

## SIGNIFICADOS DEL CONOCIMIENTO GEOMÉTRICO QUE CIRCULA EN EL NIVEL MEDIO Y EN LA FORMACIÓN INICIAL DEL PROFESOR EN MATEMÁTICAS: UN PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

Julia Edith Corrales y Silvia Catalina Etchegaray  
Universidad Nacional de la Patagonia Austral-UACO.  
julia\_corrales@hotmail.com, setchegaray@exa.unrc.edu.ar

Argentina

**Resumen.** Esta investigación científica, hace foco en la necesaria articulación de la formación del profesor con su gestión en el nivel en el que desarrolla su actividad profesional. Para ello trata de estudiar y analizar el funcionamiento de la enseñanza del saber geométrico en su conjunto. La investigación está centrada en la exploración de significados institucionales y personales correspondiente al campo de la geometría que “vive” en la escuela media y en la formación inicial del profesor en matemática correspondiente a la zona del Golfo San Jorge de Argentina (Provincias de Chubut y Santa Cruz). Se pretende arribar a algunos criterios idóneos para analizar y rever los planes de estudio para la formación de docentes de Nivel Medio, fundando algunas recomendaciones de tareas/situaciones/cuestiones, técnicas y tecnologías del desarrollo teórico de la Geometría que debieran estar presentes en dicha formación, desarrollar un conjunto de prácticas geométricas para la formación inicial de los profesores en matemática

**Palabras clave:** análisis, significados, geometría, formación docente

**Abstract.** This scientific investigation focuses on the necessary articulation of teacher education with the teacher's performance in the level in which he develops his professional activity. For such purpose, the functions of Geometry teaching as a whole are studied and analyzed. The investigation is centered on the exploration of institutional and personal meanings corresponding to the field of Geometry as taught in middle school and in the initial training of teachers of Mathematics belonging to the Golfo San Jorge area in Argentina (provinces of Chubut and Santa Cruz). The intention is to find some appropriate criteria so as to analyze and review the education programs corresponding to the training of middle level teachers; to establish some recommendations as regards tasks/situations/issues, techniques and technologies of the theoretical development of Geometry that should be considered for such training, and to develop a set of Geometry practices for the initial training of teachers of Mathematics

**Key words:** analysis, meanings, geometry, teacher education

### Introducción

La presente investigación se interesa en la formación del Profesor en Matemática para el Nivel Medio en la zona sur de la Patagonia, en la transposición de los saberes aprendidos en geometría en su formación inicial, a los saberes enseñados en la escuela secundaria; el uso de distintos recursos en la construcción del saber geométrico con el objeto de generar y estudiar algunos criterios de idoneidad para lograr una mejor calidad en la formación de profesores.

La reforma de los planes de estudio de la formación inicial de Profesores debe estar sustentada por el estudio de marcos de referencia educativos que atrapen tanto la construcción del conocimiento geométrico por la comunidad de los matemáticos, las investigaciones educativas asociadas a la temática investigada, como las producciones de los formadores de profesores y las que generan los propios docentes (de todos los niveles) en ejercicio, como así también la relación de los significados que portan el uso de distintos recursos.

Se pretende arribar a algunos criterios idóneos para analizar y rever un plan de estudio para la formación de docentes de nivel medio, fundando algunas recomendaciones de tareas/situaciones/cuestiones, técnicas y tecnologías del desarrollo teórico de la Geometría que debieran estar presentes en dicha formación, desarrollar un conjunto de prácticas geométricas para la formación inicial de los profesores en matemática desde un estudio reflexivo sobre los significados personales que emergen cuando dichas prácticas están vinculadas al uso de las nuevas tecnologías.

### Marco Teórico y Metodología

Esta indagación se enmarca en el “enfoque ontosemiótico sobre la cognición matemática” a partir de ahora EOS, cuyo principal referente e iniciador es el Dr. Juan Díaz Godino (2002).

En diversos trabajos, Godino y colaboradores (Godino, Batanero, 1994; Contreras, Font, Luque y Ordóñez, 2005; Font y Ramos, 2005; Godino, Contreras y Font, 2006; Godino, Font y Wilhelmi, 2006, Godino, 2011; Font, Godino y Gallardo, 2013) han elaborado un sistema de nociones teóricas y categorías sobre la naturaleza, origen y significado de los objetos matemáticos desde una perspectiva educativa, tratando de articular de manera coherente las dimensiones epistémica (significados institucionales o socioculturales) y cognitiva (significados personales, psicológicos o individuales). Estas nociones y categorías se convierten en eficaces herramientas que nos ayudan a operativizar diversos actos de investigación sobre problemas de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, en particular para este proyecto en el área del conocimiento geométrico.

La actual propuesta está centrada en la exploración de significados institucionales y personales correspondiente al campo de la geometría que “vive” en la escuela media y en la formación inicial del profesor en matemática.

La cuestión que, con tanta generalidad, proponemos tratar en este proyecto nos enfrenta necesariamente a tener que explicar qué significa desde nuestro punto de vista explorar significados en dichos espacios educativos. Es en ese sentido que formularemos una breve síntesis que caracterice los principales constructos teóricos sobre los que se sustenta y se desarrolla esta investigación. En efecto, los significados institucionales / personales en este enfoque (EOS) son interpretados como “los sistemas de prácticas operativas y discursivas que se ponen en juego en una institución / por una persona, para resolver una cierta clase de situaciones – problemas” Díaz Godino et al. (1994).

De los sistemas de prácticas matemáticas operativas y discursivas emergen nuevos objetos que provienen de las mismas y que dan cuenta de su organización y estructura. Teniendo en cuenta la faceta institucional y personal que poseen los significados, también podemos hablar de -objetos

institucionales- cuando los sistemas de prácticas son compartidos en el seno de una institución, mientras que si corresponden a una persona o sujetos serán calificados como objetos personales.

El EOS considera la siguiente tipología de objetos matemáticos primarios: lenguaje, situaciones-problemas, conceptos-definición, proposiciones, procedimientos y argumentos, cuyos seis procesos primarios se organizan en entidades más complejas para constituir sistemas conceptuales y teorías (Font, Rubio y Contreras, 2007). Se relacionan entre sí formando configuraciones, definidas como las redes de objetos intervinientes y emergentes de los sistemas de prácticas y las relaciones que se establecen entre los mismos constituyen los elementos de significado de un objeto matemático. Estas configuraciones pueden ser epistémicas si son redes de objetos institucionales, o cognitivas si representan redes de objetos personales.

Estos significados son descritos mediante configuraciones de objetos que intervienen y emergen de los sistemas de prácticas, Godino et al (2006) que tratan de modelizar las relaciones dialécticas que conforman los procesos de enseñanza y aprendizaje. De esta manera estas redes de relaciones, sus objetos emergentes y las propias relaciones entre ellas -en distintos momentos sociales e históricos- nos estarían otorgando posibles indicadores y explicaciones sobre el asunto investigado (Etcheagaray, 2010).

Asimismo, la interpretación de estas configuraciones requiere contar con claras herramientas de valoración que permitan captar la singularidad de los procesos de enseñanza y de aprendizaje indagados, determinando qué es "idóneo" desde un conjunto de distintas dimensiones: epistémica, cognitiva, ecológica, afectiva, mediacional (así como la coordinación de estas idoneidades). De esta manera, será posible analizar algunas propuestas de tareas concretas y fundamentadas que permitan incidir en el funcionamiento de los sistemas de prácticas vigentes. Nuestro primer recorte para llevar a cabo nuestro estudio se centra en las dimensiones epistémica y cognitiva, relacionándolas con las facetas personal e institucional.

Consideramos que, tal como es compartido en el ámbito de la investigación en las didácticas específicas, no alcanza con reducir la descripción y explicación de los procesos de enseñanza y aprendizaje a sus componentes conceptuales, procedimentales y actitudinales, como habitualmente está considerado en las distintas instituciones educativas. Frente a ello, pensamos que el enfoque propuesto permite abordar la complejidad de dichos procesos primarios en términos de un conglomerado de situaciones-problema, definiciones, procedimientos, proposiciones, lenguajes y argumentos y sus relaciones efectivas y potenciales, lo que nos posiciona desde otro lugar para analizar epistémica y cognitivamente la relación de diferentes tareas/problemas/situaciones con el uso de diferentes recursos.

La metodología implementada es esencialmente cualitativa. Las herramientas semióticas (sistemas de prácticas institucionales/personales, configuraciones epistémicas y cognitivas) descritas sintéticamente con anterioridad son las que fundamentan y contextualizan teóricamente y metodológicamente esta indagación.

Las mismas se aplicarán, como ya se anticipara, al análisis de procesos específicos de enseñanza-aprendizaje de la geometría en el nivel medio y superior. Se analizarán esencialmente aspectos parciales de procesos de estudio institucional como un texto científico o escolar y producciones personales en torno a tareas geométricas.

Tal como lo sostiene el EOS el centro de atención del análisis didáctico intenta progresar: desde la situación problema (o del concepto/estructura conceptual) a la configuración epistémica/cognitiva, y de ésta hacia la configuración didáctica –que incluye no sólo el saber geométrico y los alumnos sino también el papel del profesor-, los diferentes recursos (TIC) y las interacciones entre los diversos actores del acto educativo. En este marco de complejidad, analizaremos y evaluaremos significados institucionales y personales e identificaremos potenciales conflictos semióticos en los diferentes contextos recortados.

Para la investigación utilizaremos además de procesos de estudios institucionales como los que se mencionaron anteriormente, fragmentos de encuestas, registros de profesores y alumnos, de clases impartidas tanto en el Profesorado en Matemática como en el nivel medio.

### **Diseño de la Investigación**

La Investigación atiende al siguiente problema Didáctico – Matemático:

Débil y escasa presencia de la geometría en las aulas del secundario en la Cuenca del Golfo San Jorge.

La Hipótesis de trabajo sostiene que:

Este problema está íntimamente relacionado con la escasa reflexión epistémica -en la etapa de formación inicial del profesor-, tanto sobre los diferentes elementos de significados que conforman y definen los saberes geométricos, como sobre su evolución.

El principal interrogante que se propone indagar es:

¿Qué aportes vinculados a la comprensión de la racionalidad matemática quedan ausentes en la formación de los futuros docentes de nivel medio, al no establecerse en su formación inicial una relación significativa con los saberes geométricos?

El objetivo general de esta investigación es contrastar los sistemas de prácticas geométricas que desarrollan los propios alumnos del profesorado y los alumnos del nivel medio en relación con los cambios de significados tanto institucionales como personales. Para el logro del mismo se requieren estudios profundos, representativos y de marcos de referencia educativos, que atrapen tanto la construcción del conocimiento matemático - en particular en esta indagación la construcción del conocimiento geométrico - por la comunidad de los matemáticos, las investigaciones educativas asociadas a la temática investigada, como las producciones de los formadores de profesores y las que generan los propios docentes (de los distintos niveles) en ejercicio.

### Participantes y Contexto

Participaron en el estudio todos los docentes del área de Geometría, Álgebra, Lógica, Didáctica, Informática y Taller Docente del Profesorado en Matemática de la Universidad.

Alumnos egresados del profesorado, docentes de las escuelas secundarias de la zona de influencia (participaron un 75% del total de las instituciones), la totalidad de los alumnos estudiantes del tercer y cuarto año del profesorado.

### Interrogantes y Acciones

Los interrogantes fundamentales planteados en el proyecto que organizaron las fases de acción son:

¿Qué cambios o avances se produjeron sobre los significados de los objetos geométricos, a partir de su construcción histórica-cultural?

¿Qué pierden los futuros docentes del “pensar”, del “decir”, del “hacer” geométrico, como consecuencia de la forma en que se relacionan con la geometría en el marco de su formación inicial?

Acción 1: El rol de la historia de la Geometría para su enseñanza.

Estudio histórico-epistémico para reconocer e indagar los procesos y significados que caracterizaron a la Geometría Griega y Cartesiana.

¿Cómo se estudió? Identificando tipos de problemas, técnicas, nociones, propiedades, argumentos, lenguajes en el proceso histórico en lugar de los objetos acabados, para poder analizar los significados.

Acción 2: Estudio reflexivo sobre la dualidad que vive en la Institución de Formadores entre el conocimiento Matemático y el conocimiento Didáctico.

Se realizó un estudio de problemas planteados en la Tesis de Gascón de la continuidad entre las geometrías sintética y analítica y de un Abanico de Tareas de Geometría Sintética.

¿Cómo se estudió? En particular en esta investigación se analizaron los distintos sistemas de prácticas de la construcción del conocimiento geométrico- por la comunidad de los matemáticos, las investigaciones educativas asociadas a la temática investigada, como las producciones de los formadores de profesores y las que generan los propios docentes específicos (de todos los niveles) en ejercicio.

**Acción 3: Construcción y estudio de distintos Sistemas de Prácticas Geométricas para trabajar en la Formación Docente.**

Se han estudiado y analizado un conjunto de prácticas geométricas, tanto personales como institucionales, con la finalidad de atrapar y explicar los conflictos que puedan generar.

¿Cómo se estudió? A partir de un análisis epistémico a-priori de los objetos geométricos y sus respectivos significados en la resolución de los problemas para reconocer conflictos potenciales de significados que podrían manifestarse durante la resolución de las tareas, con una de las herramientas de las configuraciones epistémicas y elementos del EOS.

### Resultados

Se ha avanzado, en la construcción de modelos epistémicos de referencias sobre los objetos geométricos pertenecientes al pensamiento griego, al euclideo y al cartesiano (Etchegaray, Corrales, Vázquez, 2011) Etchegaray et. al (2012), en la descripción de los elementos de significados de los diferentes currículo de las escuelas secundarias correspondientes al contexto geográfico indagado y en el relevamiento de prácticas de enseñanza de geometría consideradas fértiles por los profesores de las diversas escuelas del nivel medio, como así también de la identificación y caracterización de los problemas que definen el sentido de estas prácticas - desde la perspectiva de los profesores - y también de los alumnos del profesorado.

A partir del estudio y análisis de los límites y restricciones en los elementos de significado inherentes al trabajo de un conjunto de prácticas asociadas a la geometría sintética, la geometría analítica y la pregunta ¿Qué cambios de técnicas van realizándose al pasar de un problema al otro? se puede concluir que:

- ❖ Ha permitido confrontar la dualidad que vive en la dialéctica teoría y práctica del hacer en los docentes que participan en el proyecto y sostienen la formación docente. La diferencia de los distintos sistemas de prácticas y los significados que un matemático pone a funcionar al abordar el hacer desde la matemática pura en la docencia universitaria en

relación con las maneras de hacer de estas prácticas geométricas en espacios didácticos-matemáticos.

- ❖ El estudio de los significados en el hacer de un matemático y el lugar de dichos significados en el trabajo didáctico nos convocó a otra cuestión y otros interrogantes de suma importancia: ¿La ciencia debe ser entendida sólo como resultado, esto es como teoría? ¿Cómo establecemos la relación teoría-práctica en la Formación docente inicial de un profesor en matemática? ¿El lugar qué ocupa el problema, cuando pensamos en el hacer geométrico, es el mismo lugar que ocupa en aritmética o álgebra? ¿Son los problemas los que regulan los cambios de técnicas o es el lenguaje? ¿Es el contexto o el tipo de pregunta quien regula que la resolución se desarrolle desde una geometría sintética o analítica u otra? ¿Debe abordarse la enseñanza de la resolución de problemas en situaciones donde se abordan construcciones con regla y compás? ¿Y si se resuelven con un software, por ejemplo el Geogebra que debe enseñarse?

Contraoponer diferentes sistemas de prácticas personales y hacerlas dialogar como aportes para la Formación Docente Inicial ha generado entre los docentes formadores de formadores el cuestionar desde distintos lugares; la existencia y unicidad del objeto matemático involucrado como producto de las relaciones y procesos puestos en juego. La construcción, en distintos contextos: estático (con lápiz y papel) y dinámico (con Geogebra) produce rupturas con significados afianzados, instituidos, como así también, genera significados contextuales propios.

Algunas Ideas/Aportes para la enseñanza que se conciben importantes:

Generar prácticas gestionadas de tal forma que “obligue” al mismo tiempo, por ejemplo, pensar sobre la relación entre el “particular” planteado por el alumno con el “general” previsto por el docente, la “parte” seleccionada para la exploración “singular” de cada estudiante con el “todo” sintetizado desde el saber matemático.

A continuación, presentamos una situación trabajada como modo de ejemplo del estudio realizado: ¿Es posible construir un paralelogramo dado dos lados consecutivos y la diagonal?

Se solicitaba su resolución con lápiz y papel y también utilizando el software libre Geogebra, a los fines de analizar comparativamente los diferentes elementos de significados que se ponen a funcionar dependiendo del contexto (estático o dinámico respectivamente) en el cual se encuadran las prácticas matemáticas. Producción de conocimiento de como viven la Prácticas Operativas y Reflexivas en la Formación Docente, la articulación entre lo que se dice, de lo que se hace, de las reglas que se imponen y de las razones que se dan en los distintos espacios (Geometría I, II, Didáctica, Operativas I y II, Fundamentos de la Matemática y otros).

La relación entre la desigualdad triangular y el teorema del coseno surge como un emergente al hacer “dialogar” prácticas didáctico-matemáticas en diferentes contextos: estático (con lápiz y papel) y dinámico (con Geogebra).

La Desigualdad Triangular “nos asegura que existe”, en cambio el Teorema de Coseno nos dice “existe y es este el paralelogramo”. Ante esta relación develada por comparar “modos de hacer” y de “validar” ese hacer en dos contextos diferentes, surgen nuevas preguntas que interpelan la relación entre estos objetos matemáticos que están sosteniendo la actividad llevada a cabo por el problema planteado.

Nos proponemos continuar este estudio y análisis de significados y conflictos semióticos de un nuevo “abanico” de tareas geométricas que actúan o que potencialmente pueden actuar sobre el actual sistema de la Formación docente inicial para generar (a partir de la producción y reflexión colectiva) algunas sugerencias que identifiquen los temas, procesos o problemas centrales que deben abordarse en los espacios de Geometría para la formación docente.

### Referencias bibliográficas

- Contreras, A., Font, V., Luque, L. y Ordóñez, L. (2005). Algunas aplicaciones de la teoría de las funciones semióticas a la didáctica del análisis infinitesimal. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 25(2), 151-186.
- Etchegaray, S. (2010). Reflexiones y aportes para repensar la enseñanza de la Matemática. *YUPANA - Revista de Educación Matemática de la Universidad Nacional del Litoral - Aportes y reflexiones para el aula*, 5, 11-26.
- Etchegaray, S., Corrales, J. y Vazquez, L. (2011). *Significados geométricos emergentes de la cultura griega: su evolución*. Ponencia presentada en el Congreso de Educación en Matemática. Rosario UNL, Argentina.
- Font, V., Planas, N. y Godino, J. D. (2010). Modelo para el análisis didáctico en educación matemática. *Infancia y Aprendizaje*, 33(1), 89-105.
- Font, V., Godino, J. D. y Gallardo, J. (2013). The emergence of objects from mathematical practices. *Educational Studies in Mathematics*, 82, 97-124.
- Godino, J. D. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(3), 325-355.
- Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 22(2/3), 237-284.



Godino, J; Batanero, C. y Font, V (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM - The International Journal on Mathematics Education*, 39(1-2), 127-135.

Godino, J (2009) Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. *UNIÓN Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 20, 13-31.

Godino, J (2011). *Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas*. Ponencia presentada en el XIII CIAEM-IACME, Recife, Brasil.

Pino-Fan, L., Godino, J. D. y Font, V. (2011). Faceta epistémica del conocimiento didáctico-matemático sobre la derivada. *Educação Matemática Pesquisa*, 13(1), 141-178.