

# APROXIMACIÓN AL CONOCIMIENTO PARA LA ENSEÑANZA DE LA ESTIMACIÓN DE MEDIDA DE LOS MAESTROS DE PRIMARIA

## Approaching knowledge for teaching measure estimation in Primary school

Noemí Pizarro, Núria Gorgorió, Lluís Albarracín

Universitat Autònoma de Barcelona

### Resumen

*En esta aportación presentamos un estudio sobre algunos aspectos del conocimiento matemático para la enseñanza que poseen los maestros del concepto de estimación de medida. Queremos saber cómo los maestros definen y ejemplifican el concepto, dado que en la literatura de educación matemática no está claramente definido ni diferenciado del concepto general de estimación que incluye tareas de corte aritmético. Encuestamos a 112 maestros en ejercicio durante su formación continua del año 2013 en Santiago de Chile. Mediante un análisis cualitativo-descriptivo observamos que el conocimiento disciplinar del concepto de estimación de medida está poco desarrollado, por lo que es probable que el conocimiento para la enseñanza que los maestros tienen no sea correcto ni completo.*

**Palabras clave:** *estimación de medida, conocimiento del profesorado.*

### Abstract

*In this contribution we present a study of certain aspects of mathematical knowledge for teaching that teachers possess about the concept of measure estimation. We seek to understand how teachers define and exemplify this concept, given that it is not clearly defined in the literature of mathematical education, neither is it clearly differentiated from that of general estimation, which includes arithmetic tasks. We survey 112 practising school teachers during a continuing teacher training course that took place in Santiago de Chile in 2013. By means of a qualitative-descriptive analysis, we note that the disciplinary knowledge on the concept of measure estimation is poorly developed, implying that teachers' knowledge for education may not be correct nor complete.*

**Keywords:** *measure estimation, knowledge of teachers.*

### INTRODUCCIÓN

A principios de los años ochenta la enseñanza de la medida tomó énfasis en algunos currículos escolares que respondían a las recomendaciones de organismos internacionales vinculados a la enseñanza de la matemática (NCTM, 1980; Informe Cockcroft, 1982; ICMI, 1986). Estas recomendaciones se han recogido por parte del Ministerio de Educación de Chile en las nuevas Bases Curriculares del año 2012, en las que la medida ha pasado a ser un nuevo eje curricular en la enseñanza primaria.

Una parte importante de la enseñanza de la medida es el desarrollo de su estimación. Por ello el nuevo currículum chileno la considera en más de doce objetivos de aprendizaje que se distribuyen en los ejes de números (medida discreta), medida y geometría. Sin embargo, con anterioridad la estimación de medida no había tenido espacio en los programas de estudio del profesorado. Por ello los actuales maestros nunca han recibido formación al respecto, ni en su etapa escolar ni en su formación profesional posterior. Por lo tanto, nos encontramos en el caso de que un concepto disciplinario irrumpe en las aulas sin proveer a los docentes de una formación concreta al respecto.

A raíz de esto nos preguntamos ¿Qué conocimiento para enseñar la estimación de medida poseen los maestros de primaria? Para responder a esta pregunta, en una primera etapa, indagamos en la definición del concepto de estimación de medida en la literatura de educación matemática. Posteriormente consideramos el marco del Conocimiento Matemático para la Enseñanza (*Mathematical Knowledge for Teaching*) propuesto por Ball, Thames y Phelps (2008) y realizamos una investigación cualitativa-descriptiva en Santiago de Chile con 112 maestros de primaria en ejercicio docente que han enseñado o deben enseñar estimación de medida discreta o continua a sus estudiantes con el objetivo de indagar en el Conocimiento para la Enseñanza que poseen los maestros de primaria. Con este estudio pretendemos analizar las necesidades de Conocimiento para la Enseñanza que se generan en el profesorado al introducir nuevos contenidos en el currículum de matemáticas y establecer orientaciones para diseñar acciones de formación inicial y continua de los maestros.

## EL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO PARA LA ENSEÑANZA

Shulman (1986) replanteó el conocimiento de los maestros centrándose en el rol del contenido en la enseñanza. Shulman sugirió distinguir tres tipos de conocimiento del contenido de los maestros:

- Conocimiento del Contenido Específico (*Subject matter content knowledge*): El maestro no sólo debe definir los conceptos de la materia que enseña, sino también justificarlos, relacionarlos, secuenciarlos y enfatizarlos, tanto en la teoría como en la práctica.
- Conocimiento Didáctico del Contenido (*Pedagogical content knowledge*): el maestro debe tratar las distintas materias con las formas de representación más útiles, con los ejemplos, representaciones, analogías, explicaciones y demostraciones más eficaces, con el fin de hacer el conocimiento comprensible para otros.
- Conocimiento Curricular (*Curricular Knowledge*): Se espera que el maestro esté no sólo familiarizado con los temas y los materiales para enseñar del nivel que imparte, sino que también debe estarlo con lo que Shulman llamó “Conocimiento Vertical” –el conocimiento de la diacronía de las diversas materias– y el “Conocimiento Horizontal” –el conocimiento de los contenidos paralelos tratados en otras asignaturas, distintas a las que el docente imparte. Ambos conocimientos deben relacionarse con la materia tratada.

En educación matemática, la línea del Conocimiento del Contenido (*Content Knowledge*) (Shulman, 1986) ha sido continuada por distintos investigadores a nivel mundial, como Rowland, Huckstep y Thwaites (2003), Ball, Thames, Phelps (2008) y Carrillo, Climent, Contreras y Muñoz-Catalán (2013), entre otros.

A partir de las ideas del Conocimiento del Contenido Específico y el Conocimiento Pedagógico del Contenido, y continuando la línea de investigación en el ámbito de las matemáticas, Ball et al. (2008) se hicieron las siguientes preguntas: ¿Qué tienen que saber los maestros y qué tienen que ser capaces de hacer para enseñar con eficacia? ¿Qué enseñanza se requiere en términos de comprensión del contenido?

Consideraron que el énfasis está en el uso del conocimiento en la enseñanza y para la enseñanza y no en los propios docentes. Se centraron en el análisis del conocimiento para la enseñanza mediante la observación del trabajo docente en el aula y fuera de ella, introduciendo así la línea de investigación del Conocimiento Matemático para la Enseñanza (*Mathematical Knowledge for Teaching*) dividiéndolo en seis categorías, que aún se están desarrollando. Las primeras tres relacionadas con el Conocimiento del Contenido Específico y las tres siguientes relacionadas con el Conocimiento Pedagógico del Contenido.

- Conocimiento Común del Contenido: la habilidad y el conocimiento matemático utilizados en entornos distintos de la enseñanza; por ejemplo, el conocimiento que el maestro posee

para dar solución a un problema, resolver un ejercicio o reconocer una definición o respuesta incorrecta. Indica que el maestro debe saber qué enseña; en nuestro caso debe comprender el concepto de estimación y debe saber estimar medidas.

- Conocimiento del Horizonte: conocimiento de la diacronía de los temas curriculares; por ejemplo, el maestro de cuarto grado debe conocer qué se enseña en cuarto grado, qué debió aprender el estudiante en cursos anteriores y que deberá aprender de quinto grado en adelante.
- Conocimiento Especializado del Contenido: la habilidad y el conocimiento y exclusivos de la enseñanza matemática. Cuando tienen este conocimiento, los maestros son capaces de presentar ideas matemáticas y encontrar ejemplos para representarlas, evaluar la plausibilidad de las respuestas y evaluar y seleccionar definiciones utilizables, entre otros. En nuestro caso, el maestro podría ejemplificar con una pregunta la idea de estimación de medida, considerando la plausibilidad de las respuestas a partir de la definición.
- Conocimiento del Contenido y los Estudiantes: combina el conocimiento sobre los estudiantes y la matemática. El maestro debe poder anticiparse al pensamiento de los estudiantes; debe saber si podrán resolver un ejercicio que les propone, al elegir un ejemplo, debe predecir si motivará al estudiante, le traerá problemas o si podrá resolverlo o no.
- Conocimiento del Contenido y la Enseñanza: combina el conocimiento sobre la enseñanza y el conocimiento sobre las matemáticas. Son ejemplos de este tipo de conocimiento la capacidad para secuenciar contenidos, proponer ejemplos de inicio, profundización y cierre y conocer las ventajas y desventajas de las representaciones utilizadas para enseñar una idea específica.
- Conocimiento del Contenido y el Currículo: Los autores lo refieren equivalente, desde la perspectiva de los autores, al Conocimiento Curricular de Shulman (1986).

En este estudio nos aproximaremos al Conocimiento Común y al Conocimiento Especializado, siempre en relación con la estimación de medida.

## ESTIMACIÓN DE MEDIDA

Al revisar la literatura sobre estimación de medida observamos que, a menudo, las distintas definiciones de estimación incluyen una amplia gama de tareas a realizar, como por ejemplo valorar mentalmente la medida de una magnitud, calcular mentalmente y de forma ágil una operación aritmética, calcular el valor probable de una medida estadística, etc. Las definiciones siguientes recogen este hecho:

- “Un proceso de llegar a una medición o a una medida sin la ayuda de herramientas de medida. Se trata de un proceso mental que tiene aspectos visuales o manipulativos” (Bright, 1976, p.89).
- “Juicio para corroborar si el cálculo de una operación o medición es razonable o para valorar una variedad de medidas, en situaciones en que sea difícil o incómodo medir” (Informe Cockcroft, 1982, pp 22-23).
- “Habilidad para hacer una conjetura en cuanto al valor de la distancia, el costo, el tamaño, etc. o cálculo aritmético” (Clayton, 1996, p. 87).

Segovia, Castro, Castro y Rico (1989) definen estimación como: “Juicio de valor del resultado de una operación numérica o de la medida de una cantidad, en función de las circunstancias individuales de quien lo emite” (p.18). Consideran además que estimación en medida es un juicio que puede establecerse para determinar una cantidad o una medida, que se distingue de otras

estimaciones por razones metodológicas y que es de carácter individual, donde las intuiciones y las experiencias del sujeto les agregan una importancia destacada.

Hogan y Brezinski (2003) distinguen tres tipos de estimación: *numerosity*, estimación de medida y estimación computacional. *Numerosity* se refiere a la habilidad de estimar visualmente el número de objetos dispuestos en un plano en un tiempo limitado; la estimación de medida se basa en la habilidad perceptiva de estimar diferentes magnitudes en objetos comunes, y la estimación computacional se refiere al proceso por el que se determina rápidamente un valor aproximado para el resultado de una operación aritmética. Concluyen que *numerosity* y la estimación de medida tienen habilidades cognitivas similares, entre las cuales está poseer imágenes mentales de las unidades de referencia. Al respecto, Castillo, Segovia, Castro y Molina (2011) indican que la estimación de medida está compuesta por ocho componentes: comprender la cualidad que se va a estimar, percibir qué será estimado, comprender el concepto de unidad de medida, poseer una imagen mental de la unidad de medida a utilizar, poseer una imagen mental de referentes utilizados en la tarea, adecuar la unidad de medida a utilizar con lo que se va a estimar, conocer y utilizar términos apropiados de la estimación en medida, seleccionar y usar estrategias apropiadas para realizar estimaciones y verificar la adecuación de la estimación.

## LA ESTIMACIÓN EN LA EDUCACIÓN

¿Por qué es necesario que se desarrolle la estimación de medida en la escuela? En primera instancia porque desarrolla habilidades perceptivas (Inskeep, 1976; Informe Cockcroft, 1982; Hogan y Brezinski, 2003) y además porque conlleva reconocer las unidades de medida y comprender las herramientas necesarias para realizar mediciones. Es probable que al adquirir la habilidad, que comienza en los primeros años de enseñanza elemental, se desarrollen también componentes de enumeración, cantidad y pensamiento tridimensional (Boulton-Lewis, Wils, & Mutch, 1996). Por su parte, Callís y Fiol (2003) atribuyen una gran importancia a la intuición métrica como estadio del máximo nivel de evolución y de dominio matemático.

Sin embargo, Forrester y Piqué (1998) observaron que en el discurso de los docentes en el aula, se apreciaba una notoria separación entre medida y estimación. Notaron que la estimación se trataba como hipótesis predictiva, en forma vaga y superflua, carente de respuestas satisfactorias para resolver situaciones a las que sólo podía dar respuesta un instrumento de medida. Estos autores observaron que la estimación se trataba por medio “del pensamiento sensato” que conllevaba a adivinanzas más que juicios de valor a partir de referentes, dejando poca evidencia de la comprensión del concepto y dando cuenta que matemática es sinónimo de rigor y exactitud.

Segovia y Castro (2009) complementan estas conclusiones, explicando que si buscamos en un diccionario cualquiera el significado de matemática encontraremos que es un concepto caracterizado por la exactitud y el rigor; a raíz de esto, se podría pensar que la estimación no tiene que ver con “matemática de verdad” dado que los resultados no son exactos.

En nuestra revisión de la literatura hemos encontrado escasos estudios que traten la formación docente sobre estimación de medida. Sin embargo, Joram (2003) y Joram et al. (2005) sugieren que el uso de la estrategia de estimación por punto de referencia parece una estrategia didáctica aceptable.

## OBJETIVOS DEL ESTUDIO

A partir de lo expuesto, nos proponemos indagar en el Conocimiento para la Enseñanza de la estimación de medida de los maestros de primaria. Dado que este estudio muestra el inicio de una investigación en el marco de una tesis doctoral, consideramos necesario partir comprendiendo qué entienden los maestros por estimación de medida y cómo aplicarían este concepto en actividades de aula con sus estudiantes. Para ello nos marcamos los siguientes objetivos concretos:

- Caracterizar el concepto de estimación de medida que utilizan los maestros de primaria, como parte de su Conocimiento Común del Contenido.
- Describir la aplicación del concepto de estimación de medida en una actividad propuesta por los maestros de primaria como parte de su Conocimiento Especializado del Contenido.

## EL ESTUDIO

Este estudio es parte de una investigación que pretende analizar el conocimiento de los maestros de primaria para la enseñanza de la estimación de medida. Por medio de un cuestionario de diez preguntas abiertas vinculadas al Marco Teórico de Ball et al. (2008), encuestamos a 112 maestros de primaria en ejercicio docente de Santiago de Chile. La toma de datos se llevó a cabo durante la formación continua de estos maestros como especialistas en educación matemática para primaria, con lo que conforman una muestra representativa del profesorado interesado en la mejora de su práctica docente como maestros de matemáticas.

En este texto presentamos el análisis de dos de las 10 preguntas que posee el cuestionario. La pregunta vinculada al Conocimiento Común del Contenido, pregunta 6, pretende recoger las distintas nociones del concepto de estimación que poseen los maestros de primaria, viendo si hay distinciones o semejanzas con la medición y la aproximación.

- ¿Qué entiende por estimación de medida? (Pregunta 6)

Por otro lado, la pregunta 3, vinculada al Conocimiento Especializado del Contenido, esperamos que nos proporcione información acerca de cómo utiliza el maestro una representación dada, qué ejemplos presenta en relación con la definición de estimación de medida, y si puede establecer respuestas plausibles por parte de los estudiantes.

- ¿Qué pregunta de estimación de medida podría hacer usted con esta imagen? (Pregunta 3)



Figura 1. Imagen de referencia para elaboración de la Pregunta 3

A continuación mostramos las respuestas de un docente para cada una de las preguntas estudiadas como muestra de los datos recogidos:

- Concepto de estimación (pregunta 6):

*“Un cálculo aproximado que se hace de algún objeto”.*

- Elaboración de una pregunta (pregunta 3):

*¿Cuántos litros de pintura necesitas para pintar este muro sabiendo que con cada litro rinde  $x$  m<sup>2</sup>?*

## ANÁLISIS DE LOS DATOS

Las respuestas de los maestros se digitalizaron y se trataron con el programa de análisis de datos cualitativos NVivo 10. Una primera aproximación al análisis nos mostró la necesidad de concretar una definición de estimación de medida, ya que en la literatura se ofrecen diferentes definiciones que contemplan distintos elementos. Por ello, hemos reelaborado la definición de estimación de

medida para incluir los aspectos que se muestran como elementales en la revisión de la literatura. La definición que proponemos y usamos para nuestro análisis es la siguiente:

Estimar (una medida): *Asignar perceptivamente un valor o un intervalo de valores y la unidad correspondiente a una magnitud discreta o continua, por medio de los conocimientos previos o por comparación no directa a algún objeto auxiliar.*

Esta definición se sustenta sobre tres elementos esenciales:

- Asignar un valor numérico (V): Para que la tarea pueda considerarse estimación, debe requerir la asignación de un valor numérico. En caso de no ser así, la tarea sólo sería un trabajo perceptivo. Por ejemplo, si al tocar el agua de una piscina afirmamos que es agradable para nadar, la tarea es únicamente una tarea perceptiva, porque no hemos asignado un valor a la temperatura, las unidades de medida no entran en juego.
- Realizar la tarea perceptivamente (P): para estimar es necesario utilizar los sentidos, evitando el uso directo de cualquier instrumento de medida, sea estandarizado o no. En cuanto se usa un instrumento de medida, haciendo una comparación directa, se está midiendo, no estimando, aunque se exprese el resultado de la medición de forma aproximada.
- Relacionar la percepción con los conocimientos previos o con la imagen mental del objeto auxiliar (R): Para estimar hay que tener referentes o idealmente poseer una noción mental de alguna unidad de medida; en caso contrario realizándose trataría de adivinar o dar un resultado inventado aleatoriamente.

Por lo tanto al estimar la medida de una magnitud se debe entregar un valor o intervalo de valores, resultado de un juicio que se apoya en un acto perceptivo que tiene sentido dado que tiene referentes. El análisis se basa en la caracterización de las respuestas recogidas a partir de identificar estos tres elementos.

## RESULTADOS

### Sobre la definición

Analizamos las respuestas de los maestros de acuerdo a los tres elementos anteriores: valorar (V), percibir (P) y usar referentes (R). Cuando cumple las tres condiciones se clasificó como estimación de medida. Un amplio grupo indicó que estimar es entregar un valor, algunos de ellos explicitaron la percepción, otros el uso de referencias y en la mayoría de los casos no mencionaron el uso de ninguna de las dos, sólo consideraron que estimar es asignar un valor numérico a una magnitud, utilizando palabras como “calcular una medida”, “decir cuánto mide un objeto”, etc. Otros pocos indicaron que estimar es medir, o aproximar numéricamente o bien no dieron respuesta vinculada a la estimación.

La siguiente tabla resume los códigos, sus categorías y las frecuencias correspondientes a las respuestas de los 112 maestros. Además, muestra un ejemplo de cada una de ellas.

Tabla 1. Códigos, categorías, frecuencias y ejemplos de las definiciones de estimación

Códigos	Categorías	Frecuencias	Ejemplo de respuesta
Estimar	Estimación de medida (V-P-R)	5	<i>“Es al observar o al “ojímetro” decir cuánto mide un objeto, pero teniendo un patrón antes”</i>
Valorar	Valoración con referentes (V-R)	14	<i>“Calcular un valor aproximado, de lo que se nos está solicitando, a partir de alguna referencia que se tenga al respecto”</i>
	Valoración con	14	<i>“Acercarse, con solo mirar lo más posible a</i>

	percepción (V-P)		<i>la medida de un objeto</i>
	Valoración sin justificación (V)	51	<i>“Estimación: sería la medida que cree el alumno que tiene determinado objeto”</i>
Medir	Medición	8	<i>“Utilizar elementos naturales, como partes del cuerpo u objetos para medir algo. Por ejemplo: pasos”</i>
Aproximar	Aproximación numérica.	14	<i>“Aproximar alguna medida para que sea exacto 3,9 cm= 4cm”</i>
Otras respuestas		6	<i>“Es la habilidad de poder resolver problemas rutinarios y no rutinarios en la base de sistemas de medición (tiempo, longitud y masa)”</i>

En la Tabla 1, vemos que existen diferentes categorías que agrupan datos que se aproximan a la definición de estimación que hemos construido sin llegar a ser estimación. Así mismo vemos que hay docentes que dan definiciones que si bien no se corresponden con una idea de estimación completa desde el punto de vista de Conocimiento Matemático para la Enseñanza, sí serían aceptables desde del punto de vista del conocimiento común del concepto de estimación de medida dado que interpretan la estimación como una valoración basada en referentes y/o percepciones. Esta consideración nos permite resaltar que la definición que hemos propuesto para estimación de medida recoge elementos relevantes que se encuentran en otras definiciones pero que no habían sido explicitados de esta forma anteriormente.

De esta forma, hay 5 maestros que consideran la estimación de medidas como valoración, percepción y referentes, 14 maestros que valoran medidas utilizando referencias y 14 que valoran medidas utilizando la percepción, en total 33 de los 112 maestros. El resto de las definiciones de los maestros no se aproximan ni a las definiciones mencionadas en la literatura ni a nuestra reconstrucción de la definición de estimación de medida, sino que la consideran como un sinónimo de la medición con instrumentos no estandarizados o de la aproximación de cifras decimales. Por lo tanto, poco más de un 29% de los maestros encuestados se acercaron a la definición de estimación.

### Sobre la ejemplificación

Al igual que en el caso de la pregunta 6, analizamos la respuesta de los docentes a la pregunta 3 a partir de las tres condiciones establecidas en nuestra definición: valorar (V), percibir (P) y usar referentes (R). Más de la mitad de los maestros elaboraron preguntas que respondían a los aspectos del concepto de estimación. En este grupo, el 60% de los maestros –un 35% del total– no explicitó la referencia, dado que la imagen rescataba supuestas referencias, por ejemplo, la altura de la mujer. Además, en nuestra definición de estimación, consideramos que el referente puede ser propio del estimador o bien un objeto auxiliar, siempre y cuando sea utilizado indirectamente.

Un 25% de los maestros elaboró preguntas que respondían a la estimación con el uso de medidas proporcionales y el 15% restante construyó preguntas que respondían a estimaciones de longitud, superficie o tiempo. Otros maestros elaboraron preguntas que respondían a cálculos de áreas o de proporción.

La siguiente tabla resume los códigos, sus categorías y las frecuencias correspondientes a las respuestas de los 112 maestros a la pregunta 3. Además, muestra un ejemplo de cada una de ellas.

Tabla 2. Códigos, categorías, frecuencias y ejemplos de las preguntas de estimación

Códigos	Categorías	Frecuencia	Ejemplo de respuesta
Estimar	Estimación de medida con referente explícito	9	<i>“Este pintor se ha demorado 12 minutos en pintar lo que muestra la imagen. ¿En cuánto tiempo estimas que terminará de pintar todo?”</i>

	(V-P-R)		
	Estimación con referente implícito (V-P-R)	40	<i>“Observa atentamente la imagen y estima: el área del muro pintada. El área restante por pintar”</i>
	Estimación de una proporción (V-P-R)	17	<i>“A partir de la imagen, determine que porcentaje del muro está sin pintar”</i>
Calcular	Cálculo de área	9	<i>“¿Cuántos metros cuadrados se pintará? Sabiendo que el muro es de 2m de alto por 2m de largo”</i>
	Cálculo de proporciones	10	<i>“Si un bote de 5lt de pintura cubre 10m<sup>2</sup> de superficie. ¿Cuántos galones necesitaría pintar una habitación que tiene 3 paredes que miden 9m<sup>2</sup> cada una?”</i>
No explicita estimación o medida		14	<i>“¿Con cuántos rodillos de pintura se logra cubrir el muro o cuántas veces cabe el rodillo en un muro?”</i>
Información sin pregunta		13	<i>“Una persona decide pintar su habitación”</i>

En la Tabla 2 observamos que hay 68 docentes que elaboran preguntas para estimar una cantidad de medida. La mayoría de las preguntas elaboradas se centran en la utilización de referentes implícitos y en la estimación de cantidades proporcionales. Existe un grupo importante de 14 maestros para los cuales no podemos distinguir entre medición o estimación porque la respuesta deja abierta el uso de la comparación directa e indirecta de la unidad de medida (el ancho del rodillo) y otro grupo de 19 profesores que construyó preguntas en las que debe trabajar con distintos tipos de cálculo.

Realizamos un cruce entre las definiciones de estimación de medida que incluyen al menos dos de los aspectos relevantes de nuestra definición reconstruida y las categorías de las actividades de estimación de medida propuestas por los maestros con el fin de observar si quienes definían el concepto además elaboraban una respuesta convergente a la definición.

Tabla 3. Cruce entre las categorías de estimación de medida y las categorías de elaboración de preguntas de estimación

		Definiciones		
		Estimación de medida (V-P-R)	de Estimación de medida con referentes (V-R)	de Estimación de medida con percepción (V-P)
Actividades	Estimación de medida con referente explícito	1	4	6
	Estimación de medida con referente implícito	1	0	3
	Estimación de una proporción	0	4	0
	Total	2	8	9

En el análisis de los datos de las dos preguntas hemos observado que 33 de los 112 maestros daban una definición adecuada de estimación de medida y que 68 de los 112 maestros elaboraban una actividad utilizando el concepto de estimación de medida que consideramos. En la tabla 3 observamos que únicamente 19 de los 112 maestros encuestados tienen ideas convergentes del concepto en las dos preguntas analizadas, también podemos observar que dos de los 112 maestros además de construir una pregunta, definieron utilizando la valoración, la percepción y los referentes de forma explícita, los 17 restantes valoraban con percepción o con referentes.



## CONCLUSIONES

Casi la mitad (un 45%) de los docentes dieron respuestas en que estimar una medida es un sinónimo de valorar una magnitud sin justificar cómo se realiza la tarea, separándose así de nuestra definición de estimación que requiere percepción y la existencia de referentes. Casi un 19% de los maestros consideran que estimar una medida es sinónimo de medir o aproximar numéricamente. Frente a estos resultados, podemos decir que incluso el Conocimiento Común de la estimación de medida es débil y confuso en el profesorado. Estas confusiones posiblemente se derivan del significado común del término estimar. De alguna forma u otra, todos tenemos una definición de estimación, y al tener una idea preconcebida externa a la educación matemática se le resta importancia a la definición formal del concepto establecida desde la disciplina que no ha sido trabajada con los maestros. Por ello consideramos que no se dan las instancias de fundamentación del concepto y mejora correspondiente para el cuerpo docente.

A raíz de lo anterior, consideramos que la construcción del Conocimiento Común de la estimación de medida, al ingresar a un programa de estudios, debería partir desde el currículo, dado que es un concepto confuso, incluso dentro de la literatura de investigación en educación matemática. Debemos tener en cuenta que las definiciones de estimación existentes corresponden a diferentes tipos de actividades matemáticas. Por ello para nosotros es necesario e indispensable que al ser parte de un currículum, éste la defina, ejemplifique y contraejemplifique. Con estas intervenciones curriculares, posiblemente se podría mermar la cantidad de maestros que a pesar de que definen o se acercan a la definición del concepto de estimación, no logran construir una pregunta convergente a tal definición. Hemos podido observar que el Conocimiento Común sobre estimación de medida es parcial ya que sólo 19 de los 33 maestros que se acercaron a la definición construyeron una pregunta de estimación de medida.

A pesar de que los maestros tienen un débil Conocimiento Común del Contenido del concepto de estimación de medida, algunos indicios del Conocimiento Especializado del Contenido han sido detectados en el 60% de los 112 maestros, dado que pudieron ejemplificar la idea de estimación de medida, puesto que consideran que el estudiante debe trabajar perceptivamente y utilizando referentes para dar un valor. Por otro lado, 14 de los 112 maestros no evaluaron la plausibilidad de las respuestas, porque no consideraron que su pregunta podría responderse utilizando la percepción o la medida.

A partir de los resultados, hemos podido constatar que es posible demostrar indicios positivos sobre el Conocimiento Especializado del Contenido sin tener apropiado el Conocimiento Común del concepto de estimación de medida, dado que podemos encontrar o conocer ejemplos puntuales sobre algún conocimiento práctico sin necesariamente demostrar un conocimiento concreto sobre la definición disciplinar.

Frente a la contradicción de los resultados entre el Conocimiento Común del Contenido y el Conocimiento Especializado del Contenido, consideramos que es necesario e indispensable que se definan y ejemplifiquen los nuevos conceptos introducidos en los currículums, en especial en situaciones como la estudiada, en la que el concepto formal de estimación puede confundirse con el concepto asociado al conocimiento común de los maestros. En caso contrario, los cambios en los currículos podrían no trasladarse a las aulas de forma efectiva. En particular, el currículo chileno utiliza la palabra estimar, pero sin definirla ni ejemplificarla con lo que podrían aparecer problemas en la práctica y de esta manera, los cambios curriculares podrían no trasladarse a las aulas de forma efectiva.

Por todo lo anterior, consideramos que la formación inicial y continua del maestro debe entregar herramientas adecuadas para la reflexión pedagógica y disciplinar de los futuros docentes teniendo en cuenta situaciones como la descrita en este documento.

## Referencias

- Ball, D., Thames, M. H., y Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389–407.
- Bright, G.W. (1976). Estimation as Part of Learning to Measure. *National Council of Teachers of Mathematics Yearbook*, 38, (pp. 87-104). Reston, VA: NCTM.
- Boulton-Lewis, G., Wils, L., y Mutch, S. (1996). An analysis of young children's strategies and use of devices for length measurement. *Journal of Mathematical Behavior*, 15, 329–347.
- Callís, J. y Fiol, M.L. (2003). Características y factores incidentes en la estimación métrica longitudinal. En E. Castro (Ed.), *Investigación en Educación Matemática: Séptimo Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 161-169). Granada: SEIEM.
- Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L.C., y Muñoz-Catalán, M. C. (2013). Mathematics teacher specialized knowledge. En B. Ubuz, Ç. Haser y M. A. Mariotti (Eds.), *Proceedings of 8th CERME*. Antalya, Turkey.
- Castillo, J. J., Segovia, I., Castro, E. y Molina, M. (2011). Estudio sobre la Estimación de Cantidades Continuas: Longitud y Superficie. En J. L. Lupiáñez, M. C. Cañadas, M. Molina, M. Palarea, y A. Maz (Eds.), *Investigaciones en Pensamiento Numérico y Algebraico e Historia de la Matemática y Educación Matemática - 2011* (pp. 165-172). Granada: Universidad de Granada.
- Clayton, J. G. (1996). A criterion for estimation tasks. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 27(1), 87-102.
- Cockcroft, W. H. (1982). *Mathematics counts*. London: Her Majesty's Stationery Office.
- Forrester, M. A., y Pike, C. D. (1998). Learning to estimate in the mathematics classroom: A conversation-analytic approach. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29, 334-356.
- ICMI (1986). *School Mathematics in the 1990s*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Inskeep, J. E. (1976). "Teaching measurement to elementary school children". En: N.C.T.M. *Measurement in School Mathematics, 1976 Yearbook*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics [Enseñanza de la medición en la escuela elemental. Traducción de J. Díaz Godino y L. Ruíz Higuera]
- Joram, E. (2003). Benchmarks as tools for developing measurement sense. In D. H. Clemens & G. Bright (Eds.) *Learning and teaching measurement 2003 yearbook* (pp. 57-67). Reston, VA: NCTM.
- Joram, E., Gabriele, A. J., Bertheau, M., Gelman, R., & Subrahmanyam, K. (2005). Children's use of the reference point strategy for measurement estimation. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36(1), 4-23
- Hogan, T. P., y Brezinski, K. L. (2003). Quantitative estimation: One, two, or three abilities? *Mathematical Thinking and Learning*, 5(4), 259-280.
- Ministerio de Educación (2011). *Bases Curriculares de primero a sexto año básico*. Santiago de Chile: MINEDUC.
- NCTM (1980). *An Agenda for Action: Recommendations for School Mathematics of the 1980s*. Reston, Virginia: NCTM.
- Rowland, T., Huckstep, P., y Thwaites, A. (2003). The Knowledge Quartet. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 23(3), 97-102.
- Segovia, I., Castro, E., Castro, E., y Rico, L. (1989). *Estimación en cálculo y medida*. Madrid: Síntesis.
- Segovia, I. y Castro, E. (2009). La estimación en el cálculo y en la medida. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 17(1), 449-536.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.