

USO DE TECNOLOGÍA EN EL APRENDIZAJE DE GEOMETRÍA CON GRUPOS DE RIESGO: UN ENFOQUE DISCURSIVO

Use of technology in the learning of geometry with groups at risk: A discursive approach

Alberto Arnal y Núria Planas

Universidad de Zaragoza, Universidad Autónoma de Barcelona

Resumen

Tomando el aprendizaje como participación en prácticas discursivas, presentamos un estudio sobre el aprendizaje de la Geometría en clases de secundaria con alumnado en situación de riesgo social. Bajo el supuesto del uso de la tecnología como promotor de participación, se diseñó e implementó una secuencia didáctica en un entorno de geometría dinámica. En el análisis de casos de estudiantes se consideraron aspectos cognitivos, afectivos e instrumentales de modo integrado. En este informe se ilustran dos resultados derivados del desarrollo de un caso. Por un lado, la dificultad por definir la noción de incentro se asocia a un uso del entorno informático poco significativo matemáticamente. Por otro, el rechazo a la exposición pública en la pizarra digital interactiva se asocia a la experiencia de dificultades en procesos de pensamiento matemático.

Palabras clave: aprendizaje, Geometría, uso de tecnología, alumnado en riesgo, datos de aula.

Abstract

Taking learning as participation in discursive practices, we present a study on the learning of Geometry in secondary classrooms with socially at-risk students. Under the assumption of technology-based environments acting as facilitators of participation, a didactical sequence with dynamic geometry software was designed and implemented. In the analysis of cases of students, we jointly considered cognitive, affective and instrumental aspects. For this report, we illustrate two results emerging from the construction of one case. On the one hand, the difficulty in the definition of the notion of incenter is related to a mathematically weak use of the technological environment. On the other hand, the rejection toward being publicly exposed on the interactive whiteboard is related to the experience of difficulties in mathematical thinking processes.

Keywords: learning, Geometry, technology use, at-risk students, classroom data.

INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS DEL ESTUDIO

En el marco de dos proyectos de investigación sobre la comprensión del aprendizaje y la enseñanza de las Matemáticas como participación en prácticas discursivas de aula reguladas por normas sociales y socio-matemáticas (Yackel, Gravemeijer y Sfard, 2011), nuestro equipo ha completado varios estudios (e.g., Morera, Planas y Fortuny, 2012; Chico y Planas, 2011). El trabajo que aquí presentamos comparte este posicionamiento discursivo a fin de explorar factores de influencia en la mejora de la participación matemática de alumnado en situación de riesgo social. La participación matemática se interpreta en un entorno instructivo con contenidos curriculares de geometría plana. Se pone especial énfasis en la resolución de tareas de contextualización de los puntos notables del triángulo y en las propiedades de este objeto mediante un programa de geometría dinámica. Entendemos que la detección de evidencias de mejora en la participación matemática permite detectar escenarios, oportunidades y evidencias de aprendizaje matemático (Morera, Planas y Fortuny, 2013). Al mismo tiempo, entendemos que la identificación de obstáculos a la participación

matemática permite identificar escenarios con escasa creación y aprovechamiento de oportunidades de aprendizaje matemático (Morgan y Watson, 2002).

Para la construcción de casos de alumno, se recurre a dos dimensiones cuyo análisis se corresponde con la consecución de dos objetivos científicos:

- Objetivo 1 (Dimensión instrumental) – Identificar progresos y dificultades de alumnos relativos al uso directo o indirecto de tecnología en su aprendizaje de la Geometría.
- Objetivo 2 (Dimensión afectiva) – Identificar actitudes y emociones relativas a la introducción de un entorno tecnológico en dicho aprendizaje.

En lo que sigue, resumimos nuestro enfoque teórico, la intervención didáctica para la toma de datos y el procedimiento de análisis aplicado al desarrollo de casos de alumno. Por cuestiones de espacio nos ceñimos a trabajos que conectan el aprendizaje de la Geometría con el uso de programas de geometría dinámica y a otros más generales que examinan el dominio afectivo en el aprendizaje de las Matemáticas. Consideramos las características del grupo de alumnado sobre todo en el diseño instructivo y en la interpretación de las formas de participación en el aula. Continuamos con la ejemplificación parcial del caso de Brayan y la síntesis de dos resultados obtenidos en la construcción de este caso. Acabamos con una breve discusión de acciones futuras de investigación.

ASPECTOS DE LA DIMENSIÓN INSTRUMENTAL

La incorporación de entornos tecnológicos de aprendizaje de la Geometría ha sido explorada a nivel local (e.g., Marrades y Gutiérrez, 2000) e internacional (e.g., Healy y Hoyles, 2001). Por lo general, se trata de estudios con datos proporcionados durante la implementación de secuencias didácticas diseñadas con el propósito de introducir o bien consolidar el uso de tecnología en el desarrollo de pensamiento matemático. Son trabajos con un doble fin de innovación e investigación, que documentan la planificación, diseño e implementación de secuencias didácticas junto con su análisis y evaluación. Buscan clarificar el papel que el uso de un cierto programa informático tiene en el aprendizaje y la enseñanza de la Geometría, pero los propios resultados de la investigación acaban informando sobre cómo modificar la secuencia didáctica. Siguiendo estos trabajos y la tradición del diseño experimental en educación matemática, se apunta a la importancia de la secuencia didáctica como artefacto mediador en la construcción de aprendizaje.

El diseño experimental de Morera (2013) destaca la anticipación y concreción de los tipos de orquestación durante la resolución de problemas en interacción con un programa de geometría dinámica. El uso del programa se organiza de un modo sistemático que guíe la génesis instrumental del estudiante antes y durante el desarrollo de discusiones en gran grupo. La orquestación se refiere a acciones donde hay un uso directo de la tecnología o bien donde hay un uso indirecto mediante la mención a producciones realizadas en el ordenador. Siguiendo los tipos de orquestación de Drijvers y otros (2010) y con base en el carácter mediador de la enseñanza en el aprendizaje (Mariotti, 2000), se apunta a la importancia de caracterizar la gestión que el profesor hace de las prácticas de aula. En nuestro estudio tomamos dos tipos de orquestación: ‘demostración técnica-explicación de la pantalla’, para el trabajo individual y en parejas con el programa de geometría dinámica en los miniportátiles, y ‘discusión de la pantalla-trabajo del sherpa’, para la discusión en gran grupo con la visualización en la pantalla digital interactiva de las producciones realizadas por los alumnos.

ASPECTOS DE LA DIMENSIÓN AFECTIVA

En Planas (2004) se documenta el detalle de un caso de alumno con baja participación en el aula de matemáticas y un escenario emocional frágil en relación con las expectativas de aprendizaje matemático. Este es uno de los varios casos de alumno en situación de riesgo social de los cuales se reporta una baja participación matemática generalizada. Por otra parte, Blanco, Guerrero y

Caballero (2013) señalan la existencia de diferencias en el aprendizaje matemático de estudiantes para maestro asociadas a la diversidad de escenarios emocionales experimentados. Otros trabajos del ámbito internacional confirman la fuerte relación entre participación, cognición y afecto (e.g., Leder, 2006). Del conjunto de estos trabajos, se infiere que el estudio de la influencia de los escenarios emocionales en los procesos de participación matemática en el aula constituye un modo de prever el grado posible de aprovechamiento de oportunidades de aprendizaje.

Hannula (2006) destaca el carácter psicológico y social del afecto. En el contexto de nuestra investigación, esto implica que el análisis de la dimensión afectiva requiere considerar datos sobre los procesos de razonamiento matemático, así como sobre las normas de la clase donde se desarrollan dichos procesos y sobre los participantes con quienes se comparten. En particular, la introducción de un entorno de geometría dinámica es un factor clave que modifica algunas de las normas de las aulas del estudio, ya sean sociales (e.g., los miniportátiles y la pizarra digital son recursos válidos para el trabajo individual, en pareja y en gran grupo) o socio-matemáticas (e.g., las demostraciones técnicas con el programa de geometría dinámica son matemáticamente suficientes y la explicación de la secuencia de acciones en la pantalla digital es necesaria). Cabe esperar que la introducción de nuevos instrumentos y los cambios derivados en las normas de clase provoquen cambios en la configuración de escenarios emocionales.

PARTICIPANTES, SECUENCIA DIDÁCTICA Y TOMA DE DATOS

Nuestra investigación es un estudio múltiple de casos de estudiante, vinculados entre ellos cuando pertenecen al mismo grupo clase. En primavera de 2010 se seleccionaron tres aulas de un centro de secundaria en Huesca, ubicadas dentro de los denominados programas institucionales de apoyo. Los tres profesores aceptaron implementar una secuencia didáctica de Geometría que se les proporcionó y comentó con antelación. Para los respectivos grupos, se seleccionaron un total de 4, 1 y 4 alumnos de acuerdo con criterios de bajo absentismo (apreciación del profesor), gusto por la tecnología (cuestionario inicial al alumno) y voluntad de colaborar en el estudio (entrevista informal).



Figura 1. Ejemplo de una tarea y su solución en la tercera sesión de clase

Se diseñó una secuencia didáctica compuesta por cinco actividades que, a su vez, incluían varios problemas. Para cada actividad, se elaboró un guión que se suministró a los profesores como punto de partida para que concretaran su configuración didáctica y su modo de explotación. La primera actividad, por ejemplo, versa en torno a la noción de ángulo y las regularidades que surgen de juegos sobre rebotes en paredes y caminos mínimos entre dos puntos exteriores a una recta tocando la misma. Se propone a los alumnos una aproximación inicial con lápiz y papel, seguida de una exploración con animaciones mediante el programa de geometría dinámica. Las sesiones restantes

tienen una organización similar. La Figura 1 muestra el enunciado y las fotografías de uno de los problemas en la tercera sesión. En la fotografía de la derecha, se observa que se pone de relieve la suficiencia de la solución con la intersección de solo dos bisectrices. Tras haber examinado el concepto de bisectriz como línea recta que contiene todos los puntos a igual distancia de dos laterales del patio del centro, los alumnos tienen que pensar la misma tarea para los laterales, primero con dos y luego con tres, que limitan un parque cercano con forma triangular. Así se pretende facilitar la aparición del concepto de incentro como lugar geométrico de los puntos a igual distancia de las tres paredes imaginarias que rodean el parque.

Se realizaron grabaciones de video para cada sesión de clase, con una cámara para cada alumno seleccionado. Se recogieron, además, los protocolos escritos con la resolución de las actividades. Al inicio de cada ficha para el alumno, se incluyeron preguntas para identificar actitudes y emociones previas al inicio de la sesión. Se incluyeron también preguntas intercaladas para identificar dificultades cognitivas e instrumentales en la resolución de las distintas tareas, y posibles cambios en actitudes y emociones. Al terminar cada sesión y durante el mismo día lectivo, se llevaron a cabo entrevistas individuales con los alumnos de los casos. Para cada alumno, las cinco entrevistas tuvieron un guión distinto en función de las respuestas escritas en las preguntas sobre actitudes, emociones y dificultades dentro de la correspondiente ficha. Si, por ejemplo, el alumno había insistido por escrito en la dificultad de usar adecuadamente el programa informático, se le leía su frase exacta y se le pedía que la comentara. Los tres grupos de datos (videos, protocolos y entrevistas) para un alumno son la fuente primaria en la construcción del caso.

(Se pide a una alumna en la pizarra digital que dibuje puntos equidistantes de A y B)
 Alumna: ¡Ya está! (dibuja un punto equidistante de A y B que no es el punto medio)
 Profesor: ¿Por ahí, más o menos? Medias la distancia de este punto a aquí (A) y de este punto a aquí (B) y te quedaba la misma. ¿Crees que habrá más puntos que cumplan esto?
 Alumna: Igual sí.
 Profesor: ¿Y dónde crees que estarán, más o menos?
 Alumna: Puede estar de este lado. (Señala el simétrico del marcado respecto de AB)
 Profesor: ¿Y un poquito más hacia aquí (señala AB), un punto que esté a la misma distancia de los dos?
 Alumna: Pues sí, puede ser...
 Profesor: Intenta dibujar por dónde irían los puntos que están a la misma distancia.
 Alumna: ¡He encontrado un punto! (Dibuja un nuevo punto a igual distancia de A y B, entre el primero que ha dibujado y AB)
 Profesor: ¿Y crees que habría más por aquí que estén a la misma distancia?
 Alumna: Por el medio, ¿no?
 Profesor: En el medio, sí, sí...
 Alumna: Ah, el punto medio, sí. ¡Anda, están en línea!

Figura 2. Ejemplo de episodio sobre el progreso de una alumna

Los métodos de análisis fueron cualitativos e interpretativos. Respecto al primer objetivo, para la identificación de progresos en el aprendizaje y dificultades se buscaron episodios con evidencias de comprensión y/o uso correcto o bien erróneo de un concepto o procedimiento matemático (ver un episodio en la Figura 2). Respecto al segundo objetivo, para la identificación de actitudes y emociones se asignaron valores positivos, negativos y no concluyentes a datos donde hubiera manifestaciones explícitas de afecto (e.g., “Es más divertido hacer Matemáticas con ordenador” –valor positivo; “Me cansa buscar tanta herramienta” –valor negativo; “La pizarra digital a veces está bien” –valor no concluyente), estos valores se compilaron y luego se compararon. La mirada

conjunta al total de actitudes y emociones y al total de progresos y dificultades, junto con la detección de regularidades y aspectos significativos, da cuenta de cada caso de alumno.

CONSTRUCCIÓN DEL CASO DE BRAYAN

Pasamos a explicar dos resultados para el caso de Brayan. El primero es de carácter instrumental y contribuye a la consecución del objetivo sobre identificación de progresos y dificultades en el aprendizaje de la Geometría durante la resolución de los problemas de la secuencia. A tal efecto, reproducimos parte de un episodio de la tercera sesión y lo comentamos desde la perspectiva del aprendizaje de Brayan, quien conceptualiza mal la noción de incentro bajo la influencia del procedimiento seguido con el programa de geometría dinámica. El segundo resultado es de carácter afectivo y contribuye a la consecución del objetivo sobre identificación de actitudes y emociones del alumno durante su participación matemática en el nuevo entorno tecnológico. A tal efecto, aportamos ejemplos de enunciados escritos o hablados por Brayan también en la tercera sesión, donde expresa rechazo a la exposición pública de sus razonamientos en la pizarra digital. Se trata del alumno cuyo caso se desarrolló con más detalle desde el inicio de la investigación, perteneciente a un aula distinta a la de la alumna que protagoniza el episodio de la Figura 2.

Resultado relativo a la dimensión instrumental

En el problema de la Figura 1, se está trabajando la construcción de los puntos que equidistan de los laterales del parque, dos a dos. Se ha visto que dichos puntos son construibles con el programa de geometría dinámica y que forman una línea recta que cumple las condiciones de bisectriz. A continuación, los alumnos se enfrentan a la utilización reiterada de la funcionalidad del programa que construye la bisectriz de un ángulo dados los dos lados o bien dados tres puntos que definan unívocamente el ángulo (el vértice y un punto en cada lado). El episodio que reproducimos ocurre tras el error de Brayan al proponer como incentro del triángulo ABC (ver Figura 1) “el punto medio entre A y la intersección de la bisectriz por A con el lado opuesto”. Este alumno comete otro error cuando construye mal la bisectriz con el programa de geometría dinámica al pinchar en los tres puntos en orden incorrecto. A raíz del procedimiento con el programa, se confunde.

Brayan: Ya está (ha dibujado sólo una bisectriz en su miniportátil).

Profesora: A ver... ¿en qué punto te situarías tú?

Brayan: Yo en el... (no ha dibujado un punto, sino una recta).

Profesora: Para que estés lo más lejos posible de todas las rectas, por igual claro, porque si estás más cerca...

Brayan: En la bisectriz... trazar la bisectriz y ya está.

Profesora: ¿Y cualquier punto de esa bisectriz?

Brayan: No... sí, de los tres A con B, B con C, C con A.

Profesora: Pero entonces, ¿cuántas bisectrices os estáis dibujando? (...)

Brayan: Tres (repite a un compañero, que ha utilizado tres puntos para construir una bisectriz).

Profesora: ¿Una solo? Pero entonces estarás a igual distancia de dos lados pero del tercero no... depende de dónde te pongas.

Brayan: En el medio, nos hemos puesto en medio (señala el punto medio entre A y la intersección de la bisectriz por A con el lado opuesto).

Profesora: ¿En el medio de qué? En estos puntos estarás a la misma distancia, esto es la bisectriz desde B.

Brayan: No, desde A (se refiere a que con el programa primero pincha en A, luego en B y en C para trazar la bisectriz que pasa por B).

Profesora: Desde B porque pasa por B.

Hay varios episodios en los cuales el uso del programa de geometría dinámica no supone un obstáculo a la comprensión matemática de Brayan, apareciendo más bien como un recurso útil en el desarrollo de estrategias de resolución de los problemas. No pretendemos sugerir, por tanto, que la introducción de entornos tecnológicos es en general un obstáculo al aprendizaje matemático. Sí parece razonable concluir, sin embargo, sobre la necesidad de explorar hasta qué punto los procedimientos propios de un programa informático pueden llegar a interferir en la elaboración de nociones matemáticas que son construibles con dichos procedimientos.

Resultado relativo a la dimensión afectiva

Al finalizar la discusión en torno al problema de la Figura 1 y tras haberse clarificado la noción de incentro, la profesora propone a Brayan que salga a la pizarra digital para explicar su resolución ante el resto de participantes. Al inicio de esta sesión y en otras sesiones anteriores, este alumno ha mostrado una buena disposición a atender las explicaciones de la profesora y de algunos de sus compañeros en la pizarra digital (“Cuando explican las cosas en la pizarra digital, me entero mejor del problema”) e incluso se ha manifestado a favor de ser voluntario (“Me gusta salir a la pizarra digital y que todo el mundo me pregunte cosas”). En otras sesiones, cuando está convencido de haber resuelto bien la tarea, no pone objeciones a exponerse públicamente y a usar los recursos de la pizarra digital. Aún así, se limita a ofrecer explicaciones de demostraciones técnicas mediante la pantalla sin añadir palabras de clarificación, por ejemplo cuando muestra cómo mover el vértice de un triángulo para que sea rectángulo. No obstante, en la cuarta sesión, llega a rechazar frontalmente explicar sus razonamientos mediante la pizarra digital. En relación con este momento, en la entrevista dice “Ya me estaba cansando de tanto tablet, [lo que me cansa de los tablet es] el GeoGebra...”. Es probable que las dificultades matemáticas experimentadas en la definición de bisectriz y en la de incentro, y posteriormente en la clasificación de triángulos (e.g., No consigue dibujar tres triángulos distintos según sus ángulos), hayan tenido un efecto disuasorio y de prudencia que ha modificado las preferencias de Brayan en las formas públicas de participación, y que ha supuesto un cambio en su escenario emocional.

El análisis de todos los datos en torno a Brayan pone de relieve que el rechazo al uso de la pizarra digital se prolonga más de una sesión, aunque no responde a una reacción global contra el uso de esta herramienta tecnológica a lo largo de la secuencia didáctica. Dadas las alternativas que sugiere Brayan (“Lo hago en el miniportátil”), no hay indicios de abandono de la tarea. Lo que parece estar teniendo influencia en el rechazo del alumno no es tanto la propia herramienta y las dificultades por instrumentarla, sino la función de exposición pública que se le da a la herramienta en el aula. Al respecto, puede ocurrir que no se haya dado la suficiente importancia didáctica a la explicitación y gestión de nuevas normas sociales que regulen la participación en el espacio público creado durante el uso de la pizarra digital. A Brayan se le han hecho notar varios errores matemáticos sin que se haya explicitado que la detección de errores en las producciones con la pizarra digital sirve para profundizar en la discusión de la tarea. Una de las consecuencias es que no se aprovecha todo el potencial didáctico de esta herramienta. El alumno se recluye en el ámbito privado del trabajo con el miniportátil sin que se proyecte en la pantalla de la pizarra lo que está realizando.

DISCUSIÓN FINAL Y ACCIONES FUTURAS

Uno de los principios del enfoque discursivo en nuestra área apunta a la necesidad de fortalecer la relación entre lo matemático y lo didáctico mediante opciones de investigación que resalten la incidencia del contenido matemático en la generación de explicaciones de los fenómenos que se someten a estudio. Por ello, para la ejemplificación parcial del caso de Brayan hemos tomado dos

resultados que no son ajenos a la complejidad de los contenidos geométricos que surgen en la resolución de las tareas. Entendemos que el uso más o menos significativo del entorno informático, junto con la disposición ante la exposición pública en la pizarra digital interactiva, tienen que ver con la comprensión que el alumno ha desarrollado de los contenidos matemáticos a manipular. Existe la posibilidad razonable de que el alumno haya desarrollado una interpretación estática de la noción de incentro que influya en la dificultad por usar el programa como herramienta de construcción dinámica de dicha noción. Si el incentro se concibe como una noción estática que designa un punto notable del triángulo, entonces resulta difícil imaginar el proceso de elaboración que avanza hasta un punto fijo de llegada. Algo parecido se puede argumentar con respecto a la particularidad de lo matemático en la obtención del segundo resultado.

Por otra parte, los resultados presentados en este informe indican equilibrios entre el aprendizaje matemático de Brayan, sus formas de participación mediante el uso de tecnología y su experiencia de emociones vinculadas a percepciones sobre ciertos usos del entorno tecnológico. Este alumno, cuya participación matemática había sido escasa hasta el inicio de la secuencia, mejora en ocasiones su implicación en las tareas matemáticas del aula y se muestra como alguien con capacidad de decisión y de actuación en la resolución de dichas tareas. A grandes rasgos puede afirmarse que el nuevo entorno tecnológico y la propia secuencia didáctica son favorables a la participación y al aprendizaje, aunque no de un modo absoluto. Tal como hemos documentado, el entorno tecnológico tiene un papel crítico en relación con al menos dos cuestiones: 1) se requiere aprender a diferenciar entre los procedimientos en la construcción técnica de objetos matemáticos y los procedimientos en la construcción conceptual de estos objetos; 2) se requiere acompañar la introducción de entornos tecnológicos con la actualización de normas sociales a fin de adecuar las explicaciones sobre las formas de participación válidas en los nuevos espacios que se crean.

En futuros estudios será necesario revisar los procesos de diseño e implementación de secuencias didácticas orientadas al aprendizaje de la Geometría en entornos de geometría dinámica, teniendo en cuenta algunos de los aspectos que potencian el uso matemáticamente significativo de la tecnología (e.g., Plantear actividades específicas para trabajar la distinción entre construcciones técnicas y construcciones conceptuales) y la creación de escenarios emocionales positivos (e.g., Gestionar discusiones para actualizar, ampliar y clarificar las normas sociales y socio-matemáticas propias de los tipos de orquestación y de los contenidos de enseñanza).

Con nuestra investigación y su continuidad, esperamos contribuir a consolidar el enfoque discursivo en los estudios sobre uso de la tecnología y aprendizaje de la Geometría en particular, y sobre aprendizaje de las Matemáticas en general. Al hacer hincapié en la comprensión de las relaciones entre participación, cognición y afecto, resaltamos la importancia de generar un determinado tipo de entorno para el aprendizaje. Los aspectos de regulación pública de la participación y de regulación individual del afecto no deben descuidarse en aquellos estudios que buscan caracterizar los escenarios de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas. La cuestión sobre si los avances en este sentido supondrán mejoras especialmente significativas en las condiciones de aprendizaje matemático de los grupos en situación de riesgo social queda abierta.

Agradecimientos

El trabajo de Tesis Doctoral del primer autor se inició en el marco del Proyecto EDU2009-07113 y está en fase de finalización dentro del Proyecto EDU2012-31464, ambos financiados por el Ministerio de Economía y Competitividad.

Referencias

Blanco, L. J., Guerrero, E. y Caballero, A. (2013). Cognition and affect in mathematics problem solving with prospective teachers. *The Mathematics Enthusiast*, 10(1-2), 335-365.

- Chico, J. y Planas, N. (2011). [Interpretación de indicadores discursivos en situaciones de aprendizaje matemático en pareja](#). En M. Marín, G. Fernández, L. J. Blanco y M. Palarea (Eds.), *Actas del X Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 319-328). Ciudad Real: SEIEM.
- Drijvers, P., Doorman, M., Boon, P., Reed, H. y Gravemeijer, K. (2010). The teacher and the tool: Instrumental orchestrations in the technology-rich mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 75, 213-234.
- Hannula, M. (2006). Affect in mathematical thinking and learning. En J. Maass y W. Schölglmann (Eds.), *New mathematics education research and practice* (pp. 209-232). Rotterdam, Holanda: Sense Publishers.
- Healy, L. y Hoyles, C. (2001). Software tools for geometrical problem solving: Potentials and pitfalls. *International Journal of Computer for Mathematical Learning*, 6, 235-256.
- Leder, G. C. (2006). Affect and mathematics learning. En J. Maass y W. Schölglmann (Eds.), *New mathematics education research and practice* (pp. 203-208). Rotterdam, Holanda: Sense Publishers.
- Mariotti, M. A. (2000). Introduction to proof: The mediation of a dynamic software environment. *Educational Studies in Mathematics*, 44, 25-53.
- Marrades, R. y Gutiérrez, A. (2000). Proofs produced by secondary school students learning geometry in a dynamic computer environment. *Educational Studies in Mathematics*, 44, 87-125.
- Morera, L. (2013). *Contribución al estudio de la enseñanza y el aprendizaje de las isometrías mediante discusiones en gran grupo con el uso de tecnología*. Manuscrito de Tesis Doctoral. Bellaterra: UAB.
- Morera, L., Fortuny, J. M. y Planas, N. (2012). [Momentos clave en el aprendizaje de isometrías en un entorno de clase colaborativo y tecnológico](#). *Enseñanza de las Ciencias*, 30(1), 143-154.
- Morera, L., Planas, N. y Fortuny, J. M. (2013). Design and validation of a tool for the analysis of whole group discussions in the mathematics classroom. En B. Ubuz y otros (Eds.), *Actas del VIII Congreso de la European Society for Research in Mathematics Education* (en prensa). Antalya, Turquía: ERME.
- Morgan, C. y Watson, A. (2002). The interpretative nature of teachers' assessment of students' mathematics: Issues for equity. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33(2), 78-110.
- Planas, N. (2004). [Metodología para analizar la interacción entre lo cultural, lo social y lo afectivo en educación matemática](#). *Enseñanza de las Ciencias*, 22(1), 19-36.
- Yackel, E., Gravemeijer, K. y Sfard, A. (Eds.) (2011). *A journey in mathematics education research: Insights from the work of Paul Cobb*. Dordrecht, Holanda: Springer.