

## Las Prácticas de Hacer Semejanzas en los Triángulos y la Emergencia de las Razones Trigonométricas

Hipólita Patricio, Carlos A. García y Jaime L. Arrieta

Facultad de Matemáticas, Universidad Autónoma de Guerrero  
México

hipabu13\_fm@yahoo.com.mx

Socioepistemología – Nivel Medio, Superior

### Resumen

Desde nuestra perspectiva, la construcción del conocimiento está vinculada con el ejercicio de las prácticas sociales (Arrieta, 2003). Así, las herramientas trigonométricas, en particular el seno, se encuentran asociadas a las prácticas donde son utilizadas. La herramienta seno, se encuentra relacionada con diferentes prácticas, que en uno u otro contexto son prioritarias. Por ejemplo, la herramienta seno como modelo periódico se encuentra asociado a las prácticas de comunidades de ingenieros en electrónica, mientras que en otras comunidades el seno es utilizado como razón de dos lados de un triángulo rectángulo. La forma en cómo vive en contextos escolares, muestra que generalmente no es utilizada como herramienta y que aún cuando se introduce como razón trigonométrica el seno esta desligado de la práctica de hacer semejanza con triángulos.

### Introducción

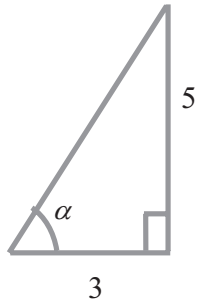
El artículo es parte de una investigación en proceso, que intenta relacionar las herramientas trigonométricas con prácticas específicas que dan cuenta, de su construcción y su sentido en el quehacer de diferentes comunidades. En esta relación establecemos que las herramientas trigonométricas, como el seno, están ligadas a prácticas de diferente naturaleza.

Desde nuestra perspectiva, la construcción del conocimiento está vinculada con el ejercicio de prácticas sociales (Arrieta, 2003). Esto implica que cuestionamos el “conocimiento” que se adquiere de forma tradicional, en el salón de clases, donde el profesor enseña y el estudiante aprende, apartado de las problemáticas extraescolares y de la interacción con los demás. Los estudiantes sólo reciben y el profesor aporta.

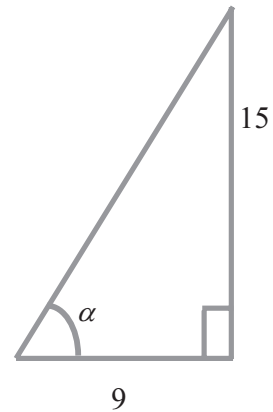
Los estudiantes podrán resolver diferentes ejercicios planteados por el profesor y por el libro de texto, podrán aprobar sus exámenes, pero no movilizan este conocimiento en diferentes escenarios, como los planteados en la vida cotidiana o en otras ciencias (Arrieta, 2003).

Planteamos que hay un divorcio entre las prácticas de hacer semejanzas con los triángulos y las razones trigonométricas en situaciones escolares como herramienta para intervenir. En este contexto, elaboramos una situación, donde comprobamos nuestras afirmaciones.

Se pide a los actores que coloquen en el paréntesis el número que crean conveniente.



( )



( )

1. Sen  $\alpha = 0.8574$
2. Sen  $\alpha = 0.1111$

Fueron encuestados once estudiantes de tercer año de la licenciatura en matemáticas de la Facultad de Matemáticas de la UAG. Ellos, han cursado cursos de álgebra, trigonometría, geometría analítica y sintética, cálculo en una y varias variables, y han mostrado un aprendizaje eficiente de acuerdo al sistema escolar vigente.

Las respuestas dadas por los once estudiantes, se ubicaron en dos categorías, obteniendo los siguientes resultados:

Alumnos	Respuestas posibles	Resultados
<b>11</b>	1 y 1	0
	1 y 2	7
	2 y 1	4
	2 y 2	0

Observamos que, las respuestas de los alumnos no corresponden a las respuestas esperadas tradicionalmente. Puesto que los dos triángulos son semejantes, el valor del seno del ángulo  $\alpha$  es el mismo, sin embargo, no se obtuvieron respuestas en este sentido.

Es de nuestro interés analizar las formas en que, los alumnos, argumentan sus respuestas y los elementos en que se apoyan.

Algunos de los argumentos, utilizados para justificar su respuesta fueron los siguientes. Seis alumnas argumentaron, basándose en el valor de los catetos, cuatro alumnas, se refirieron “a valores pequeños, que corresponden a números pequeños”, dos alumnas responden, que a

números grandes corresponde resultado pequeño. Mientras que, tres alumnas argumentaron en base al tamaño del triángulo. Dos alumnas precisaron que contestaron al azar, porque no les alcanzó el tiempo para analizarlo detenidamente. De esta forma, confirmamos que la semejanza no es un argumento para determinar el seno de un ángulo. El discurso indica que el “conocimiento” que han adquirido en el contexto escolar no es utilizado.

### **Las razones trigonométricas**

En la investigación bibliográfica buscamos cómo son tratados los temas en los libros más frecuentemente utilizados en el nivel medio superior en las escuelas del estado de Guerrero, México. Realizamos una investigación en los libros de Baldor (1981), y Valiente & Valiente (2002).

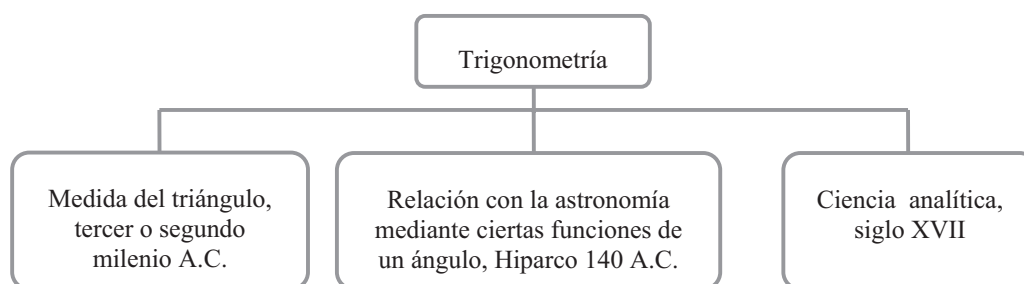
Baldor (1981), define las relaciones trigonométricas como razones, por ejemplo, el seno, es la razón entre la hipotenusa y uno de los catetos en un triángulo rectángulo. Al final del tema plantea una serie de ejercicios y problemas.

Valiente & Valiente (2002), define las razones trigonométricas de la misma manera. Estos autores introducen las razones trigonométricas, como la relación entre los lados de un triángulo.

El tema de las razones trigonométricas está contenido en tercer grado de secundaria. Con la intención, de develar las formas en que viven las herramientas trigonométricas, se realizaron algunas entrevistas entre profesores de secundaria y encontramos que, en general, los profesores no abordan el tema, por ser uno de los últimos.

### **Una sola entidad, diferentes prácticas asociadas**

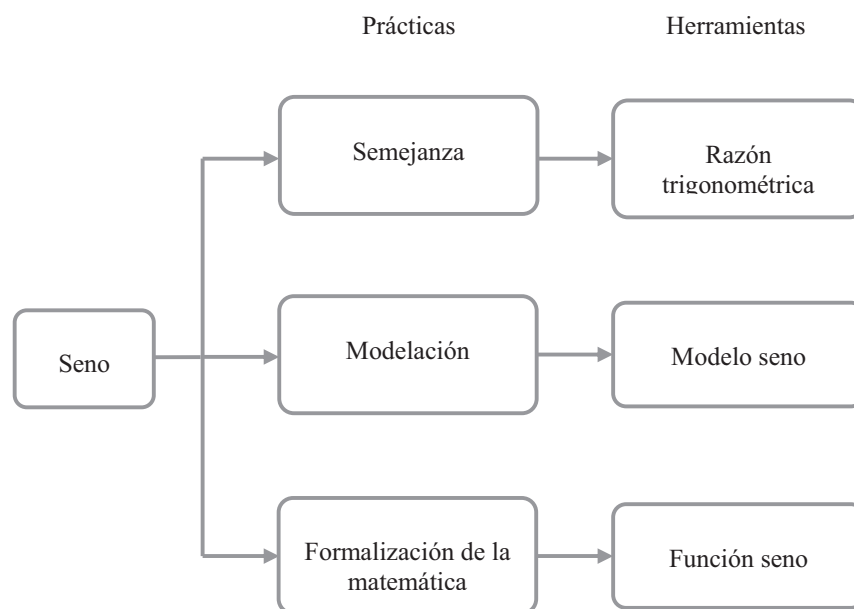
De acuerdo con Smith (1980) podemos ver la trigonometría de tres maneras distintas



Sin embargo, esta clasificación de las diferentes formas que adquiere la trigonometría está en relación a cuestiones temporales, nuestro análisis epistemológico tendrá que contemplar las prácticas donde la trigonometría ha sido y es utilizada. Así, por ejemplo, el seno es utilizado en diferentes comunidades para realizar sus tareas. En comunidades de arquitectos podemos encontrar actividades que están relacionadas con la semejanza y el seno es empleado como una razón entre dos lados, mientras que en comunidades de ingenieros electrónicos la modulación de ondas utiliza al seno como un instrumento periódico, como una onda. En comunidades de

Matemáticos la función seno cobra importancia en la formalización de la estructura matemática.

En base a la relación de prácticas y herramientas podemos proponer un esquema



Esta vinculación entre las prácticas y las herramientas que son utilizadas en su ejercicio podemos relacionarlas con las prácticas del sistema escolar,

Destacamos cuatro momentos de las herramientas trigonométricas en el contexto escolar

1. Las razones trigonométricas se introducen como razones entre lados de triángulos rectángulos. De esta manera, las razones trigonométricas, tienen especial relevancia puesto que se conservan invariantes cuando los triángulos cambian su tamaño y conservan las proporciones. O sea el seno es invariante respecto a la semejanza. Los ejercicios y problemas propuestos se basan en utilizar esta razón invariante en diferentes triángulos, de esta manera, las razones trigonométricas son utilizadas como herramientas para situaciones donde la semejanza es la práctica.

Abordar las herramientas trigonométricas como razones de lados de triángulos rectángulos plantea limitaciones, por ejemplo no se contempla ángulos negativos o mayores de noventa grados, puesto que los ángulos de un triángulo rectángulo están entre cero y noventa grados. Pero lo que es fundamental, el seno no es visto como un modelo periódico.

2. Las funciones trigonométricas son generalizadas a partir del círculo unitario. Esta práctica generaliza a las funciones trigonométricas y establece un puente entre las razones trigonométricas y los modelos trigonométricos como modelos de periodicidad.

3. Las funciones trigonométricas son utilizadas como modelos de la periodicidad, es decir las herramientas trigonométricas son empleadas para modelar fenómenos periódicos. De esta manera, por ejemplo, se modela a través del seno el movimiento de un péndulo.

4. Las series de senos y cosenos son empleadas para modelar fenómenos periódicos como las ondas electromagnéticas, la cuerda vibrante o la transmisión del calor.

### **Problemática y perspectiva teórica**

La perspectiva teórica con que se aborda la presente investigación toma al sistema social como un sistema complejo, donde los actores aprenden al ejercer prácticas. En el sistema escolar, que es el lugar que se atiende, confluyen dimensiones que sistémicamente relacionadas conforman un todo. Las dimensiones que consideramos en este todo tienen que ver con la naturaleza social del conocimiento, su formación histórico cultural y la producción y reproducción social del mismo, la dimensión epistemológica; la cognitiva, con relación a las interacciones que da lugar el proceso de aprendizaje, las interacciones entre los actores y las interacciones con el mundo; las formas de intervención en los procesos escolares, la didáctica; que adquieren sus particularidades en contextos sociales concretos. A esta perspectiva se le ha llamado socioepistemología (Cordero, 2002; Cantoral & Farfán, 2003; Arrieta, 2003).

La socioepistemología, se caracteriza por su carácter complejo, donde confluyen múltiples dimensiones, las cuales son inseparables, retroactuantes y dinámicas, desde esta perspectiva los sistemas educativos están ligados a su entorno social, a las comunidades donde se encuentran insertos.

En nuestra perspectiva, el aprendizaje es una práctica eminentemente social, en la cual intervienen múltiples factores y se manifiesta el peso del contexto social en donde se sitúa (Arrieta 2003). Concebimos el aprendizaje inserto en un escenario socio cultural y físico, ubicado en un tiempo y un espacio, donde los actores tienen un pasado y una perspectiva, el aprendizaje es práctica situacional.

La tesis central que sostiene la línea de investigación a la cuál se inscribe este trabajo, es que los actores al ejercer prácticas sociales construyen sus conocimientos matemáticos, y estos conocimientos modifican, a la vez, sus prácticas sociales. De esta manera, el saber y el conocer se encuentran en las acciones, esto es en el ejercicio de las prácticas sociales. Entonces nuestra atención se centra en qué hacen, en cómo los actores realizan diferentes prácticas sociales, con qué las realizan, sus herramientas, así como las interacciones que suceden entre los actores. Las herramientas matemáticas disponibles en las prácticas sociales dependen de las comunidades y de las actividades de dichas comunidades, la forma de utilizar las herramientas matemáticas y los procesos de pensamiento que interactúan en conjunto serán consecuencia de las necesidades de los actores para realizar dichas prácticas sociales.

Nuestra problemática se ubica en la tensión entre las prácticas escolares y las prácticas de comunidades de profesionistas. En perspectiva, este trabajo analizará las prácticas en comunidades y escolares en relación a las herramientas trigonométricas.

Esta visión viene a trastocar la forma tradicional de la enseñanza de las matemáticas en los sistemas educativos, viene a plantear la construcción de los conocimientos matemáticos situados en contextos sociales extraídos de comunidades de profesionistas, plantea la

construcción del conocimiento ligado a necesidades e intencionalidades de los actores tendientes a transformar su vida social.

### **Conclusiones y perspectivas**

Desde nuestra perspectiva, para que el conocimiento sea movilizado, en diferentes escenarios debe ser construido a partir del ejercicio de ciertas prácticas sociales. Por lo que es de nuestro interés identificar la relación con las prácticas donde este es utilizado.

Finalmente deseamos determinar la importancia que se le da al conocimiento escolar en la vida cotidiana, qué tan frecuentemente es utilizado. Hasta encontrar que prácticas sociales dan origen a las relaciones trigonométricas para que estas sean la base de un diseño de aprendizaje. De esta manera, se concreta, nuestra hipótesis, la práctica social esta en estrecha relación con las herramientas utilizadas y, así, construimos nuestros conocimientos. En particular hacer semejanzas con triángulos nos lleva a la construcción de las razones trigonométricas.

### **Referencias Bibliográficas**

- Arrieta, J. (2003). *Las prácticas de modelación como proceso de matematización en el aula*. Disertación doctoral no publicada, Cinvestav, México.
- Baldor, A. (1981). *Geometría y trigonometría*. Madrid: Ediciones y Distribuciones Códice.
- Cantoral, R. y Farfán R. (2003). Matemática educativa: una visión de su evolución. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 6 (1), 27 - 40.
- Cordero, F. (2002). Lo social en el conocimiento matemático: los argumentos y la reconstrucción de significados. En J. Delgado (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (Vol. 16, Tomo I, pp. 45-50). Chile.
- Fischbein, E. (1999). Intuitions and schemata in Mathematical reasoning. *Educational Studies in Mathematics* 38(1), 11 - 50.
- Smith, D. (1980). *History of Mathematics*. New York, USA: Dover Publications.
- Valiente, S. y Valiente, S. (2002). *Matemáticas 3*. México: Ediciones Castillo.