

PARTICIÓN NUMÉRICA EN PERSONAS CON SÍNDROME DE DOWN

Numerical partition in people with Down syndrome

Alicia Bruno y Aurelia Noda

Universidad de La Laguna

Resumen

Este trabajo presenta cómo alumnado con síndrome de Down realiza tareas de partición numérica. Se ha seguido una metodología cualitativa, a través de entrevistas individuales a seis personas con síndrome de Down (tres adolescentes y tres adultos) sobre tareas de partición numérica que respondían a cinco niveles de dificultad. Los resultados indican que para cinco de las seis personas entrevistadas, los conocimientos numéricos procedimentales que poseen no se corresponden con una correcta ejecución de las tareas de partición. Lo que implica una débil comprensión de las reglas del sistema de numeración decimal.

Palabras clave: *partición, sistema de numeración decimal, síndrome de Down.*

Abstract

This paper presents how pupils with Down syndrome performed tasks of numerical partition. It has followed a qualitative methodology, through individual interviews with six people with Down syndrome (three teenagers and three adults) about numerical partition tasks that respond to five levels of difficulty. The results show that for five of the six people interviewed, numerical procedural knowledge does not correspond to the proper execution of the tasks of partition. This implies a weak understanding of the rules of the decimal numeral system

Keywords: *partitioning, decimal numeral system, down syndrome.*

INTRODUCCIÓN

El aprendizaje de las matemáticas es una tarea compleja para las personas con síndrome de Down (SD a partir de ahora). Su discapacidad intelectual se manifiesta con dificultades para abstraer y generalizar lo que hace que la propia materia se convierta en un reto para el aprendizaje. Las deficiencias que manifiestan con la memoria (a corto y largo plazo) y en el procesamiento del lenguaje, implica que tengan que realizar esfuerzos superiores a la población sin discapacidad para adquirir el vocabulario matemático y para comprender conceptos. Además, pueden manifestar frustración debido a sus bajos éxitos en la materia (Pueschel, 2002).

Sin embargo, en los últimos años se ha conseguido que logren aprender conceptos matemáticos de diferentes niveles de educación infantil y primaria, con una atención escolar temprana, adaptaciones curriculares, metodologías personalizadas e integración en las escuelas, aunque con una gran variabilidad entre ellos. Estas metodologías implican secuencias individualizadas, con numerosa práctica, apoyos con materiales concretos y/o visuales, uso del ordenador o actividades relacionadas con contextos cotidianos (De Graaf y De Graaf, 2006; Faragher y Brown, 2005; Gaunt, Moni y Jobling, 2012; Ortega, 2004).

Las principales investigaciones sobre el aprendizaje matemático de personas con SD se sitúan en el campo numérico, en especial en la adquisición del concepto de número. Los estudios iniciales mostraron que los niños con esta discapacidad carecían de comprensión de los principios del conteo y que solo repetían lo que habían aprendido de memoria (Gelman y Cohen, 1988). Investigaciones posteriores han señalado que estos niños pueden aprender a contar, aunque estas habilidades están muy relacionadas con sus capacidades lingüísticas (Caycho, Gunn y Siegal, 1991; Porter, 1999). Diferentes investigadores comparten la idea de que las deficiencias en numeración de las personas con SD refleja una inadecuada enseñanza, más que una falta de capacidades para aprender (Porter, 1999; Buckley, 2007).

En trabajos previos sobre el conocimiento de las operaciones de suma y resta de números con dos dígitos en alumnado con SD encontramos que detrás de los errores que cometían los alumnos se reflejaba una escasa comprensión del valor posicional (Noda y Bruno, 2009). Por ello, continuamos realizando una investigación amplia para profundizar en la comprensión del sistema de numeración decimal por parte de esta población. En esta comunicación, nos centramos en la habilidad para realizar particiones de números, aspecto básico para entender el valor posicional de los números.

EL SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL

El sistema de numeración decimal se desarrolla lentamente a lo largo de la escolaridad y exige una instrucción cuidadosamente diseñada que tenga en cuenta los diferentes principios que rigen su funcionamiento. Steffe, Cobb y Von Glasersfeld (1988) resaltaron que para comprender el valor posicional es necesario adquirir estructuras conceptuales que lleven a considerar 10 (decena) como una unidad, al tiempo que mantiene su numerosidad, es decir, entenderla como una *unidad compuesta numérica*. Posteriormente, se adquiere la idea de *unidad compuesta abstracta* que permite coordinar decenas y unidades, abstrayendo la numerosidad de la unidad.

Jones y otros (1996) proponen un marco para desarrollar y evaluar la adquisición del conocimiento numérico de números de varios dígitos, que consta de cinco niveles de pensamiento en los que es necesario desarrollar actividades de cuatro constructos: *contar*, *agrupar*, *particionar* y *ordenar*.

Nivel 1. Pre-valor posicional. Piensan en términos de unidades individuales. Carecen de estructuras de agrupamiento. Poseen una concepción limitada de la partición.

Nivel 2. Valor posicional inicial (< 100). Se inicia la comprensión del valor posicional de las cifras, lo que lleva a moverse hacia el uso de las decenas como una unidad (unidad compuesta numérica).

Nivel 3. Desarrollo del valor posicional (<100). Muestran estructuras de *unidad compuesta abstracta*. Capacidad para formar dos representaciones numéricas basadas en decenas y unidades y para operar o comparar las dos representaciones al mismo tiempo.

Nivel 4. Extensión del valor posicional (<1000). Desarrollan la unidad numérica compuesta como la *unidad compuesta abstracta* para estructuras de 100. Se generan soluciones mentales, que a menudo incorporan estrategias que integren contar, repartir, agrupar y ordenar.

Nivel 5. Valor posicional esencial (hasta 1000 o superior). Comprensión coordinada de los cuatro constructos y preferencia por la representación mental antes que por las representaciones de papel y lápiz o las físicas.

La investigación que estamos realizando toma como sustento teórico este marco para evaluar el conocimiento del sistema de numeración decimal y para diseñar secuencias de aprendizaje a largo plazo. En esta comunicación exponemos la evaluación de tareas de *partición* en alumnado con SD, en cada nivel de los anteriores.

La partición numérica es la descomposición de un número como suma de otros menores que él. Saber particionar números de diferentes formas es un indicador de flexibilidad en las representaciones mentales de los números y de comprensión del valor posicional. Resnick (1983) distingue entre partición única y múltiple de los números de varios dígitos. La partición única se produce en la etapa inicial del aprendizaje y se refiere a la descomposición en decenas y unidades de los números, es decir, entender 56 como 5 decenas y 6 unidades o bien, 50 más 6. La partición múltiple ocurre cuando se usan particiones no *estándares*, como entender 56 como compuesto de 3 decenas y 26 unidades, o 2 decenas y 36 unidades. Adquirir la partición requiere una reflexión sobre la estructura de los números de varios dígitos, además requiere aplicar nociones de adición y entender las relaciones parte-parte-todo.

OBJETIVOS Y METODOLOGÍA

El objetivo del trabajo que se presenta es evaluar los logros y las dificultades de personas con SD para realizar actividades de partición de números, en los diferentes niveles del marco de Jones y otros.

Se presentan los resultados de entrevistas individuales realizadas a seis personas con SD (tres adolescentes y tres adultos), elegidos por tener conocimiento de los números de dos dígitos. Los adolescentes están integrados en Institutos de Enseñanza Secundaria (IES) y los adultos trabajan en un Taller de Encuadernación promovido por la Asociación Tinerfeña de Trisómicos 21 (Tenerife).

Los seis entrevistados reciben diariamente, en esta Asociación, apoyo escolar de distintas materias, entre ellas matemáticas. En este contexto educativo se realizaron las entrevistas. La tabla 1 muestra la edad y situación de las seis personas entrevistadas.

Tabla 1. Características de los seis alumnos con SD entrevistados

	A1	A2	A3	A4	A5	A6
Edad	16	16	17	25	26	36

Sexo	M	V	M	M	M	M
Actividad	Integrado IES	Integrado IES	Integrado IES	Taller Apoyo escolar	Taller Apoyo escolar	Taller Apoyo escolar

Las entrevistas fueron semiestructuradas y videograbadas en sesiones de 45 a 60 minutos. El tiempo se adaptó a la actitud del estudiante (se observó si mostraban desmotivación o cansancio en el desarrollo de cada sesión). El protocolo de las entrevistas tuvo dos partes:

Parte 1

Ejercicios numéricos que tenían como objeto evaluar procedimientos numéricos (escribir y leer números, algoritmos de suma y resta).

Parte 2

Actividades numéricas presentadas, principalmente, con materiales o en contextos, correspondientes a los cinco niveles y los cuatro constructos mostrados en el apartado anterior. En la tabla 2 se muestran las tareas propuestas para la partición en los cinco niveles, con los indicadores usados.

Tabla 2. Indicadores de partición y tareas en los 5 niveles

Nivel 1. *Prevalor posicional*

P1. Descomponer de diferentes formas números menores que 10.

Tareas

T1.1 Darle un número con el material Heviniere-Lebert (HL) y pedirle diferentes formas de construirlo.



T1.2 Con monedas de céntimos de euros (de 1, 2 y 5 céntimos), separar una cantidad concreta de céntimos (menor que 10).

T1.3. Mostrarle diferentes bolsas de caramelos que contienen 1, 2, 3, 4 caramelos) y pedirle que separe 5, 6, 8 caramelos.

Nivel 2. *Valor posicional inicial*

P2. Formar números de varios dígitos de diferente forma, descomponiendo en decenas y unidades.

Tareas

T2.1 Mostrarle diferentes bolsas de caramelos que contienen 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, y 10 caramelos) y pedirle que coja 35 caramelos o 65 caramelos.

T2.2 Se presentan tarjetas de números del 1 al 10. Se pone otro montón boca abajo de tarjetas con números de dos dígitos. Se destapa una tarjeta del montón boca abajo. Elegir cartas del 1 al 10, cuya suma sea el número de dos dígitos.

T2.3 Ana compra golosinas y tiene que pagar 68 céntimos de euro. Darle monedas de 10, 5, 2

y 1 céntimo.

Nivel 3. *Desarrollo del valor posicional*

P3.1. Formar números de varios dígitos de diferente forma (<100).

P3.2 Encontrar la parte desconocida de un número (<100).

Tareas

T3.1 Descomponer el número 37.

T3.2 Debe haber 34 ¿Cuántos están escondidos?



T3.3 Estamos preparando una fiesta de cumpleaños. Tenemos 40 globos, pero necesitamos 65 ¿Cuántos globos más necesitamos?

Nivel 4. *Extensión del valor posicional*

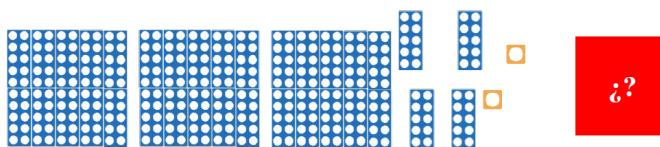
P4.1. Formar números de varios dígitos de diferente forma (<1000).

P4.2. Encontrar la parte desconocida de un número (<1000).

Tareas

T4.1 Descompones el número 468.

T4.2 Debe haber 462 ¿Cuántos están escondidos?



T4.3 Sonia había contado 134 sobres. Tiene que contar 277 ¿Cuántos sobres le faltan por contar?

Nivel 5. *Valor posicional esencial.*

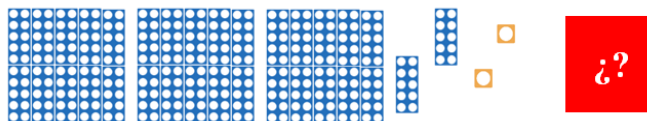
P5.1. Formar números de varios dígitos de diferente forma (incluso > 1000).

P5.2. Preferencia por la representación mental antes que por representaciones de papel y lápiz o físicas.

Tareas

T5.1 Descompón 1565 de diferente manera.

T5.2 Debería haber 424 ¿Cuántos están escondidos? (mentalmente)



T5.3 En la fiesta de Navidad se encargan 824 dulces. En la dulcería venden cajas de 10 dulces, de 100 dulces o sueltos. Di diferentes formas en las que nos pueden dar los dulces.

RESULTADOS

Conocimiento numérico procedimental

La tabla 3 recoge los resultados de la parte 1 de las entrevistas sobre la realización de procedimientos numéricos. Se planteó leer, escribir y encontrar el anterior y posterior de un número

dado. Se comenzó con números de un dígito y si la respuesta era correcta se aumentaba el tamaño de los números. En las sumas y restas se siguió el mismo procedimiento hasta llegar a sumas de 4 dígitos. Se indica en la tabla el tamaño de los números hasta los que respondieron con corrección. El objetivo de estas cuestiones era tener un referente para saber hasta qué nivel de tareas se esperaba a priori que podían responder y contrastar los resultados en las tareas de partición.

Sus habilidades numéricas no tienen relación con la edad. Todos los alumnos tienen conocimiento, al menos, hasta 100 en lectura y escritura de números, y algunos conocen hasta el millón. Los conocimientos de suma y resta son variables entre los alumnos. Por ejemplo, A2 es capaz de hacer sumas con llevadas hasta números de cuatro dígitos y sin embargo, realiza las restas (sin llevadas) utilizando una recta numérica.

Tabla 3. Conocimiento de procedimientos numéricos de los seis alumnos

Procedimientos	A1	A2	A3	A4	A5	A6
Escribir números	<1000	<100	<100	<1000000	<1000000	<1000
Leer números	<10000	<1000	<100	<1000000	<1000000	<1000
Conocer n° anterior y posterior	<10000	<10 <100 solo el posterior	<20	<100	<1000	<100
Sumar y restar sin llevadas	Números con 4 dígitos	Suma números de 4 dígitos. Resta con recta numérica	Números con 2 dígitos	Números con 4 dígitos	Números con 4 dígitos	Números con 4 dígitos
Sumar y restar con llevadas	Números de 4 dígitos	Suma con dificultades. No resta	No	Suma números con 4 dígitos. No resta	Suma números con 4 dígitos	Suma números con 4 dígitos

Nivel de pensamiento ante tareas de partición

Nivel 1. Las alumnas A3, A4 y A6 no realizaron las tareas de descomponer números menores de 10 (indicador P1, tabla 2) y no demuestran estrategias para particionar. Así, para descomponer el 8 con el material HL, eligen las piezas del 10 y 3, o del 8 y 6... y las colocan encima del 8, sin advertir que son mayores; o al preguntarles por el número formado por las piezas del 7 y 1, la alumna A6 no reconoció la partición, sin embargo, A3 y A4 reconocen la partición mostrada, pero recurren a contar de uno en uno para saber la cantidad de fichas. Estas tres alumnas realizan algoritmos de la suma y la resta con números de varios dígitos (parte 1 de la entrevista), sin embargo, no han transfieren hacia contextos no algorítmicos, la idea de que se pueden formar números como la suma de otros dos (con el material, con caramelos o con dinero). Dada su forma de responder en el Nivel 1, no se les propuso actividades de nivel superior.

Los alumnos A1, A2 y A5, realizan las particiones de todas las tareas de nivel 1 sin dificultad y con rapidez. Usan la estrategia de buscar siempre números menores que el que deben descomponer y dan diferentes formas de descomposición para el mismo número. A2 usa la estrategia de “contar todo” para comprobar la partición que ha realizado, mientras que A1 y A5 emplean hechos numéricos.

Nivel 2. El alumno A2 tuvo dificultades en las tareas de este nivel, las cuales implicaban la descomposición de números menores de 100, y no reconoció la partición en decenas y unidades (indicador P2, tabla 2). Aunque es capaz de contar de 10 en 10 hasta 60, al realizar los problemas con las bolsas de caramelos y las monedas, contó erróneamente. En algunas ocasiones, al contar, o formar números, nombraba las decenas como si fueran unidades. Por ejemplo, contaba las bolsas de 10 caramelos, indistintamente como un caramelo o como 10 caramelos. Esto muestra inconsistencias en su aprendizaje, ya que la misma representación la consideraba como unidades o como decenas. En este alumno se esperaba resultados más débiles en partición debido a que su conocimiento de la resta está iniciándose con números de dos dígitos. Por esta razón no se le pidió responder a las actividades del siguiente nivel.

Las alumnas A1 y A5 descomponen sin dificultad números menores de 100. La alumna A1, no reconoce la partición inicial en decenas y unidades, sino que usa una estrategia más básica, sumando unidades. El número 34 (T2.2), lo formó sumando $10+3+7+1+1+2+2+1+1+6$ y en el problema T2.3 para pagar 68 céntimos recurrió al algoritmo por pasos ($10+10=20$; $20+10=30$; $30+10=40$; $40+10=50$; $50+10=60$; $60+5=65$; y añadió 3 monedas de 1).

La alumna A5 particiona con mucha seguridad números menores de 100, emplea hechos numéricos básicos y utiliza siempre las decenas como unidades de conteo ($54 = 10+10+10+10+5$; $35 = 10+10+10+5$; $35 = 10+10+5+5+5$). Con las tarjetas de números, al ver el 58 comentó: “5 de 10 y una de 8”.

Nivel 3. La alumna A1 manifestó dificultades en la partición de números menores de 100 (P3.1, tabla 2) y para encontrar la parte desconocida de un número menor que 100 (P3.2, tabla 2). En la tarea T3.2, al presentarle con el material HL el número 24 y pedirle la cantidad escondida para tener 34, no sabía cómo averiguarlo, y en el problema T3.3, conseguir 60 globos si ya tenemos 40, no entendía que 40 es parte de 65. Por su forma de razonar en este nivel 3, no realizó actividades de nivel superior.

La alumna A5 piensa con flexibilidad y de forma sistemática cuando descomponen números de dos dígitos, sobre todo con materiales. Ante la actividad de encontrar la parte escondida para obtener 34 si ya tenemos 24 (T3.2) respondió 10 mentalmente y no necesitó escribir ni tocar el material. Sin embargo, en el problema T3.3 no mostró esta flexibilidad mental (entendiendo 40 como parte de 65), sino que utilizó el algoritmo de la resta de manera correcta.

Nivel 4. La alumna A5, manifiesta habilidades para representar y particionar números de tres dígitos de diversas maneras (P4.1, tabla 2) y para buscar la parte escondida de un número (P4.2, tabla 2) con el material, sin embargo no lo hace mentalmente, sino que recurre al algoritmo de la resta para encontrar la solución (277-144) y no utiliza ninguna estrategia para buscar una respuesta aproximada sin escribir. Es decir, no muestra usar las decenas y centenas como unidades de conteo.

Nivel 5. La alumna A5, descompone números mayores de 1000 de diferentes formas y de forma correcta (P5.1, tabla 2), sin embargo, no es capaz de reconocer mentalmente una centena como 10 decenas, y tampoco manifiesta una preferencia por resolver las tareas mentalmente (P5.2, tabla 2). Ante la tarea T5.2, se le muestra con material 322 y cuenta “100, 200, 300, 310, 320, 322, pero para encontrar la parte desconocida necesita escribir el algoritmo (424-322). En el problema de los dulces (T5.3), su única estrategia fue escribir al algoritmo para encontrar la solución, sin pensar mentalmente en términos de decenas y centenas.

CONCLUSIONES

Hemos encontrado una variabilidad en las respuestas de partición en el grupo de alumnos con SD analizados, como consecuencia de sus diferentes niveles iniciales. Las tareas de particionar les resultaron, en general más complejas que las tareas de procedimientos de escribir, leer números o realizar algoritmos de suma y resta, en las que se sintieron más seguros (están más habituados a realizar estas últimas). De hecho, tres de los seis alumnos fueron incapaces de responder las actividades de particionar del nivel 1 con números menores que 10, a pesar de conocer los números hasta el 100. Lo que demuestra la necesidad de realizar un aprendizaje específico de este constructo, si se quiere mejorar su comprensión del sistema de numeración decimal.

Es característico de esta población el preferir realizar procedimientos repetitivos, por lo que las actividades abiertas de partición, algunas de las cuales tienen diferentes soluciones, suponen un reto importante para ellos que se refleja en mayor inseguridad en las respuestas.

Las personas con SD tienen dificultades con la memoria a corto y largo plazo, por lo que son más vulnerables para aprender los hechos numéricos de las sumas y restas de un dígito. Esto hace que las particiones sean más complejas, porque la búsqueda de cada partición les supone un proceso más costoso, como el “contar todo”. La alumna A5, que llegó al nivel 5, demostró tener un dominio de los hechos numéricos que le permitía realizar muchas particiones de un mismo número de manera abstracta y con materiales.

Los resultados de estos alumnos muestran un distanciamiento entre la habilidad para realizar procedimientos numéricos y la adquisición de estructuras conceptuales que les lleva a considerar 10 como una unidad, aspecto fundamental para la comprensión del valor posicional. En los alumnos de nivel más bajo, su conocimiento de los números de dos dígitos no va unido a una concepción que les permite ver la unidad y las decenas en la representación que leen y así, encontrar una parte de la totalidad. No han adquirido la noción de 10 como unidad compuesta numérica y mucho menos como unidad compuesta abstracta.

La alumna A5 contestó correctamente las tareas de partición, salvo aquellos que implican manejar mentalmente y con soltura las centenas, decenas y unidades (lo que ayuda a usar con flexibilidad la centena como 10 decenas). Los resultados de esta alumna son alentadores porque muestran que no se debe poner techo al conocimiento sobre el sistema de numeración decimal que puedan adquirir los alumnos con SD. Es necesario realizar con ellos cambios en las metodologías y en los diseños instruccionales, poniendo más peso en aspectos conceptuales que les permitan avanzar en este constructo, objetivo que estamos poniendo en práctica en estos momentos.

Agradecimientos

Este trabajo forma parte del proyecto EDU2011-29324: Modelos de competencia formal y cognitiva en pensamiento numérico y algebraico de alumnos de primaria, de secundaria y de profesorado de primaria en formación. Ministerio de Ciencias e Innovación, Madrid.

Referencias

- Buckley, S. (2007). Teaching numeracy. *Down Syndrome Research and Practice*, 12(1), 11-14.
- Caycho, L., Gun, P., y Siegal, M. (1991). Counting by children with Down' Syndrome. *American Journal on mental Retardation*, 95(5), 575-583.
- De Graaf, E., y De Graaf, M. (2006). Aprendiendo matemáticas elementales: estudio de caso de un niño holandés. *Uno*, 43, 57-67.
- Faragher, R., y Brown, R.I. (2005). Numeracy for adults with Down syndrome: It's a matter of quality of life. *Journal of Intellectual Disabilities Research*, 49(10), 761-765.

- Gaunt, L., Moni, K., y Jobling, A. (2012). Developing numeracy in young adults with Down syndrome: a preliminary investigation of specific teaching strategies. *Journal on Developmental Disabilities*, 18(2), 10-25.
- Gelman, R., y Cohen, M. (1988). Qualitative differences in the way Down syndrome and normal children solve a novel counting problem, In Nadel, L. (Ed.), *The Psychology of Downs' Syndrome* (pp. 51-99). Cambridge, MA: MIT Press.
- Jones, G., Thornton, C., Putt, I., Hill, K., Mogill, A., Rich, B., y Van Zoest, L.R. (1996). Multidigit Number sense: a Framework for instruction and assessment. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(3), 310-336.
- Noda, A., y Bruno, A. (2009). Conceptos, procedimientos y errores en las operaciones de suma y resta en alumnos con síndrome de Down. En M.J. González, M.T. González y J. Murillo (eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 333 - 344). Santander: SEIEM.
- Ortega, J. M. (2004). *Nuevas tecnologías y aprendizaje matemático en niños con síndrome de Down*. Tesis Doctoral publicada en el Boletín Oficial de la Universidad de Jaén.
- Porter, J. (1999). Learning to count: A difficult task? *Down Syndrome Research and Practice*, 6(2), 85-94.
- Pueschel, S. M. (2002). *Síndrome de Down: Hacia un futuro mejor: Guía para padres*. Masson S.A. Santander: Fundación Síndrome de Down de Cantabria (2ª edición). Barcelona.
- Resnick, L. (1983). A developmental theory of number understanding. En Ginsburg, H.P. (Ed.), *The developmental of mathematical thinking* (pp. 110-151). New York: Academic Press.
- Steffe, L.P., Cobb, P., y Von Glasersfeld, E. (1988). *Construction of Arithmetical Meanings and Strategies*. New York: Springer-Verlag.