

## Resignificación del pH por Medio de la Covariación de Progresiones Geométricas y Progresiones Aritméticas

Miguel Romero y Marcela Ferrari

UAEH, UAG.

México.

Campeon6mx@yahoo.com , marcela\_fe@yahoo.com.mx

Pensamiento variacional – Nivel Medio Superior

### Resumen

En este artículo, que halla su sustento en la Teoría de Situaciones (Brousseau, 1986), se presentan los avances de nuestra investigación sobre la resignificación del pH, proponiendo el empleo de la relación entre progresiones aritméticas y geométricas para lo cual estamos desarrollando una Ingeniería didáctica. Este estudio se realiza en el CBTAs N° 152<sup>1</sup>, del Estado de Hidalgo, México, con alumnos de segundo semestre de los bachilleres en las especialidades: Agropecuario, Administración y Contabilidad Rural, e Informática Agropecuaria. La problemática que estamos atendiendo en el defasaje entre los contenidos de los cursos de Química y Matemáticas de estos planteles ya que Química 2 (Segundo semestre), incorpora la determinación del pH como noción importante, tarea que requiere el empleo de los logaritmos, concepto que es abordado en el curso de matemáticas del cuarto semestre.

### Introducción

En la última reforma curricular de los CBTAs, acaecida a mediados de los ochenta, se plantearon varios cambios en los contenidos de los programas de estudio de materias como Química y Matemáticas. Uno de estos cambios, que consideramos significativo y punto de partida de esta investigación, fue la exclusión de la noción de logaritmo en los programas de Matemáticas de los primeros semestres en tanto que los mismos son utilizados en cursos como el de Química 2 aun antes de que este tema sea abordado escolarmente.

El estudio de este defasaje entre los contenidos de Química y de Matemáticas, se realiza en el C.B.T.a. N° 152, donde los alumnos del 2° semestre de los Bachilleres en las especialidades: Agropecuario, Administración y Contabilidad Rural, e Informática Agropecuaria se enfrentan, en su programa de Química 2, a la determinación de pH tarea que requiere el empleo de logaritmos. Sin embargo, los logaritmos, como objeto de estudio aparecen en los programas de matemáticas correspondientes a cuarto semestre. Esto ocasiona que los estudiantes realicen los cálculos del pH con el empleo de la calculadora, desconociendo completamente esta poderosa herramienta matemática y por tanto, sin oportunidad de darle significado. Se refuerzan así, las prácticas algorítmicas.

Este hecho motiva, dado los conflictos a los que se enfrentan los alumnos a la hora de realizar los cálculos y que presenciamos en el quehacer docente diario, nuestro interés por aportar argumentos matemáticos alternativos en la clase de Química, que permitan a los alumnos comprender con mayor amplitud el concepto de pH al abordar la naturaleza propia de los logaritmos desde su definición como relación entre una progresión geométrica y una aritmética, tema que desarrollaremos más adelante.

---

<sup>1</sup>. Centro de Bachillerato Tecnológico agropecuario N° 152

## **Antecedentes**

Nuestro interés en la problemática planteada surge de observaciones cotidianas de distintos grupos de alumnos en nuestro carácter de profesores de Química. En este sentido, una de las fuentes que antecede a esta investigación, lo constituye la propia experiencia adquirida en el C.B.T.a. N° 152, misma que proporcionó evidencias surgidas de exploraciones iniciales y de experiencias en el salón de clases. Esto nos permitió detectar la falta de significación y la mecanización en el cálculo del pH, noción química que utilizan los logaritmos.

A su vez, encontramos aportes interesantes para nuestro trabajo en Confrey (1995) y Lezama (1999) quienes identifican como un obstáculo epistemológico, la enseñanza de estructuras multiplicativas desde las aditivas y el uso de las primeras para introducir la potenciación a la hora de generalizar hacia el carácter funcional de las exponenciales y de allí inferir relaciones con logaritmos a través de funciones inversas.

Consideramos también como un importante referente de esta investigación el trabajo de Ferrari (2001) donde se documenta y discute la “dislexia” entre la presentación aritmética y funcional de los logaritmos en el discurso matemático escolar. Esto debido a que el abordaje de la funcionalidad de los logaritmos raya en lo axiomático, ya que no existen elementos en el discurso escolar que suavicen el pasaje de lo aritmético a lo analítico en el tratamiento de este concepto.

Así, nuestro punto de partida es la hipótesis epistemológica planteada en Ferrari (2001), en donde se establece que definir a los logaritmos como la relación entre una progresión geométrica y una aritmética, elemento que permitió la adecuación de los logaritmos a varios paradigmas y contextos, podría ser una fuente de resignificación de los mismos.

En este sentido, nos interesa resignificar el concepto de pH bajo estos supuestos y para ellos diseñaremos secuencias matemáticas apoyadas en el estudio y análisis de las progresiones aritméticas y geométricas. Sin embargo, el principal objetivo de este proyecto de investigación, es buscar evidencias de que, la relación de estas progresiones podría ser un argumento para enriquecer la construcción escolar de las funciones logarítmicas.

## **Discusión de la noción de pH**

El pH es presentado a los alumnos de Química 2 como:

*El pH es el logaritmo negativo de la concentración de iones hidrógeno o hidronio*  
$$pH = -\log H^+$$

75-76)

(Ocampo, 1992, pp.

Su importancia radica en que los valores del mismo determinan si una solución es ácida, alcalina o neutra y son los efectos que puede tener tanto en química como en suelos. En la primera, nos ayuda a diferenciar un ácido de una base (hidróxido); en cambio en suelos, dependiendo de los valores de pH nos proporciona información sobre los nutrientes que

están disponibles y sobre los cultivos que prosperan mejor y como consecuencia tengan mejores rendimientos, empleándose también en la clasificación de suelos.

En Ortiz (1990) se define el pH como la característica del suelo más comúnmente medible. Es el criterio más ampliamente usado para juzgar si el suelo es ácido o alcalino, recordemos que pH con valor de 7 es neutro, menores de 7 es ácido y mayores de 7 es alcalino.

Por otro lado, los ácidos y las bases se clasifican en fuertes y débiles basándonos en la concentración de iones hidronio y iones oxhidrilo, es decir, en función del pH y del pOH.

### **Aplicaciones del pH**

El contexto en que los alumnos se enfrentan al pH, varía de acuerdo a la orientación de su Bachillerato. En particular nos interesan las aplicaciones que el mismo posee en el tratamiento de suelos, tema propio del Bachillerato en especialidades: Agropecuario, e Informática Agropecuaria, en Administración y Contabilidad Rural que se lo aborda sólo en Química 2, donde se realiza esta investigación.

Se desea transmitir en este curso la importancia de la influencia del pH sobre el aprovechamiento de los nutrientes para las plantas. La mayor parte de los nutrientes se aprovechan mejor en el rango de pH de 6.0 a 8.5 como son: Nitrógeno, Fósforo, Potasio, Azufre, Calcio y Magnesio. En cambio para pH de 5.0 a 7.0 se aprovechan mejor por las plantas los nutrientes: Hierro, Manganeso, Boro, Cobre y Zinc, y para pH de 7 en adelante se aprovecha el Molibdeno.

Los cultivos prosperan mejor cuando el pH de la tierra es apropiado, considerándose que muchos de ellos se desarrollan mejor con pH entre 5.5 y 7 (Garman, 1980).

También el pH se emplea en la clasificación de suelos como son: Suelos salinos, Suelos sódico-salinos y suelos sódicos no salinos (Richards, 1980)

Los valores bajos de pH pueden ayudar en la conservación de los alimentos de dos maneras: directamente, inhibiendo el crecimiento microbiano, e indirectamente, a base de disminuir la resistencia al calor de los microorganismos, en los alimentos que vayan a ser tratados térmicamente (Chapman & Hall, 1996)

Como observamos, el uso que en estos Bachilleratos se le confiere al pH, trasciende las clases de Química donde se lo presenta.

### **Discusión matemática del problema de investigación**

La hipótesis epistemológica de partida que se plantea en Ferrari (2001), nos lleva a recordar las progresiones en juego, para luego, establecer su covariación y definir los logaritmos así como su relación con el pH donde su uso busca facilitar las operaciones que se requieren al manipular compuestos químicos.

Según Baldor (1998), uno de los libros recomendados en los cursos de matemáticas del C.B.T.a 152, las progresiones son series que corresponden a sucesiones de términos formadas de acuerdo con una ley, clasificándolas en: aritméticas y geométricas.

Una progresión aritmética es toda serie en la cual cada término después del primero se obtiene sumando al término anterior una cantidad constante llamada razón o diferencia. Así, 1, 3, 5, 7..... es una serie cuya ley es que cada término se obtiene sumando 2 al término anterior. En tanto que, un progresión geométrica es toda serie en la cual cada término se obtiene multiplicando el anterior por una cantidad constante que es la razón. Por ejemplos, 1, 2, 4, 8 ... es una serie cuya ley es que cada término se obtiene multiplicando por 2 el término anterior

Sin embargo, nos interesa, la relación entre las progresiones aritméticas y geométricas dan vida a los logaritmos. Su argumento inicial fue facilitar cálculos, en particular, “multiplicar sumando”. En química, se introducen los logaritmos con este fin ya que las concentraciones de compuestos químicos oscilan entre  $10^{-14}$  y 1.

Recordemos que el valor de pH es igual al logaritmo negativo de la concentración de iones hidrógeno lo cual involucra la relación entre moles y volumen. Los moles corresponden a los pesos moleculares, expresados en gramos, de cualquier elemento o compuesto; en tanto que la concentración molar (M) se refiere al número de moles (n) existentes por unidad de volumen (V).

Si consideramos el volumen constante y seguimos una progresión geométrica para los valores de moles, vemos que pH se ajusta a los valores de progresión aritmética. Para ello estudiaremos a modo de ejemplo construimos esta tabla

TABLA DE MOLES, VOLUMEN, CONCENTRACIÓN Y VALORES DE pH

<b>n</b>	<b>V</b>	<b>M</b>	<b>pH</b>
$2 \times 10^{-2}$	0.1	$2 \times 10^{-1}$	0.6989
$2 \times 10^{-3}$	0.1	$2 \times 10^{-2}$	1.6989
$2 \times 10^{-4}$	0.1	$2 \times 10^{-3}$	2.6989
$2 \times 10^{-5}$	0.1	$2 \times 10^{-4}$	3.6989
$2 \times 10^{-6}$	0.1	$2 \times 10^{-5}$	4.6989
$2 \times 10^{-7}$	0.1	$2 \times 10^{-6}$	5.6989

En la tabla anterior **n** representa el número de moles y la fórmula para determinarlos corresponde a:  $n = m/PM$  donde **m** representa la masa en gramos de la sustancia y **PM** representa peso molecular de la misma expresado en gramos/mol. De tal manera que al aplicar la fórmula las unidades quedan como moles. Se hace la aclaración que los valores de la tabla en cuestión corresponden a la concentración de iones hidrógeno presentes en una sustancia ácida.

Como se ha mencionada el pH nos indica la acidez o alcalinidad de las sustancias dependiendo sus valores, que son: de 0 a 6.9 es ácido, 7 es neutro y mayor de 7 hasta 14 es alcalino y el pH se determina con la fórmula:  $pH = -\log H^+$ .

Para estudiar estas relaciones entre acidez y alcalinidad utilizaremos una tabla de valores más sencillos donde se evidencie la relación entre la concentración de hidrógenos y OH con el pH.

M	pH	↑ ácido	alcalino ↓	M	pH
$10^0$	0			$10^{-7}$	7
$10^{-1}$	1			$10^{-8}$	8
$10^{-2}$	2			$10^{-9}$	9
$10^{-3}$	3			$10^{-10}$	10
$10^{-4}$	4			$10^{-11}$	11
$10^{-5}$	5			$10^{-12}$	12
$10^{-6}$	6			$10^{-13}$	13
$10^{-7}$	7	$10^{-14}$	14		

Vemos que para aumentar una unidad de pH de un componente químico, por ejemplo de 4 a 5, sumamos una unidad en la columna derecha, en tanto que en la columna izquierda dividimos por 10 para pasar de  $10^{-4}$  a  $10^{-5}$ , por lo tanto disminuyó su concentración molar 10 veces.

En este sentido, para pasar de una sustancia ácida a una neutra deberíamos disminuir la concentración de iones hidrógenos ( $H^{+1}$ ). Con esta acción aumentan simultáneamente los iones oxidrilos ( $OH^{-1}$ ). Vemos que de 7 en adelante aumenta la concentración  $OH^{-1}$ , registrándose la mayor concentración hacia el valor de 14 para el pH.

En las columnas de la izquierda se representa los cambios en la acidez de una sustancia química afectados por la concentración de iones hidrógenos o hidronio. Se observa que la acidez aumenta hacia los valores menores de pH, coincidiendo con el aumento de la concentración (M) molar.

En las columnas de la derecha se representa los cambios en la alcalinidad de una sustancia química afectados por la concentración de iones  $OH^{-1}$  u oxidrilos. Se observa que la alcalinidad aumenta hacia los valores mayores de pH, coincidiendo con la disminución de la concentración (M) molar de los hidrógenos y un aumento en la concentración molar de iones oxidrilos.

### A manera de conclusión

Estos cambios de acidez y alcalinidad o basicidad se pueden estudiar al considerar los cambios de concentración que pueden ser realizados con la relación entre una progresión geométrica (en las columnas izquierdas) y una progresión aritmética (en las columnas derechas).

Cambios unitarios en el pH de una sustancia se repercute por cambios de orden diez, esto es, disminuir diez veces la concentración molar provoca que el pH aumente una unidad.

Todas estas ideas y nociones que hemos presentado en este artículo son parte del análisis preliminar de la Ingeniería Didáctica que estamos desarrollando. Este estudio del pH, donde está presente la relación entre las progresiones geométricas y aritméticas, es un argumento interesante para construir la noción de los logaritmos en otro contexto y por ende resignificar el pH que es la noción central de esta investigación.

## Referencias Bibliográficas

- Artigue, M. (1995). Ingeniería Didáctica. En Pedro Gómez (ed), *Ingeniería Didáctica en Educación Matemática. Un esquema para la Investigación y la Innovación en la Enseñanza y el Aprendizaje de las Matemáticas*. México, Una empresa docente, Grupo Editorial Iberoamérica.
- Baldor, A. (1998). Álgebra, Décima Sexta Reimpresión. México:Publicaciones Cultural.
- Brousseau, G. (1986). Fondements et Methodes de la Didactique des Mathematiques,*Recherches en Didactique des Mathematiques*, 7(2),33-115
- Chevallard, Y. (1995). *La Transposición Didáctica*. Buenos Aires, Argentina: Aique.
- Confrey, J. (1995). Splitting, Covariation, and their role in the development of exponential functions. *Journal for Research in Mathematics Education* 26(1), 66-86
- Ferrari, M. (2001) *Una Visión Socioepistemológica. Estudio de la Función Logaritmo*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Lezama, J. (1999) *Un Estudio de Reproductibilidad: El Caso de la Función Exponencial*. Tesis de Maestría no publicada. Área de Educación Superior, Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN, México.
- Richards, L.A. (1980). *Suelos Salinos y Sódicos*. México. Editorial Limusa..
- Ortiz, V. Y Carlos Ortiz, S. (1990). *Edafología*. México. Editora: V.A. Gómez Cuevas. Universidad Autónoma Chapingo.
- Ocampo G. A. Y colaboradores. (1992). *Fundamentos de Química 3*. México. Publicaciones Cultural.
- Willard. H. G. (Traducido por Rodríguez de la Torre, 1980). *Manual de Fertilizantes*. México. Editorial Limusa.