaje, las interacciones entre los actores y las interacciones con el mundo; las formas de intervención en los procesos escolares, la didáctica; que adquieren sus particularidades en contextos sociales concretos. A esta perspectiva se le ha llamado socioepistemología (Cantoral, 2000; Cordero, 2001, 2002; Cantoral y Farfán, 2002, Arrieta, 2003).

Tres características son fundamentales en el enfoque teórico con el que se aborda la presente investigación.

- 1.-La primacía de las prácticas sobre los objetos. Es en el ejercicio de las prácticas donde los artefactos son utilizados, son utilizados con intenciones situadas en un contexto, es decir, se interactúa con herramientas.
- 2.-El carácter situado de dichas prácticas. El contexto viene a ser una componente inseparable de las prácticas. Esta inseparabilidad entre contexto y práctica esta en contraste con el papel de las condiciones que facilitan o alteran las acciones.
- 3.-El carácter discursivo en la construcción social del conocimiento, las interacciones. Los humanos participan en el mundo construyendo sus conocimientos, sus realidades y sus herramientas, interactúan con el mundo y con otros.

### Metodología

Se diseñó una secuencia siguiendo la metodología de ingeniería didáctica. Diseñamos e implementamos una secuencia didáctica como montaje de ingeniería didáctica de modelación: **“Lo exponencial: la ley de enfriamiento de Newton”**.

Las adecuaciones de esta metodología a nuestra perspectiva, incluye las adecuaciones producto de que no se toma a elementos de la obra matemática como base de los

diseños sino a las prácticas sociales. De la misma manera el análisis a posteriori y las conclusiones se determinan adecuándose a las características de la investigación. Por esto el análisis de la puesta en escena de los diseñados reportados aquí se hace atendiendo más a estas particularidades, es decir, no atendiendo de forma genérica si se coincidió con lo planteado en el análisis predictivo, sino las formas particulares que adquieren las confrontaciones de las participaciones de los actores con el análisis predictivo.

#### El papel de los medios tecnológicos

Nuestro acercamiento a la modelación de fenómenos en el aula, hoy es posible, entre otras cosas, a dos cuestiones importantes, al desarrollo de los medios tecnológicos y al desarrollo teórico metodológico en el campo de la matemática educativa sobre la modelación de fenómenos. El desarrollo de los medios tecnológicos con los que se cuentan, nos permiten, ahora, tomar, organizar y manejar gráficas y datos en una forma óptima y rápida. Ya contamos con instrumentos de medición apropiados y de procesamiento de datos y de gráficas. Sin duda, el papel de los medios tecnológicos es de suma importancia, sin embargo los instrumentos no pueden desplazar el diseño de las secuencias, es decir, la incorporación de medios electrónicos, por sí mismos, no inciden en la resolución de los problemas educativos, estos juegan un papel importante dentro de un proceso donde los actores ejercen el dominio de ellos. Es decir la importancia estriba en el **para que**, en el **cómo** y en el **quienes** utilizan los medios tecnológicos. La importancia de los utensilios no es los utensilios en sí, sino el programa que orienta su uso. En este sentido más amplio es cuando los utensilios adquieren un sentido propio como amplificadores de las capacidades humanas e instrumentos de la actividad del hombre.

#### Las prácticas de modelación

En este acercamiento, socioepistemológico, la naturaleza social del conocimiento es central, se cuestiona la pretensión de caracterizar de una manera definitiva a la ciencia como un sistema objetivo de conocimiento o como un sistema cultural interpretativo, ya sea a partir de los productos científicos o del quehacer cotidiano de los científicos, visto por ellos mismos o por observadores etnográficos. Se concibe al conocimiento científico como una construcción social sujeta a ciertos procesos discursivos específicos que incluyen tanto las versiones sobre ciertos temas como la organización del discurso, las maneras de hablar, de argumentar, de analizar, de observar, de construir con palabras el resultado de la experiencia, de validar un conocimiento y de establecer una verdad, así las propias investigaciones son consideradas piezas del discurso textual y argumentativo (Candela, 1999). Existen diferentes significados de modelación en nuestra disciplina. Quisiéramos esclarecer nuestra posición sobre lo que consideramos modelación desde nuestra perspectiva. Las prácticas de modelación que se han elegido se enfocan en prácticas que se desarrollan en interacción con fenómenos (físicos, químicos, sociales, etc.), conjeturando y realizando predicciones acerca de ellos utilizando modelos. Estas prácticas no solo se han ejercido históricamente, en el plano profesional y de los problemas cotidianos actuales esta práctica es ejercida.

La presente investigación toma epistemologías de las prácticas relacionadas con el uso de la matemática como base para el diseño de situaciones didácticas. En este sentido hemos rescatado prácticas en donde se combina la intervención en la naturaleza, el trabajo y el experimento con la especulación matemática. A la estructuración discursiva de estas prácticas en el aula es lo que llamamos las prácticas de modelación como proceso de matematización en el aula.

Las actividades de modelación las distinguimos de quienes usan la modelación para fines de enseñar a modelar, a desarrollar teorías de modelación o hacer uso de ésta. Reproducimos prácticas de modelación con la intencionalidad explícita de desarrollar procesos de matematización en el aula. De esta forma nuestra perspectiva asume a las prácticas sociales como la base de nuestros diseños, en

particular tomamos como base a las prácticas centradas en los modelos numéricos y que hemos llamado la numerización de los fenómenos (Arrieta, 2002).

### La secuencia

La secuencia que se presenta ha sido producto de diferentes investigaciones y puestas en escena en diversos escenarios con profesores y alumnos. Sin embargo aquí se hace referencia a la puesta en escena en el aula de matemáticas, del diseño de aprendizaje basado en prácticas sociales de modelación de fenómenos: **“Lo exponencial: la ley de enfriamiento de Newton”**. Aquí narramos como los participantes construyen lo exponencial como herramienta al intentar comprender y predecir lo que sucede al enfriarse un líquido.

El diseño de la secuencia sigue la perspectiva teórica de la que se pueden destacar tres aspectos: la selección de las prácticas sociales sobre el lenguaje de los objetos, el carácter discursivo de la construcción social del conocimiento y las interacciones en el aula.

En consecuencia la estructuración discursiva entre las herramientas, los modelos y las realidades viene a ser central. El otro eje gira entorno a la tesis de que en el ejercicio de ciertas prácticas sociales usando herramientas es donde aparecen, se estructuran y se movilizan como argumento ciertas nociones matemáticas, como lo exponencial.

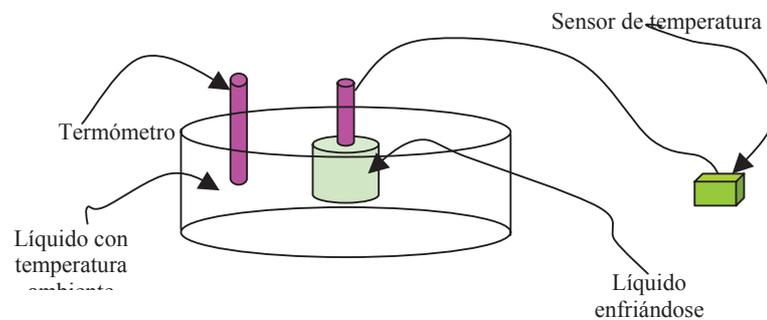
De esta forma nuestra perspectiva, la socioepistemológica, asume a las prácticas sociales como la base de nuestros diseños, en particular tomamos como base a las prácticas centradas en los modelos numéricos y que hemos llamado la numerización de los fenómenos. Partimos de un diseño experimental de enfriamiento de un líquido, se recolectan los datos, se realizan predicciones a partir de ello y se identifica lo exponencial en las tablas de datos. Las fases que en este proceso de modelación caracterizamos, no secuencialmente, son la construcción del modelo, su uso como herramienta y la formación de esquemas.

La predicción en este diseño es una práctica propuesta que al ejercerla conduce a la construcción de lo exponencial como herramienta.

La secuencia puesta en escena es la siguiente.

### Enfriamiento de un líquido

1. Con el arreglo experimental que se muestra a continuación haga uso del sensor de temperatura y tome datos de las temperaturas del líquido del tubo de ensaye cada 5 segundos y de la temperatura ambiente.



2. Describan lo que observan
3. Construyan una tabla con estos datos en la calculadora.
1. ¿Cuál será la temperatura del líquido después de 23 segundos?  
 ¿Cuál será la temperatura del líquido después de 59 segundos?  
 ¿En que tiempo el líquido tendrá una temperatura de 42 grados?  
 ¿En que momento tendrá el líquido una temperatura de 3 grados?
5. ¿Qué características tiene esta tabla?
6. Grafica el enfriamiento con respecto a la temperatura  
 ¿Qué tipo de gráfica es?  
 Encuentra la ecuación de la temperatura con respecto del enfriamiento.
7. Grafiquen los puntos haciendo uso de la calculadora.  
 ¿Qué tendríamos que hacer para que la gráfica que obtengamos sea una curva más alta que la anterior?  
 ¿Qué tendríamos que hacer para que la gráfica que obtengamos sea una curva más a la derecha que la anterior?  
 ¿Qué tendríamos que hacer para que la gráfica que obtengamos sea una curva más abierta que la anterior?
8. Encuentren una curva cuya ecuación es de la forma  $y = ab^x + c$  y que además se pegue a los datos obtenidos.

**9.- ¿Que efectos produce en la curva variar el parámetro a?**

- ¿Que efectos produce en la curva variar el parámetro b?
- ¿Que efectos produce en la curva variar el parámetro c?
10. Tenemos diferentes modelos, ¿cómo podríamos decir cual es mejor?
11. ¿Podrías hacer un esquema que relacione las características del fenómeno, de la tabla, del modelo gráfico enfriamiento–tiempo, de la ecuación y del modelo gráfico temperatura–tiempo?

	Cosa a tratar	Característica	Característica	Característica
Fenómeno				
Tabla numérica				
Gráfica Enfriamiento - tiempo				
Ecuación				
Gráfica temperatura - tiempo				
Ecuación				

**La puesta en escena**

Los participantes en esta actividad fueron cuatro equipos de cuatro estudiantes del tercer semestre de Ingeniería Bioquímica del Instituto Tecnológico de Acapulco (con una edad entre 18 y 20 años). En la selección de los estudiantes se considerarán las siguientes variables: edad, cursos tomados, grados, popularidad y personalidad. Nos interesaba que en los equipos haya un ambiente de participación, no se ejerza posiciones de liderazgo por alguno de los miembros que inhibieran la participación de los demás integrantes. Por tanto los equipos se integrarán con estudiantes del mismo grado, con edades sin grandes variaciones, con calificaciones medias y sin limitaciones para expresar sus ideas. Los actores de la puesta en escena han participado previamente en diseños sobre lo lineal y lo cuadrático. Ellos han estado familiarizados con el uso de sensores y supercalculadoras.

El arreglo experimental, contempló una cámara “móvil” (que captó los detalles en la discusión general y las discusiones en los grupos, pero especialmente el desarrollo de un equipo), una cámara fija (que captó el panorama general del aula), una grabadora por equipo (que captó las discusiones en el equipo) y material del aula (pizarrón, retroproyector, sensor de movimiento y de temperatura, y calculadoras graficadoras).

**Conclusiones**

Entre los resultados obtenidos podemos destacar los siguientes, de acuerdo a las fases del proceso que hemos definido anteriormente, la construcción del modelo identificando sus características, su uso como herramienta realizando predicciones sobre el fenómeno y la formación de esquemas.

Los estudiantes construyen como modelo exponencial una tabla de datos caracterizando lo que es exponencial en una tabla numérica, distinguiéndola de otras tablas de datos, es particular con modelos lineales y cuadráticos. La caracterización que alcanza el consenso es que la columna de la temperatura es proporcional a la columna de las razones de cambio de la temperatura con respecto del tiempo y de aquí logran plantear un modelo analítico: la ecuación en diferencias  $\frac{\Delta T}{\Delta t} = kT + b$ .

Los participantes establecen diferentes formas de predicción, entre ellos la aproximación lineal o métodos basados en aproximaciones de segundo orden.

Los actores construyen un esquema que relaciona entre sí los parámetros de los diferentes modelos con las características físicas del fenómeno.

	<b>Características de lo exponencial en el sistema</b>	<b>Parámetros</b>	<b>Parámetros</b>	<b>Parámetros</b>	<b>Métodos de predicción</b>
Fenómeno: enfriamiento de un líquido	Experimental: el enfriamiento del líquido es proporcional a la diferencia de temperaturas del líquido y del medio ambiente.	Constante de enfriamiento del líquido	Temperatura ambiente	Temperatura inicial	

Tabla numérica	$\frac{\Delta T}{\Delta t}$ proporcional a T	Constante de proporcionalidad	Temperatura inicial		Aproximación lineal o aproximación de segundo orden
Ecuación en diferencias: $\frac{\Delta T}{\Delta t} = kT + b$	Expresión de la forma $\frac{\Delta T}{\Delta t} = kT + b$ donde <b>k</b> y <b>b</b> son constantes	Coefficiente <b>k</b>	Coefficiente <b>b</b>		Manipulación algebraica de la fórmula
Gráfica: la línea recta	La recta	Inclinación de la recta	Altura de la recta		Interpolación lineal
$T = ae^{bt} + c$	Expresión de la forma $T = ae^{bt} + c$ donde <b>a</b> , <b>b</b> y <b>c</b> son constantes	Coefficiente <b>b</b>	Coefficiente <b>c</b>	Coefficiente <b>a</b>	Manipulación algebraica de la fórmula
Gráfica: la exponencial	Curva exponencial	Amplitud de la curva	Altura de la curva	Desplazamiento horizontal.	Interpolación lineal

### Bibliografía

- Arrieta, J. (2002). *Las prácticas de modelación como proceso de matematización en el aula*. Tesis Doctoral, Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav, México.
- Arrieta, J. (2002). La numerización de los fenómenos. En *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. Volumen 16*. Grupo Editorial Iberoamérica.
- Arrieta, J. y Buendía, G. (2001). El diseño de situaciones desde la perspectiva de la actividad humana. *Serie: Antologías. No. 1*, Programa Editorial de la Red Nacional de Cimates.
- Candela, A. (1999) *Ciencia en el aula*. México: Paidós Educador
- Cantoral, R. (2000). Pasado, presente y futuro de un paradigma de investigación en Matemática Educativa. En *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. Volumen 13*. México: Grupo Editorial Iberoamérica 54-62.
- Cantoral, R. y Farfán, R. (2002). Sur la sensibilité a la contradiction en mathématiques; l'origine de l'analyse complexe. *Recherches en Didactique des mathématiques*. Vol. 22, Num. 2.
- Cordero, F. (2001). La distinción entre construcciones del cálculo. Una epistemología a través de la actividad humana. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, Relime Vol. 4. Num. 2*, pp. 103-128.
- Cordero, F. (2002). Lo social en el conocimiento matemático: reconstrucción de argumentos y de significados. En *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 16*. Grupo Editorial Iberoamérica.