

## El Computador en la Clase de Matemáticas: Desde lo Dinámico y lo Semiótico

Walter F. Castro y Hugo F. Pardo

Pontificia Universidad Javeriana

Colombia

wcastro@puj.edu.co

Pensamiento matemático Avanzado – Nivel superior

### Resumen

En esta investigación se utilizó un enfoque que permitió explorar los conceptos propios del curso de ecuaciones diferenciales ordinarias, ofrecido para los estudiantes de la Facultad de Ingeniería de la Pontificia Universidad Javeriana, Cali, Colombia, considerando los modelos teóricos propuesto por Godino y Batanero; la propuesta de Vergnaud, y los esquemas de representación de Brown. Se utiliza el computador como “*instrumento mediador*” (soportado en las potencialidades del software MatLab) que favoreció trabajar con instancias de modelación de las ecuaciones diferenciales en contextos propios de la Ingeniería, desde una perspectiva dinámica de las ecuaciones y otra semiótica desde el diseño de actividades para los estudiantes.

### Introducción.

La forma tradicional en la cual las ecuaciones diferenciales ordinarias se han enseñado en la mayoría de las universidades colombianas, corresponde a un enfoque en donde se enfatizan los procedimientos algorítmicos-algebraicos prestando poca atención al uso de modos, entidades y esquemas de representación que ayuden a configurar una “*comprensión conceptual*” en donde las matemáticas, los problemas de ingeniería, los recursos tecnológicos y los métodos de indagación científica confluyan en una sola actividad orientada didácticamente.

Con el propósito de explorar la configuración de un modelo de enseñanza que hiciera uso de las potencialidades del computador, se decidió implementar, en la Pontificia Universidad Javeriana, Seccional Cali, Colombia, una experiencia-orientada semióticamente- en donde los objetivos propuestos estaban alrededor de favorecer el aprendizaje de las ecuaciones diferenciales ordinarias mediante la ampliación de su campo semántico, vía el uso del software MatLab para relacionar apropiadamente los enfoques gráficos y numéricos, entrelazados de manera compleja con los conceptos matemáticos motivo de estudio, dentro de un marco referencial de aplicaciones de las ecuaciones, provenientes de los campos de interés para los estudiantes de ingeniería, creando en la clase un ambiente de indagación que motiva al alumno, quien encuentra la posibilidad de participar vía la mediación del computador.

### Perspectiva teórica.

Existe evidencia considerable que apoya que un enfoque gráfico ayuda a los estudiantes a ganar una comprensión conceptual sin afectar necesariamente su habilidad para tratar con la simbolización correspondiente. (Heid, K 1988; Palmier, 1991).

La relación entre los signos usados para codificar el conocimiento y los contextos empleados para establecer los significados de los signos, ha sido estudiada por muchos autores, tales como Ogden (1923), Peirce (1931), Saussure (1974), Fish (1980), entre otros.

Aunque sus estudios no están directamente relacionados con las matemáticas, sus hallazgos se pueden usar para explicar la forma en que los seres humanos damos sentido al cuerpo de conocimientos llamado matemáticas.

Para Duval, es necesario distinguir entre los objetos matemáticos y sus representaciones para alcanzar la comprensión matemática. Para lograr este objetivo, se requiere el uso de diferentes representaciones (Duval 1993). Duval define estas representaciones así:

*Las representaciones semióticas son producciones constituidas por el uso de signos que pertenecen a un sistema de representación, que tiene sus propias restricciones de significado y función.*

*Vergnaud (1990) considera el concepto como una 3-upla*

- Referencia: Conjunto de situaciones que dan sentido al concepto.
- Significado: Conjunto de invariantes sobre los cuales se basan las operaciones.
- Significadores: Conjunto de formas lingüísticas y no lingüísticas que permiten la representación del concepto, sus propiedades, situaciones y procedimientos.

Vergnaud enfatiza esta terna para promover un crecimiento cognitivo; parece que Vergnaud coincide con Saussure (1974) quien asegura que un “signo es una combinación reconocible de un significador con un significado particular”; Vergnaud también afirma que el significado no puede reducirse ni al significador ni a las situaciones.

Godino y Batanero (1998) bosquejan un modelo teórico que comprende tres entidades elementales que corresponde a la terna de Vergnaud:

- Entidades ostensivas: Todo tipo posible de representación usada en matemáticas, tales como: Símbolos, gráficas, tablas, diagramas, etc.
- Entidades Extensivas: Problemas, fenómenos y aplicaciones.
- Entidades Intensivas: Ideas matemáticas, generalizaciones, abstracciones, procedimientos, y teorías.

Además de:

- Entidades actuativas: Acciones que son llevadas a cabo por los estudiantes para resolver los problemas, tales como generalizaciones, operaciones, descripciones, etc.

Igualmente usamos la propuesta de Brown (1997) quien usa cuatro esquemas para explicar cómo las personas relacionan las acciones a los resultados.

- **Aperceptual:** Los objetos se ven como objetos en sí mismos, sin ninguna referencia. La expresión  $x^2+y^2=1$  se ve como un conjunto de letras sin ningún significado.
- **Apresentacional:** El mundo está formado por símbolos; la expresión  $x^2+y^2=1$  se considera la representación de un círculo.
- **Referencial:** El uso de imágenes mentales relacionadas con el símbolo  $x^2+y^2=1$ .
- **Interpretacional:** Comprende el conjunto de estrategias personales que relacionan imágenes con símbolos.

Los dos investigadores consideran que las representaciones ostensivas permiten 1) expresar y comunicar (estructuras mentales y operaciones) 2) manipular (transformaciones de representaciones) y 3) objetivar (los sistemas semióticos independizan las producciones de los propios sujetos).

### **La experiencia de enseñanza.**

Al inicio del semestre, se aplicó un examen de diagnóstico cuyos propósitos, fueron, primero, el de caracterizar los modos, las entidades y los esquemas de representación usados por los estudiantes para dar cuenta de los conocimientos matemáticos, y segundo, el de usar esta información en la planeación de las actividades propuestas a los estudiantes en el curso de ecuaciones diferenciales ordinarias.

Las preguntas en el examen fueron clasificadas de acuerdo con una matriz de orden tres: la primera dimensión consideraba los modos de representación de Janvier: simbólica, numérica, gráfica y verbal; la segunda dimensión consideraba las tres entidades propuestas por Godino y Batanero, y la tercera, los esquemas de representación de Brown.

Para clasificar las respuestas de los estudiantes se utilizaron redes sistémicas para cada una de las preguntas y para cada estudiante. Un número considerable de estudiantes utilizó procesos simbólicos para dar respuesta a las preguntas, sin importar que la gráfica ofrecida en la pregunta diera suficiente información para responder satisfactoriamente.

Los resultados hicieron evidente que los estudiantes recurrían principalmente a entidades ostensivas -de tipo simbólico- de representación, enmarcadas dentro del esquema. Apresentacional para expresar ideas matemáticas y conceptos; esto se constituyó en un buen comienzo para implementar nuestra propuesta de promover el uso de modos, entidades y esquemas de representación en situaciones de enseñanza en donde las matemáticas, los problemas de ingeniería, los recursos tecnológicos y los métodos de indagación científica confluyeran en una sola actividad orientada didácticamente vía el uso de un software.

Esto nos permitió sistematizar la forma en la que diseñamos las instancias iniciales de enseñanza de las ecuaciones, así como los objetivos y las actividades propuestas a los estudiantes.

### **Acciones tomadas para afrontar el diseño de actividades.**

Basados en las condiciones halladas al inicio de la experiencia, decidimos llevar a cabo el siguiente programa

Clase	Prácticas	Tareas para entregar	Exámenes
Resumen, introducción, teoría, ejemplos trabajados con la ayuda del computador en donde éste se usa para ilustrar, cambiar el modo de representación y verificar.	Ejercicios que: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Pueden ser trabajados con el computador.</li> <li>• Pueden ser trabajados sin el computador.</li> <li>• Deben ser trabajados con el computador.</li> </ul>	Tareas que ofrecen al estudiante la oportunidad de usar procedimientos, gráficas y tablas para dar respuesta a cuestiones planteadas, que a la vez traen a colación conceptos matemáticos y aplicaciones provenientes de la ingeniería.	Exámenes cortos se proponen a los estudiantes de tal suerte que pueden ser resueltos con o sin computador, reforzando el uso de: modos, entidades y esquemas de representación.

Las actividades para el estudiante promueven el uso de entidades y modos de representación, mediados por el computador y orientados a promover un avance ascendente en la escala de los esquemas de representación.

El computador en el salón de clase no es útil sin un apropiado entorno de aprendizaje (ambiente interactivo constituido por alumnos, profesor, monitor, conocimiento y recursos) diseñado para promover el aprendizaje y la enseñanza; la “*comprensión conceptual*” comprende una componente cognitiva, una tecnológica y una social.

Si bien no se efectuó un estudio fenomenológico de los sistemas de prácticas estudiantiles, ni de la discriminación de los significados personales, sí se hizo un registro permanente de algunos elementos característicos del proceso de “*comprensión*” conceptual, lo cual fue útil para clarificar el nivel de apropiación de las prácticas interpretativas.

La frecuencia, efectividad y oportunidad de los modos y entidades de representación, usados por los estudiantes, fue motivo de indagación y sujeto a registro por parte del docente; esta información diaria se utilizó como insumo para planear actividades que abordaran los aspectos deficientes evidenciados en las producciones escritas y orales de los estudiantes.

El docente hizo todo esfuerzo posible para mantener un ambiente activo de participación, de tal suerte que el entorno de aprendizaje estuviese sintonizado con los objetivos del curso, con las dificultades de los estudiantes y con los objetivos de la propuesta de indagación.

La propuesta de evaluación final de los estudiantes, contó con un trabajo final llamado Proyectos, que debían ser elaborados por los estudiantes en grupos de hasta tres, básicamente consistían en modelos matemáticos para problemas provenientes del campo de la ingeniería, y que debían ser explorados y resueltos con la ayuda del software MatLab y de los programas dfield5 y pplane5 del profesor John Polking (2003).

Al finalizar la experiencia, se llevó a cabo una encuesta, una entrevista focalizada y un examen técnico. Este último recabó información sobre las competencias desarrolladas por los estudiantes y motivadas por la experiencia; y se diseñaron ejercicios que exigieran de los estudiantes la puesta en juego de los modos y las entidades de representación. Los ejercicios podían ser resueltos sin la ayuda del computador, pero uno estaba disponible para ser usado por los estudiantes que lo solicitaran.

De acuerdo con el examen final de salida, se hizo evidente que los estudiantes habían “avanzado” desde el esquema Apercceptual, en el cual estaban ubicados al inicio de la experiencia, hasta el umbral del esquema Referencial.

### **Referencias Bibliográficas**

- Brown, T. (1997). *Mathematics Education and Languages. Interpreting Hermeneutics and post-Structuralism*. Dordrecht: Kluwer.A.P.
- Duval, R. (1993). Registres de présentations sémiotiques et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Science Cognitives* 5, 37-65.
- Fish, S. (1980). *Is There A Text In This Class? The Authority Of Interpretive Communities*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Godino, D. y Batanero, Carmen. (1998). *Funciones semióticas en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas*. Documento presentado en el IX Seminario de Investigación en Educación Matemática (SIEM) de la Sociedad portuguesa de Investigación en Educación Matemática. Guimaraes.
- Heid, K (1988) Resequencing skills and concepts in applied calculus using the computer as a tool. *Journal for Research in Mathematics Education* 19, 3-25.
- Ogden, Charles K y Ivor A Richards (1923). *The Meaning of Meaning*. London: Routledge y Kegan Paul.
- Palmiter, J.R. (1991). Effects of Computer Algebra Systems on Concept and Skill Acquisition in Calculus. *Journal for Research in Mathematics Education* 22, 151-156.
- Peirce, Charles Sanders. (1931-58): *Collected Writings* (8 Vols.). (Ed. Charles Hartshorne, Paul Weiss y Arthur W Burks). Cambridge, MA: Harvard University Press.
- John C. Polking. (2003). Información disponible en : <http://math.rice.edu/~polking/>.
- Saussure, Ferdinand de ([1916] 1974): *Course in General Linguistics* (trans. Wade Baskin). London: Fontana/Collins
- Tall, D. (1996). Functions and Calculus. En A.J. Bishop et al(Eds): *International Handbook of Mathematics Education* (pp. 289-325). Dordrecht : Kluwer A.P.
- Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des mathématiques*, 10 (2,3) 133-170.