

## DESCARTES Y LA FORMACIÓN DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS

Jhon Helver Bello Chávez y Alberto Forero Poveda  
Universidad Distrital Francisco José de Caldas.  
jhbello@udistrital.edu.co, albertoforero84@hotmail.com

Colomia

**Resumen.** Este artículo presenta avances del proyecto de investigación: *El conocimiento didáctico del profesor de matemáticas a partir del estudio de la historia de la matemática. Una experiencia con la geometría de Descartes*; financiado por la Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Haciendo uso de un análisis de contenido del texto y realizando un estudio de documentos y artículos que permiten analizar el momento histórico en donde se desarrolló la obra; se argumentan cuatro aspectos que consideramos relevantes para trabajar con estudiantes para profesor en un espacio académico de didáctica del álgebra: la idea de mathesis universalis, la noción de curva, el papel del álgebra y las implicaciones del pensamiento cartesiano.

**Palabras clave:** Descartes, geometría, álgebra, curva, discurso

**Abstract.** This paper presents progress of the research project "Pedagogical Content Knowledge math teacher from the study of the history of mathematics. An experience with the geometry of Descartes, funded by the Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Using a content analysis of the text and researching documents and articles that analyze the historical moment in which developed the work, they argue four aspects that we consider relevant to work with student teachers in an academic teaching of algebra: the idea mathesis universalism, the notion of curve, the role of the algebra and the implications of Cartesian thought.

**Key words:** Descartes, geometry, algebra, curve, speech

### Introducción

#### La historia de la matemática una oportunidad para el conocimiento del profesor

Hace más de dos décadas que las componentes del conocimiento del profesor se plantean como objeto de estudio en la comunidad científica que trabaja en el campo de la educación, al hacer una revisión del estado del conocimiento de esta problemática en Educación Matemática; se identifica que el trabajo más referenciado o las categorías asumidas para la elaboración de la mayoría de investigaciones respecto al conocimiento del profesor de matemática es el expuesto por (Shulman, 1987), quien plantea siete categorías para el desarrollo del conocimiento profesional del profesor, las cuales han sido reinterpretadas por autores como (Grossman, 1990) en cuatro; el conocimiento disciplinar, el conocimiento didáctico del contenido, el conocimiento pedagógico general y el conocimiento del contexto.

En este sentido (Bolívar, 2005), citando la traducción de (Marcelo, 1993) define el conocimiento didáctico del contenido como “una especie de amalgama de contenido y didáctica”, es decir, para el caso nuestro, una fusión entre matemáticas y didáctica que permita hacer consideraciones sobre la enseñanza, el aprendizaje y el conocimiento que para el profesor de matemáticas es útil.

En el campo de la Educación Matemática autores como (Guacaneme, 2010), plantean que el conocimiento histórico de la disciplina, por lo menos para el caso de las matemáticas, contribuye de manera transversal al conocimiento disciplinar y pedagógico del contenido del profesor de matemáticas, afirmación que teóricamente encuentra sustento por ejemplo, en el papel que le otorga a la historia y epistemología de la matemática autores como (D`amore, 2007), quien reconoce por lo menos dos criterios fundamentales para incorporar el conocimiento de la historia y epistemología de la matemática en la formación inicial y continua de profesores de matemáticas: un aspecto cultural y otro profesional.

El primero está relacionado con la necesidad que tiene el docente de trabajar en la transposición didáctica del conocimiento matemático para determinar el saber a enseñar y a partir de estas consideraciones, comunicarse haciendo uso de las matemáticas.

Según este autor, este acto de transposición debe estar vinculado a un cuerpo de posibilidades más allá de las definiciones, el cual permitirá que el profesor de matemáticas seleccione aspectos fundamentales del objeto de enseñanza. El conocimiento histórico, en tanto la transposición didáctica implica contextualizar, personalizar y humanizar el conocimiento matemático, se convierte en herramienta fundamental del conocimiento que pone en juego un maestro para analizar el saber a enseñar.

Parte de de este análisis, implica determinar las prácticas que permitieron constituir una obra, aspectos de tipo filosóficos, ontológicos y epistemológicos, que implican cambios en la noción de verdad, rigor, ciencia y matemáticas; en este documento se acoge la noción de práctica social de Foucault, la cual hace referencia a las dinámicas que permiten normalizar, determinar, regular y organizar un discurso, el cual debe su existencia a una compleja multiplicidad de interpretaciones del mundo.

Esta posición teórica, implica comprender que el análisis de obras históricas revela nuevas formas de pensar y comprender el accionar de un sujeto, en nuestro caso Descartes;

“...las prácticas sociales pueden llegar a engendrar dominios de saber que no sólo hacen que aparezcan nuevos objetos, conceptos y técnicas, sino que hacen nacer además formas totalmente nuevas de sujetos y sujetos de conocimiento. El mismo sujeto de conocimiento posee una historia, la relación del sujeto con el objeto...”  
(Foucault, 1996, p.6).

De esta manera, el conocimiento del profesor debe estar vinculado con la comprensión de estas prácticas históricas, con las cuales es posible realizar interpretaciones didácticas.

El aspecto profesional, está vinculado a las posibles interpretaciones didácticas que un maestro hace de las producciones de sus alumnos, la posibilidad de reconocer un tipo de error que en la literatura en Educación Matemática se conocen como provenientes de ciertos obstáculos epistemológicos, requiere reconocer entre los errores de los estudiantes los que tienen origen en la epistemología, de esta manera, un conocimiento que favorece las interpretaciones que hace el maestro de las producciones de los estudiantes y se convierte en fundamental en la construcción del conocimiento profesional de profesor de matemáticas es la epistemología. Pero “ ... si la epistemología estudia la evolución de los conceptos, no es posible pensar en escindir los estudios de epistemología de la matemática de aquellos de la historia de la matemática.” (D`amore, 2007, pág. 16),

(Tzanakis y Arcavi, 2000) mencionan tres diferentes enfoques para la integración de la historia en la educación matemática: (1) Aprendizaje de la Historia: por la provisión de información directamente de la historia, (2) Aprendizaje de tópicos matemáticos, siguiendo un aprendizaje y enseñanza por enfoques inspirados por la historia, y (3) Desarrollando una mayor conciencia, de la matemática en sí misma y de los contextos sociales y culturales en que las matemáticas ha sido construida.

De acuerdo a la revisión bibliográfica realizada en esta sección, sobre la formación de profesores, la relación Historia de la Matemática - conocimiento profesional del profesor de matemáticas, se puede indicar que la preguntas citada por (Gómez, 2001) y realizada por Cooney en 1994 respecto al conocimiento del profesor, ¿qué tipos de conocimientos necesitan los profesores de matemáticas para ser eficientes? Y ¿qué tipos de experiencias deben vivir los profesores para construir ese conocimiento?; aunque de ninguna manera creemos que la historia de la matemática responda las preguntas, creemos que este saber hace parte de los conocimientos y experiencias que un maestro de matemáticas debe tener, en cuenta, no solamente como conocimiento disciplinar, sino como, parte de lo que pone en juego al planear, gestionar y evaluar saberes.

### Didáctica del álgebra y Descartes

Gran parte de la literatura en didáctica del álgebra fundamenta sus propuestas para el desarrollo de pensamiento algebraico, para la enseñanza y aprendizaje del álgebra; en la reflexión de procedimientos, problemas y heurísticas, relacionadas con el trabajo de matemáticos de la antigüedad, como: Euclides, Khowārizmī, Diofanto, Abu Kamil, entre otros. Sin embargo, el trabajo de Descartes respecto al álgebra, el cual se encuentra en uno de los anexos del discurso del método, Geometría; es citado pero no analizado y explorado con suficiencia.

El trabajo de Descartes es reconocido fundamentalmente porque partiendo de la geometría griega, el teorema de Thales, los trabajos de Euclides y Apolonio; conforma un tipo de matemática que traslada a la geometría de su papel protagónico, como eje central de la matemática, convirtiendo la matemática algebrizada propuesta por Descartes en un nuevo tipo de matemática, más fuerte por ser la aritmética y el álgebra la ciencia de las magnitudes y de esta manera más aplicable y general que la geometría;

“...con Descartes el Álgebra figura en primera línea como técnica, como método de combinación y construcción, de tal modo que es el cálculo algebraico el que legitima los resultados de la nueva Geometría Analítica, que destruye los escrúpulos de los griegos relativos a la definición de las curvas y hace inútil la teoría de la construcción geométrica, que queda sustituida por la síntesis de la construcción algebraica”  
(González, 2001, p.5)

El trabajo sobre la geometría de Descartes, permite asociar una ecuación a una curva a partir de un referente, permitiendo pasar de la geometría al álgebra y viceversa. De igual manera, permite la asignación de una longitud a los segmentos, asociada a una unidad de medida; como afirma (D`hombres, 2000) es la innovación del cartesiano, expresar a todas las magnitudes involucradas en un problema como longitudes de líneas lo que permite que los términos conocidos y desconocidos terminen configurado una ecuación, encontrado las condiciones de dependencia de unas con las otras, relacionado de esta manera, cantidades conocidas y cantidades desconocidas, con el fin de obtener una expresión que permita hallar los valores de las desconocidas.

El trabajo de Descartes se considera en Historia de la Matemática, un puente, el cual permitió como afirma (Bell, 1949) un nuevo método de investigación sistemática que permitió resolver problemas geométricos antiguos y considerar curvas que desde los métodos griegos no se podían analizar. Para terminar, por lo menos tres consideraciones son importantes en los trabajos de Descartes respecto a la construcción del álgebra, las que corresponden a las representaciones simbólicas que realiza de la geometría a partir del álgebra; la construcción de un referencial con el cual medir la distancia de un punto a una recta y la asignación que hace de cantidades a las longitudes a partir de una unidad de medida.

### Una mirada del contenido de la geometría

El texto, se compone de tres secciones, llamadas libros, en una primera mirada se observa que resuelven problemas geométricos, como afirma (Bos, 1998), se evidencia un sistema dual; técnico y analítico, el primero referido al procedimiento y el segundo como un inspector de la solución del problema geométrico; sin embargo, al tratar de manera más profunda el documento, se evidencia

trabajo respecto a asuntos que eran tratados en esa época, por ejemplo: lo relacionado con la clasificación de curvas, la instrumentalización de la matemática, el lenguaje de lo simbólico y una discusión sobre las construcciones geoméricamente aceptables, lo cual argumenta a través del establecimiento de representaciones gráficas y simbólicas de curvas.

Descartes consideraba a la geometría como una forma de resolver problemas más que como una ciencia deductiva, tenía la intención como muchos de sus contemporáneos de crear una *mathesis universalis*, es decir una matemática universal que permitiera unir en un solo conocimiento, el aritmética, la geometría y los principios de álgebra que para su época estaban relacionados con los trabajos de los árabes y Vieta.

Desde esta mirada de la obra, se realizó un análisis de contenido, considerando como corpus documental el texto, la traducción al castellano de geometría dirigida por José Manuel Sánchez, (Descartes, 1996) y algunos artículos y documentos que localizan la época en que se desarrollan las ideas de Descartes, y sus comunicaciones con personajes como Beeckman, Fermat y Mersenne, (Forbes, 1977) (Rabouin, 2010); (Machamer y McGuire, 2006). Se usaron cinco categorías para seccionar el contenido del texto: frases en donde se realizan definiciones; párrafos en donde se argumenta o se prueba; construcciones mecánicas; construcciones que se usan para probar algo y problemas de aplicación.

Después de concluido el análisis, y considerando la importancia que puede tener la obra en el conocimiento del profesor de matemáticas, creemos que son cuatro los aspectos que sobresalen: la preocupación por una *mathesis universalis*, una nueva noción epistemológica del objeto curva, el papel del álgebra simbólica y las implicaciones del pensamiento cartesiano.

*La mathesis Universalis*: detrás de este trabajo está el desarrollo respecto a la noción de matemáticas antes de Descartes, las visiones filosóficas del momento, la construcción de una nueva ciencia. Según (Patty, 1997) la noción de matemáticas que se presenta en la obra está relacionado con el acceso a la verdad y por este camino con una noción de subjetividad que permite el conocimiento y la ciencia. En este sentido, cada uno forma la comprensión y los juicios y de esta manera se cuestiona sobre la certeza del conocimiento.

En esta búsqueda Descartes desarrolla a través del texto de la geometría la apropiación de su propia subjetividad, a través de los siguientes asuntos: los descubrimientos de la construcción de curvas, la resolución de ecuaciones y su relación con objetos geométricos. Los cuales permitirían ahondar en su visión totalitaria de conocimiento.

Esta discusión de tipo filosófico y epistemológico permite que el estudiante para profesor de matemáticas ubique el trabajo de Descartes en el desarrollo de la construcción de este

conocimiento; el reconocer una idea, o mejor, un proyecto sobre el status de las matemáticas, permite que se reconozca como un conocimiento transformable, desde ideas de rigor, validez y validación, que hacen emerger nuevos conocimientos, en este caso la geometría analítica.

*La noción de curva:* se plantea la diferencia con la visión de curva antes de Descartes, reconociendo que éstas pertenecían a otra área del conocimiento, la mecánica; razón por la cual dentro de su obra aparecen algunos instrumentos para trazar curvas, los cuales entendemos como importantes en la comprensión de la obra y en el entendimiento de la importancia del lenguaje algebraico. El uso que hace el autor de esta noción, implica la solución de problemas, entre ellos el de Pappus y la trisección del ángulo; asuntos que son tratados desde la geometría hacia el álgebra, sin mantener estas dos formas de representación el mismo status epistemológico, pues, como lo afirma (Dennis, 1997), Descartes nunca graficó una ecuación, las curvas eran construidas a partir de medidas geométricas, en la geometría, las ecuaciones no dieron origen a las curvas, fueron las curvas quienes dieron lugar a las ecuaciones; Descartes uso esta representación exclusivamente para realizar taxonomías entre ellas.

La diferencia epistemológica entre las representaciones de la curva, es un aspecto que consideramos debe ser discutido a profundidad con los estudiantes para profesor; la escuela actual, privilegia justamente la otra vía de desarrollo, de la representación simbólica de la curva a la representación gráfica; dejando sin contexto la existencia de la curva como producto del movimiento y las relación entre magnitudes.

*El papel del álgebra:* en relación con este aspecto, se identificó el problema del rompimiento de la homogeneidad Euclideana, como eje rector de esta discusión, pues, consideramos que éste, infiere en el tratamiento que se puede hacer de las operaciones, por ejemplo; la suma de expresiones cuadradas con cúbicas, determinando la posibilidad de entender a partir de representaciones de segmentos, este tipo de relaciones. Un aspecto complementario al anterior, está relacionado con los trabajos de Vieta, el tratamiento de lo desconocido a partir de lo conocido (D`hombres, 2000), que permitió la solución de ecuaciones y la realización de expresiones equivalentes, las cuales en un primer momento no significaron para la humanidad lo que significan para la matemática moderna; este progreso se dio sólo después de que los matemáticos habían alcanzado fe en la capacidad del lenguaje algebraico para representar y modelar la geometría.

*Las implicaciones del pensamiento cartesiano:* el papel de las matemáticas en el análisis del método de Descartes, infiere un proceso que fusiona filosofía y matemáticas, cuyo producto es un método subjetivo que va a trascender la historia de la humanidad, convirtiéndose en lo que comúnmente llamamos modernidad. De esta manera reconocemos en la obra, el desarrollo de un proceso que

permite resolver problemas geométricos a partir de representar el problema en formas algebraicas o gráficas; permitiendo un espacio a construcciones emergente, del movimiento y la mecánica.

### Primeras conclusiones

Del proceso teórico de esta investigación y sin haber llevado a cabo la segunda parte del estudio, que consiste en la aplicación de algunas actividades relacionadas con los cuatro aspectos mencionados anteriormente, podemos realizar las siguientes afirmaciones respecto al papel que tiene el conocimiento que gira alrededor de la geometría de Descartes en cursos de formación inicial de profesores:

Es la obra de Descartes, en especial, geometría, un ejemplo de la importancia del conocimiento histórico en la formación inicial de profesores de matemáticas. Alrededor de este documento se visualiza una nueva forma de abordaje de los problemas geométrico, que consiste en decantar lo que ahora, en las matemáticas modernas, se realiza sin problema, pero que tuvo un surgimiento relacionado con otro tipo de conceptos, como el de curva y otro tipo de actividad matemática, como la referida a la mecánica y los instrumentos.

La historia de la matemática, es un potente campo de entendimiento de las matemáticas que permite pensar en aspectos que configuran una formación diferente del profesor de matemáticas, pensada esta, alrededor del conocimiento didáctico del contenido matemático, como se ve en los cuatro aspectos desarrollados anteriormente, el asunto no consiste en construir un discurso sobre un aspecto, autor particular o recitar una obra histórica; sino en construir un discurso sobre las matemáticas, sus formas y producciones.

La emergencia del conocimiento histórico, en relación con la formación de profesores de matemáticas, desarrolla nuevos campos de saber para quien se está formado, ejemplo de esto, es el análisis de la obra de Descartes, en donde se vislumbran aspectos íntimamente ligados a la formación de pensamiento algebraico que no hacen parte de las discusiones tradicionales dentro de esta formación. La relación de la noción de curva en correspondencia con la emergencia del uso de esta forma de pensar, a partir de la representación de problemas geométricos por medio de representaciones gráficas y simbólicas es sin duda, muestra de la potencialidad de la historia.

### Referencias bibliográficas

- Bell, E. (1949). *Historia de las matemáticas*. México. Fondo de Cultura de Económica.
- Bolivar, A. (2005). Conocimiento Didáctico del Contenido y Didácticas Específicas. *Revista de Curriculum y formación de profesorado*, 9(2), 1-39.

Bos, H. (1998). La structure de la Géométrie de Descartes. *Revue d'histoire des sciences*, 51(1), 291 -318.

D hombres, J. (2000). La banalidad del Referencial Cartesiano. En C. Alvarez, & R. Martinez (Ed.), *Descartes y la ciencia del siglo XVII* (pp. 69-98). México: Siglo XXI.

D`amore, B. (2007). El papel de la Epistemología en la formación de profesores de Matemática en la Escuela Secundaria. *Cuadernos del Seminario en Educación* 8(1), 36-58.

Dennis , D. ( 1997). René Descartes' Curve-Drawing Devices: Experiment in the relations between mechanical motion and symbolic language. *Mathematics Magazine*, 70 (3), 163-174.

Descartes, R. (1996). *Discurso del método. La dióptrica. Los meteoros. La geometría.* (J. M. Sánchez Ron, Ed., & G. Quintás, Trad.) Barcelona: Círculo de lectores.

Forbes, E. (1977). Descartes and the Birth of Analitic Geometry. *Historia Mathematica*, 4(2), 141-151.

Foucault, M. (1996). *La verdad y las formas jurídicas.* Barcelona: Gedisa.

Gonzalez Urbaneja, P. M. (2001). *Geometria de Descartes.* Recuperado de [www.xtec.es/sgfp/llicencies/200304/.../geometriadescartes.pdf](http://www.xtec.es/sgfp/llicencies/200304/.../geometriadescartes.pdf).

Grossman, P. (1990). The Making of a Teacher. *Teacher Knowledge and Teacher Education.* New York: Columbia University.

Guacaneme Suarez, E. A. (2010). ¿Qué tipo de historia de las maemáticas debe ser apropiada por un profesor?. *Asociación Colombiana para la Investigación en Educación en Ciencias y Tecnología* 2, 136-148.

Macbeth, D. (2004). Viète, Descartes, and the Emergence of Modern Mathematics. *Graduate Faculty Philosophy Journal*, 25(2), 88-117.

Patty, M. (1997). Memorias del seminario en conmemoración de los 400 años del nacimiento de Rene Descartes. *Mathesis Universalis e integibilidad en Descartes* (págs. 135-170). Bogotá: Academia colombiana de ciencias Exactas, físicas y naturales.

Rabouin, D. (2010). What Descartes knew of mathematics in 1628. *Historia Mathematica*, 37(3), 428-459.

Shulman, L. (1987). Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-21.

Shulman, L. (2005). Conocimiento y enseñanza: fundamentos de la nueva reforma. *Revista de currículum y formación del profesorado*, 2(9), 24-39.

Tzanakis, C., & Arcavi, A. (2000). Integrating history of mathematics in the classroom: an analytic survey. In J. Fauvel & J. Maanen (Eds.), *History in Mathematics Education: The ICMI Study* (pp. 201-240). Dordrecht: Kluwer Academic publishers.