

ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA: HABILIDADES LÓGICAS PRESENTES EN LOS INGRESANTES AL NIVEL SUPERIOR

Edna Agostini,-Josefina Royo, Josefina-, Celia Torres, Ana Lasserre,
Mercedes Naraskevicius

Universidad Nacional de Jujuy, Argentina
perassi@cootepal.com.ar; jroyo@imagine.com.ar

Resumen

La investigación realizada por este equipo en años anteriores, mostró que en el paso del nivel primario al secundario, los alumnos carecen de ciertas habilidades lógicas necesarias para su aprendizaje matemático posterior, particularmente en lo que hace a la reversibilidad de las operaciones y a la interpretación de los textos y consignas propuestas. Estos estudios empíricos y la práctica docente de cada uno de los miembros del equipo nos llevaron a extender nuestra hipótesis de trabajo a otros niveles del sistema educativo y así nos propusimos verificar que: “los alumnos de niveles superiores del sistema educativo tienen importantes dificultades para el aprendizaje de la matemática, debido a que en los niveles inferiores del sistema no adquieren las habilidades lógicas necesarias para un óptimo manejo de las abstracciones matemáticas”. A partir de esta hipótesis, en el proyecto que iniciamos en el año 2002 nos propusimos realizar, en primera instancia, un diagnóstico de los alumnos que egresan del sistema medio e inician estudios superiores para corroborar o desestimar la idea de sus dificultades en el aprendizaje y, a partir de este estudio empírico, identificar en qué fase del proceso y con qué operaciones se presentan esas dificultades, determinando además la vinculación que pueda tener esta problemática con otras variables como ser la metodología empleada por los docentes y el nivel socio-económico de los alumnos. Se presenta ahora, al cabo de un año de trabajo, el primer avance en esta nueva investigación.

Antecedentes

La formación de las habilidades lógicas tiene gran importancia en Matemática. N. Telizina lo destaca particularmente y enfatiza sobre la necesidad de la formación de procedimientos lógicos generales. Por su parte, A. Sheinenke señala que se deben incluir los aspectos de la lógica en la enseñanza de la matemática aún en las especialidades técnicas, para mayor comprensión de esta disciplina. La investigación realizada por este equipo en los últimos tres años demostró que en el paso del Nivel primario al Nivel secundario, los alumnos carecen de algunas habilidades lógicas necesarias para un aprendizaje matemático posterior. Hemos podido probar que niños de alrededor de 13 años, edad adecuada al nivel estudiado, no tienen casi dificultades para clasificar, es decir para indicar la pertenencia o no de un objeto a un conjunto predeterminado. Sin embargo, a la hora de definir propiedades para luego clasificar una serie de elementos, lo hacen en forma muy amplia, estableciendo conjuntos donde sus límites no siempre están muy bien precisados. En cambio los jóvenes de mayor edad, que por estar en el mismo curso que los anteriores son en su mayoría alumnos que repiten el año, tienen menos dificultad en realizar una tarea de ese tipo ya que son capaces de establecer un mayor número de categorías para la clasificación y de definir las con mayor precisión. Es decir que, *por las evidencias empíricas observadas en este contexto específico*, hay una correlación directa entre la edad cronológica y la habilidad para distinguir propiedades de los objetos y además para establecer las correspondientes definiciones, al menos, con objetos no matemáticos como los utilizados en esta etapa de la experiencia. Pero, sin embargo, en estos alumnos mayores es notoria la carencia de ciertos conceptos matemáticos básicos

como el de triángulo equilátero o el de área, que los alumnos que no repiten grado, en general, manejan con soltura. Además se verificó que en ambos grupos etarios, existe una gran dificultad en la reversibilidad de las operaciones así como en la interpretación de las consignas propuestas, sean orales o escritas. Así por ejemplo, en todos los grupos donde se realizó la experiencia hubo que repetir y explicar la consigna dada en forma oral. En las consignas escritas la dificultad de comprensión fue mucho menor. El desarrollo del trabajo de investigación mencionado en los párrafos anteriores se hizo en períodos lectivos muy irregulares dada la gran cantidad de huelgas docentes que se cumplieron en la Provincia de Jujuy, lo que motivó que el ingreso de los investigadores a las escuelas se dificultara, situación que no mejoró en el corto plazo. Esta circunstancia, unida a la experiencia diaria de los investigadores que se desempeñan como profesores universitarios y de los Institutos de Formación Docente y al diagnóstico realizado a través de una encuesta aplicada en 1993, a los alumnos de 1° Año de las distintas Facultades de la Universidad Nacional de Jujuy y de los Profesorados de Matemática y Física del Instituto de Formación Docente “José E. Tello” (citado en los trabajos [4], [5] y [6]), fueron determinantes al momento de decidir encarar el estudio sistemático de: “las habilidades lógicas presentes en los alumnos que ingresan al nivel superior”.

Así uno de los objetivos de impacto que se espera es que una investigación de esta naturaleza contribuya a un mejor rendimiento de los alumnos terciarios y universitarios, no solamente en Matemática, sino en todas las otras disciplinas que conforman los respectivos Planes de Estudio.

Una deficiente formación de los alumnos en las habilidades lógicas se hace sentir particularmente en este nivel, donde la Matemática se aborda con criterio científico más riguroso, produciendo, en consecuencia, porcentajes aún más altos de fracaso y deserción. Según Otero [14] “*La formación de habilidades y hábitos es un proceso complejo que requiere de un trabajo coordinado y conjunto de los pedagogos y psicólogos*”. Como dijimos, en 1993 el equipo realizó, como una de sus primeras acciones exploratorias de la investigación, una encuesta a los alumnos ingresantes a la Universidad, los resultados pusieron en evidencia las siguientes cuestiones denunciadas por estos estudiantes:

insuficiente preparación en relación a los conocimientos básicos de Matemática
 aprendizaje elemental e incompleto (Esto se nota sobre todo en Geometría)
 práctica limitada a la repetición de ejercicios tipo
 falta de apropiación de una metodología de trabajo independiente
 incapacidad para manejar bibliografía

De alguna manera, los propios alumnos muestran que su ingreso a la enseñanza superior se hace en condiciones muy desfavorables e implícitamente estarían indicando que no tienen las habilidades necesarias para un aprendizaje efectivo en ese nivel. Evidencia entonces, como lo expresa Otero [14], una “*toma de conciencia de las dificultades de adquisición de conceptos, de comprensión de los obstáculos cognitivos o epistemológicos que impiden a un sujeto apropiarse de un saber, en un campo de conocimiento determinado*”. Estas cuestiones fueron fuertes determinantes al momento de fijar los objetivos en esta nueva etapa de investigación, los que pueden sistematizarse del siguiente modo:

- Diagnosticar en los alumnos ingresantes a la Enseñanza Superior el nivel de adquisición de habilidades lógicas u operaciones mentales necesarias para el aprendizaje de la Matemática en ese nivel
- Proponer un sistema de acciones compensatorias que estimulen el desarrollo de esas habilidades.

Sobre la misma temática, resultan sumamente esclarecedores los estudios desarrollados por las Lic. Norma Santos Marín (Universidad de las Villas) [15] y Teresa Sanz Cabrera (Universidad de La Habana)[16]. Ambas docentes cubanas ponen de manifiesto cómo la presencia o ausencia de las habilidades lógicas más elementales repercuten en los aprendizajes matemáticos de los alumnos que estudian ciencias técnicas y proponen una serie de acciones para favorecer su desarrollo. Diagnosticar las habilidades lógicas presentes en los ingresantes al nivel superior requiere precisar previamente el significado que se otorga a los conceptos de “pensamiento lógico” y de “habilidad” en general. Para Podgoriets Kaya.N.A “*El pensamiento lógico constituye un tipo de pensamiento dirigido a la solución de diferentes problemas y situaciones sobre la base de procedimientos y recursos de la lógica*”. Por su parte, Teresa Sanz Cabrera [16] sostiene “*Que en todo procedimiento lógico se destacan dos componentes, el propiamente lógico formado por el conjunto de acciones y reglas lógicas correspondientes al procedimiento y el componente específico que corresponde al contenido concreto en el cual éste se aplica.*” Para Piaget e Inhelder [13] el niño no nace con la facultad de pensar lógicamente, ni esta facultad está preformada en el psiquismo humano. “*El pensamiento lógico es la coronación del desarrollo psíquico y constituye el término de una construcción activa y de un compromiso con el exterior, los cuales ocupan toda la infancia*”. Y agregaríamos nosotros, preadolescencia. Para ellos “*la construcción psíquica que desemboca en las operaciones lógicas depende primero de las acciones sensomotoras, después de las representaciones simbólicas y finalmente de las funciones lógicas del pensamiento*”, por lo que el pensamiento lógico es “*un instrumento esencial de adaptación psíquica al mundo exterior*”. Se define como habilidad a “*la capacidad o disposición para realizar una cosa*” y como parámetros e indicadores que nos permiten precisar aún más ese significado tomamos los elementos que nos aporta la Lic. Santos Marín, es decir: forma en que se ejecuta la acción, grado de generalización, abreviación e independencia (trabajo personal autónomo) con que se realiza la acción y, finalmente, dominio de la acción misma. Para su estudio, se dividieron las habilidades mentales en dos grandes grupos: las habilidades más generales y las habilidades lógicas propiamente dichas.

Habilidades generales

Habilidad para expresarse con precisión y fluidez, verificable por el uso correcto de la simbología y el lenguaje matemático

Habilidad para trabajar con la información científica, verificable por la interpretación de textos y la identificación de datos e hipótesis

Habilidad para racionalizar el trabajo, verificable por el uso del mejor algoritmo y tablas

Habilidad para calcular y construir, verificable por la resolución de ejercicios de Álgebra y Geometría

Habilidades lógicas: Se dividen en dos grandes grupos: las vinculadas a operaciones relacionadas con los conceptos y las vinculadas a operaciones relacionadas con los teoremas. Esta clasificación no es excluyente ya que ambos tipos de habilidades están muy relacionadas entre sí. No es infrecuente que habilidades correspondientes a operaciones con conceptos requieran de habilidades correspondientes a operaciones con teoremas y viceversa. Las habilidades vinculadas a operaciones relacionadas con conceptos se subdividen en:

Habilidad de reconocer si un objeto está en la extensión de un concepto

Habilidad para la generalización de conceptos, es decir, poder hacer transferencia de ese concepto a otras situaciones que se le planteen.

Dado que en esta primera etapa del estudio sólo se ha indagado sobre algunas habilidades generales y la habilidad de reconocer si un objeto está en la extensión de un concepto, se dejará la descripción de la habilidad de generalización de un concepto y de las habilidades vinculadas con operaciones relacionadas con teoremas para cuando se encare su estudio sistemático. La habilidad de reconocer si un objeto está en la extensión de un concepto requiere que se puedan realizar las siguientes acciones:

- reconocer si el objeto posee las características esenciales que establece el contenido del concepto
- reconocer si el objeto está en una de las subclases de la extensión del concepto
- reconocer si un objeto pertenece a una clase dada, a partir del conocimiento de algunos objetos de esa clase
- reconocer si un objeto pertenece a una clase dada, a partir del conocimiento de la estructura algebraica de la misma, si es que la tiene, y si el objeto puede descomponerse en términos de otros objetos elementales y de las operaciones propias de la estructura.

Desarrollo de la investigación

A los fines del cumplimiento del primer objetivo se aplicaron hasta el momento tres pruebas a alumnos de 1º año de la Facultad de Ingeniería y del Profesorado de Matemática del Instituto de Formación Docente “J.E.Tello”. En ellas, las cuestiones a explorar estaban relacionadas con:

la clasificación y la seriación de conjuntos numéricos (el estudio que se realizó en la investigación anterior fue sobre conjuntos no numéricos) y

la explicitación de conceptos y resultados, es decir con la expresión oral y escrita de los alumnos en Matemática.

En la primera de esas pruebas, realizada por 242 ingresantes, se buscó comprobar si los alumnos podían clasificar elementos pertenecientes a distintos conjuntos numéricos. Para ese estudio se plantearon ejercicios de dos tipos:

ubicar distintos números en un diagrama de Venn, tomando como universo al conjunto de los números reales

reconocer las relaciones de inclusión existentes entre los conjuntos numéricos

En el primer tipo de ejercicio, los alumnos, en un porcentaje superior al 75%, ubicaron correctamente los números 19000; -5; 4,5 y 1/16, es decir, los números racionales, el entero y el natural. Pero, sólo el 62% ubicó correctamente el número $\sqrt{2}$, porcentaje que desciende al 46% para el número π . En relación a este último

número se debe agregar que el 45 % de los alumnos lo ubicó mal y el restante 9% no lo colocó en ninguno de los conjuntos. Ello haría suponer que los alumnos desconocen que π es un irracional. En el 2° tipo de ejercicio casi el 90% de los alumnos reconoció las relaciones de inclusión en los tres primeros casos. Nuevamente surgen dificultades con los irracionales donde sólo el 66% lo responde correctamente. En relación a la primera prueba, se debe aclarar también que al preguntárseles a los alumnos cuál de los dos ejercicios le había parecido menos dificultoso, dijeron que el 2° porque se habían orientado por el diagrama del ejercicio anterior, lo cual era una de las estrategias posibles, anticipada por el equipo de investigación. El uso de estrategias similares fue observado en los comportamientos resolutivos de los alumnos de diferentes edades y clientes de niveles educativos distintos, y no resulta demasiado llamativo que, aún en el nivel universitario, prefieran referirse a formatos más concretos, como un diagrama, antes que manejarse con elementos abstractos solamente. Esto hace que nos preguntemos si la estrategia usada es sólo una herramienta facilitadora o si, por el contrario, se constituye en prueba fehaciente de la existencia de falencias en el desarrollo del pensamiento abstracto en nuestros alumnos. Dos meses después se tomó una 2° prueba a los mismos grupos anteriores de la Facultad de Ingeniería y a otros distintos de la misma Facultad. En este caso respondieron 283 alumnos, de los cuales el 75% había realizado la prueba anterior. El test constaba de 4 ejercicios. En el primero de ellos se buscaba determinar el grado de manejo del lenguaje simbólico. La expresión dada en forma simbólica fue traducida correctamente por el 85% de los alumnos. Como la expresión dada es una regla conocida de la Aritmética, se decidió que en un test complementario que permita precisar más el estudio, se presentarán dos actividades en relación a esta temática. La primera será similar a la ya realizada pero con una expresión de uso no frecuente y la segunda será la operación inversa, es decir, traducción del lenguaje coloquial al simbólico. En el 2° ejercicio se presentó el enunciado de un teorema (Teorema de Thales) y los alumnos debían determinar los datos y lo que se quiere demostrar. El 52% de los alumnos identificó correctamente los datos, pero sólo el 27% fue capaz de indicar lo que se quiere demostrar. En este último caso, un porcentaje similar ni siquiera ensayó una respuesta. En el 3° ejercicio se daba un conjunto de cinco números y los alumnos debían definir la clase o extensión a la que pertenecían. Sólo el 17% encontró una expresión correcta para la definición solicitada, en tanto que el 25% no respondió nada. En el 4° ejercicio los alumnos debían realizar una construcción geométrica siguiendo las instrucciones del enunciado. El 38% de los alumnos realizó bien la construcción y un 22% la hizo con algún error pero evidenciando que habían comprendido lo que se debía hacer. Un 35% la hizo mal y sólo el 5% no intentó hacer. Finalmente, durante el corriente año 2003 se aplicó un nuevo test a un grupo de 251 ingresantes a la Facultad de Ingeniería. Este test se componía de 3 ejercicios. En el 1° de ellos se pedía ordenar de menor a mayor un conjunto de números dados. Dicho ejercicio tenía que ver con la operación de seriación que como ya dijimos al comentar nuestro anterior trabajo de investigación, había sido explorada en alumnos de 13 años, pero con elementos concretos y no con conjuntos numéricos. La “seriación” consiste en ordenar los elementos según sus dimensiones crecientes o decrecientes. Esta operación que no presentó dificultades a la hora de trabajar con elementos concretos, cuando se trabaja

con números requiere tener en claro los distintos conjuntos numéricos por lo que podemos asegurar que más allá de las relaciones de orden que puedan establecerse entre los números, obviamente el ejercicio es también un ejercicio de clasificación y demanda de habilidades relacionadas con los conceptos. Este ejercicio fue resuelto correctamente por el 54% de los alumnos. Casi el 50 % del resto cometió hasta 2 errores en la ordenación. En relación al test del año anterior podemos decir que se pone de nuevo de manifiesto cierto grado de desconocimiento del número π ya que menos del 40% lo ubica correctamente en la escala creciente. Nueve alumnos comenzaron la ordenación con el 0 y luego siguieron distintos criterios para ordenar los demás: por orden creciente de sus valores absolutos, ó inmediatamente después del cero los negativos y luego, los positivos. El 2° ejercicio era un ejercicio de clasificación en él que el 65% de los alumnos indica correctamente el conjunto más estricto a que pertenece un número dado. En el caso de π , sólo el 40% lo clasifica como irracional. El porcentaje también es bajo para los números 0,27 y $-12,345$. Este resultado es contradictorio con el registrado en el test N°1 e indicaría que los alumnos consideran Racionales a las fracciones y no así a los números decimales. El 3° ejercicio era una construcción geométrica. Se hizo con la intención de medir el grado de comprensión de un texto así como el manejo de ciertos conceptos de geometría. Siguiendo la construcción, los alumnos debían dibujar un triángulo, trazar la bisectriz de uno de sus ángulos, luego una perpendicular a esa bisectriz y por último una paralela a uno de los lados. El 80% de los alumnos trazó bien la bisectriz y el 41%, la paralela y sólo el 38% traza bien la perpendicular. A este respecto se observó que un número significativo de alumnos confunde “rectas perpendiculares” con “rectas secantes”, ya que traza una recta oblicua a la bisectriz. Si analizamos los resultados de las pruebas desde la clasificación de las habilidades generales, vemos que:

Dentro de las consideraciones a que hicimos referencia en el comentario del ejercicio 1 de la segunda prueba y de la construcción del ejercicio 4, podemos decir que los alumnos ingresantes a las carreras de la Facultad de Ingeniería y del Profesorado de Matemáticas poseen habilidad para expresarse con cierta *precisión y fluidez*.

El ejercicio 2 nos permite inferir que esos mismos alumnos tienen escasa habilidad para *trabajar con la información científica*.

La estrategia de resolución usada en el 2° ejercicio de la primera prueba por un número significativo de alumnos nos permite inferir que, al menos ese grupo, posee cierta habilidad para *poner en práctica una lógica de racionalización del trabajo*.

Respecto de la habilidad para *calcular y construir*, que se estudiaría a partir del ejercicio 4, se debe concluir que un porcentaje relativamente bajo (37%) realizó correctamente la construcción. Debe remarcar que el 22 % de los alumnos entendió lo que debía hacer pero hizo mal la construcción, y que el 41% restante la hizo mal o no intentó hacerla. Estos resultados estarían indicando que el nivel de desarrollo de esta habilidad es bajo.

Finalmente si analizamos las pruebas desde el punto de vista de las habilidades lógicas vinculadas con operaciones relacionadas con los conceptos, observamos que:

El test 1 probó que poseen la habilidad de *reconocer si un objeto está en la extensión de un concepto*

En relación a la habilidad para *la generalización de conceptos*, el ejercicio 3 de la segunda prueba demostró que los alumnos en general no poseen esta habilidad.

Creemos que estos resultados, si bien permiten tener una idea aproximada de las habilidades lógicas presentes en los ingresantes al Nivel superior, deben ser profundizadas a fin de lograr mayores precisiones sobre los aspectos en los que presentan mayor dificultad. Ello permitirá encarar acciones tendientes a su superación ya sea en el propio nivel terciario o universitario como en el Nivel Medio, mediante una adecuada comunicación con los docentes de ese nivel.

Bibliografía

- Agostini,E; Lasserre,A. ; Naraskevicins, M; Odstrcil, D, Royo, J; Torres Bugeau, C (2001) : Enseñanza de la Matemática. Diagnóstico de las habilidades lógicas adquiridas por alumnos de EGB III. Enviado para publicación en Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. Vol 15. GEI, México. Avance a Jun/2001
- Agostini,E ; Lasserre,A. ; Naraskevicins, M ; Odstrcil,D, Royo, J ; Torres ,C : (2000) La enseñanza de la Matemática. Sistema de habilidades lógicas y su relación con el aprendizaje de esta ciencia. En Acta Latinoamericana de Matemática Educativa. Vol 13. GEI, México. Estado de avance a Jun/99
- Agostini,E ; Lasserre,A. ; Naraskevicins,M ; Odstrcil,D, Royo,J ; Torres Bugeau,C : (2001) La enseñanza de la Matemática. Sistema de habilidades lógicas y su relación con el aprendizaje de esta ciencia. *En Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. Vol 14., GEI, México. Avance a Jun/ 2000
- Agostini,E ; Lasserre,A. ; Odstrcil,D, Royo,J ; Torres Bugeau,C : (1994) -El Curso de ingreso : Su necesidad y alcance - Trabajo presentado en V Jornadas de Articulacion entre Nivel medio y universitario en la disciplina matemática (NOA) - Universidad Nacional de Catamarca
- Agostini,E ; Lasserre,A. ; Naraskevicins,M ; Odstrcil,D, Royo,J ; Torres Bugeau,C : (1998) Lectura comprensivo-activa en la enseñanza de la Matemática. *En Actas de la XI Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa* - Pág 151 a 154 - Grupo Editorial Iberoamérica - México. - ISBN nº 970-625-175-8
- Agostini,E ; Lasserre,A. ; Naraskevicins,M ; Odstrcil,D, Royo,J ; Torres Bugeau,C : (1997) *En búsqueda de una propuesta en la enseñanza de la Geometría* - *En Investigaciones Educativas* - Victor Manuel Hanne - Salta - ISBN 987 9140
- Agostini,E ; Lasserre,A. ; Naraskevicins,M ; Odstrcil,D, Royo,J ; Torres Bugeau,C : (1998) - “Una alternativa en la enseñanza de la Matemática - *En Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. Vol 12, tomo 1. Pág 90 a 96. Grupo Editorial Iberoamérica. México. ISBN nº 970-625-206-1
- Blalock,H. (1994) Estadística social, Fondo de Cultura Económica SA de CV. México
- Campbell,D. Y Stanley,J. (1995) *Diseños experimentales y cuasiexperimentales en la investigación social*- Amorrortu Editores - Buenos Aires
- Piaget,J ; Inhelder,B. (1977) : *Psicología del niño* - Ediciones Morata - Madrid
- Otero, M. R. (2001) Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa Vol. 4, Núm. 3, noviembre, pp.267-287.
- Santos Marin, N. (1988): Sistema de habilidades lógicas relacionadas con los conceptos y los teoremas en la Matemática de las ciencias técnicas – Tesis de grado de Doctor- Universidad Central de Las Villas (Cuba) – Facultad de Matemática y Cibernética.