Algunas conjeturas sobre fracciones egipcias

Lyda Constanza Mora Mendieta
Profesora Universidad Pedagógica Nacional
Bogotá D.C, Colombia

Isaac Lima Díaz
Estudiante Universidad Pedagógica Nacional
Bogotá D.C, Colombia

Resumen

A continuación se presentan algunas conjeturas sobre las fracciones, con base en el tratamiento que los Egipcios hacían en antigüedad. En la primera parte se hace una introducción a las fracciones unitarias, y la representación de fracciones con numerador dos por medio de la suma de fracciones unitarias distintas. En la segunda parte, se presentan algunas de las conjeturas halladas a partir de la determinación de regularidades presentes en adiciones entre fracciones cuya suma es una fracción unitaria.

Introducción

Este escrito es el resultado de una comunicación breve, éste nace de la pregunta: ¿Cómo trabajaban los egipcios las fracciones?, planteada en el espacio académico Sistemas Numéricos, del Proyecto Curricular Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional, liderado, en el primer semestre de 2003, por la profesora Lyda Constanza Mora Mendieta, integrante del Grupo de Álgebra. Dicho grupo está también conformado por los profesores Carlos Julio Luque Arias (coordinador) y Johana Andrea Torres Diaz, quienes se hallan adelantando una propuesta didáctica para este espacio académico, enmarcada dentro del proyecto de investigación *"Actividades matemáticas para el desarrollo de procesos lógicos: El matemático de medir"* financiado por el Centro de Investigaciones de la Universidad Pedagógica Nacional para el periodo 2002-2004.

1. Las Fracciones en Egipto: Las Fracciones Unitarias

Según autores como Boyer (1986) y Smith (1953), un concepto cercano al de fraccionario apareció por primera vez en la cultura egipcia. Los egipcios tenían dos sistemas de numeración, uno jeroglífico y otro hierático; con ambos (que datan aproximadamente del año 3000 a.C.), notaron fracciones, especialmente, fracciones unitarias.

Para la representación de fracciones en notación jeroglífica, los egipcios empleaban el símbolo  que indicaba un ro, una unidad de volumen; definida, en nuestra notación, como $\frac{1}{320}$ de heqat[1]; tenía también un significado asociado: el símbolo ro correspondía a una boca e indicaba la cantidad de grano (volumen) que podía contener un bocado, una parte, una fracción. Bajo dicho símbolo, colocaban un número escrito en notación jeroglífica; en términos modernos, este número sería el denominador de la fracción unitaria, esto es, con numerador uno; sin embargo, existían cuatro excepciones, la mitad tenía un símbolo propio, una especie de U rotada -90^{o} respecto a su posición original, en la cual se mostraban los dos brazos iguales de la U -tal vez por las dos partes iguales en que se dividía la unidad-, $\frac{3}{2}$ se representaba, como la fracción que mostraba o bien un símbolo de ro con dos palos desiguales debajo o el mismo símbolo atravesado por una U invertida con dos brazos desiguales; el sentido de estos signos consiste en reflejar el hecho de que la unidad se dividía en tres partes de las cuales se consideraban dos de ellas, $\frac{1}{4}$

[1] El heqat era una medida de volumen empleada por los egipcios para el almacenamiento de granos y líquidos, era un submúltiplo del khar, la unidad fundamental, $\frac{3}{2}$ khar equivalía a 30 heqat y a un codo cúbico; en metros cúbicos 1 heqat equivale a $0,0047$ unidades.

y $\frac{3}{4}$ también eran fracciones excepcionales (Figura 1).

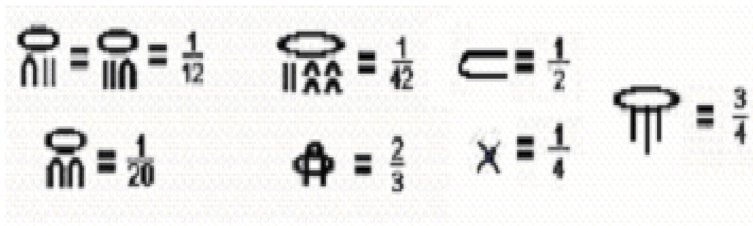

Figura 1

El uso de fracciones es sin duda el rasgo más peculiar de la matemática egipcia. El método empleado por los escribas para operar con fracciones es mucho más complicado que el nuestro, la base de la representación de una fracción se encontraba en la descomposición como suma de fracciones de numerador 1, todas distintas.

Salvo la excepcionalidad constituida por el $\frac{2}{3}$ y, eventualmente, por $\frac{3}{4}$, los escribas egipcios sólo utilizaron en sus cálculos fracciones unitarias. Ello significa que no generalizaron el concepto numérico de fracción debido, probablemente, a que sus concepciones matemáticas les impedía ver dicho fraccionario como un número, básicamente, la fracción surge en un contexto de medida y en otro de reparto, atendiendo a las necesidades de la época. Para los egipcios, los fraccionarios no son números, son la expresión de una acción de reparto y como tal sólo son admisibles las fracciones unitarias.

Los egipcios utilizaron también el sistema hierático, debido a la facilidad para escribirse sobre los papiros, pues era cursivo; en éste, las fracciones unitarias eran escritas de manera un poco distinta, como se muestra enseguida; según los historiadores, el punto es el equivalente al óvalo en el sistema jeroglífico[2];

[2]El punto fue usado como un símbolo para la fracción aún en la época moderna, tal como se encuentra en copias de libros ingleses del siglo XVIII, en los cuales $\frac{1}{2}$ y $\frac{\cdot}{2}$ se representaban como $\frac{\cdot}{4}$ y respectivamente (Smith, 1953, p. 210)

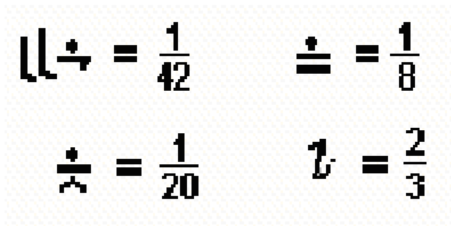

Figura 2

La notación hierática para las fracciones es hallada en uno de los instrumentos egipcios reconocidos como de mayor importancia, el Papiro de Ahmes[3] (conocido también como el papiro de Rhind), documento que data de aproximadamente 1500 años a.C., en cuya primera sección aparece una tabla para dividir por dos y por los números impares, desde $\frac{2}{3}$ hasta $\frac{2}{101}$, como es lógico se eliminan las descomposiciones en las que el denominador es par; además se encuentra, como ya se había dicho antes, el interés de los egipcios por las fracciones unitarias, en el papiro se hallan fracciones comunes escritas como suma de fracciones unitarias distintas, algunas de varias formas; por ejemplo, $\frac{2}{5}$ era escrito, en notación actual, como sigue:

$$\frac{2}{5} = \frac{1}{3} + \frac{1}{15}$$

y no como $\frac{1}{5} + \frac{1}{5}$; $\frac{2}{43}$ aparece de distintas formas, así:

$$\begin{aligned} \frac{2}{43} &= \frac{1}{42} + \frac{1}{86} + \frac{1}{129} + \frac{1}{301} \\ &= \frac{1}{24} + \frac{1}{258} + \frac{1}{1032} \\ &= \frac{1}{30} + \frac{1}{86} + \frac{1}{645} \end{aligned}$$

[3] Ahmés, faraón de Egipto (570-526 a.C.), su nombre es también conocido como Amosis y Ahmosis.

$$
\begin{aligned}
&= \frac{1}{36} + \frac{1}{86} + \frac{1}{645} + \frac{1}{172} + \frac{1}{774} \\
&= \frac{1}{40} + \frac{1}{860} + \frac{1}{1720}
\end{aligned}
$$

Los egipcios desarrollaron numerosas reglas para formar fracciones unitarias; sin embargo, no existe una aplicable a todos los casos; además, preferían unas representaciones más que otras [4], como veremos a lo largo de este escrito.

El símbolo para indicar adición (+) no se empleaba y las fracciones aparecían una tras otra. Lógicamente el problema en esa época consistía en encontrar dichas reducciones. En la actualidad se conoce y es posible encontrar algoritmos para encontrar tales adiciones, pero hace 4000 años los escribas no conocían un método eficaz para efectuar las transformaciones, por lo que se limitaban a emplear tablas ya escritas o a efectuar el proceso de división aprendido.

2. Algunas Regularidades

La siguiente tabla es una reproducción de la escrita por Ahmes:

1	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}+\frac{1}{6}$	18	$\frac{2}{37}$	$\frac{1}{24}+\frac{1}{111}+\frac{1}{296}$	34	$\frac{2}{69}$	$\frac{1}{46}+\frac{1}{138}$
2	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{3}+\frac{1}{15}$	19	$\frac{2}{39}$	$\frac{1}{26}+\frac{1}{78}$	35	$\frac{2}{71}$	$\frac{1}{40}+\frac{1}{568}+\frac{1}{710}$
3	$\frac{2}{7}$	$\frac{1}{7}+\frac{1}{7}$	20	$\frac{2}{41}$	$\frac{1}{24}+\frac{1}{246}+\frac{1}{328}$	36	$\frac{2}{73}$	$\frac{1}{60}+\frac{1}{219}+\frac{1}{292}+\frac{1}{365}$
4	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{6}+\frac{1}{18}$	21	$\frac{2}{43}$	$\frac{1}{42}+\frac{1}{86}+\frac{1}{129}+\frac{1}{301}$	37	$\frac{2}{75}$	$\frac{1}{50}+\frac{1}{150}$
								$\frac{1}{45}+\frac{1}{225}$
5	$\frac{2}{11}$	$\frac{1}{6}+\frac{1}{66}$	22	$\frac{2}{45}$	$\frac{1}{27}+\frac{1}{135}$	38	$\frac{2}{77}$	$\frac{1}{42}+\frac{1}{462}$

[4] Es conocido que Ahmes y sus predecesores referían, para dos tercios, las dos primeras representaciones mostradas.

6	$\frac{2}{13}$	$\frac{1}{8}+\frac{1}{52}+\frac{1}{104}$	23	$\frac{2}{47}$	$\frac{1}{4}+\frac{1}{12}$	39	$\frac{2}{79}$	$\frac{1}{60}+\frac{1}{237}+\frac{1}{316}+\frac{1}{790}$
7	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{9}+\frac{1}{45}$	24	$\frac{2}{49}$	$\frac{1}{4}+\frac{1}{12}$	40	$\frac{2}{81}$	$\frac{1}{54}+\frac{1}{162}$
8	$\frac{2}{17}$	$\frac{1}{12}+\frac{1}{51}+\frac{1}{68}$	25	$\frac{2}{51}$	$\frac{1}{34}+\frac{1}{102}$	41	$\frac{2}{83}$	$\frac{1}{60}+\frac{1}{332}+\frac{1}{415}+\frac{1}{498}$
9	$\frac{2}{19}$	$\frac{1}{12}+\frac{1}{76}+\frac{1}{114}$	26	$\frac{2}{53}$	$\frac{1}{30}+\frac{1}{318}+\frac{1}{795}$	42	$\frac{2}{85}$	$\frac{1}{51}+\frac{1}{255}$
10	$\frac{2}{21}$	$\frac{1}{14}+\frac{1}{42}$	27	$\frac{2}{55}$	$\frac{1}{33}+\frac{1}{165}$	43	$\frac{2}{87}$	$\frac{1}{58}+\frac{1}{174}$
11	$\frac{2}{23}$	$\frac{1}{12}+\frac{1}{276}$	28	$\frac{2}{57}$	$\frac{1}{38}+\frac{1}{114}$	44	$\frac{2}{89}$	$\frac{1}{60}+\frac{1}{356}+\frac{1}{534}+\frac{1}{890}$
12	$\frac{2}{25}$	$\frac{1}{15}+\frac{1}{75}$	29	$\frac{2}{59}$	$\frac{1}{36}+\frac{1}{236}+\frac{1}{531}$	45	$\frac{2}{91}$	$\frac{1}{49}+\frac{1}{637}$
13	$\frac{2}{27}$	$\frac{1}{18}+\frac{1}{54}$	30	$\frac{2}{61}$	$\frac{1}{4}+\frac{1}{244}+\frac{1}{488}+\frac{1}{610}$	46	$\frac{2}{93}$	$\frac{1}{62}+\frac{1}{186}$
14	$\frac{2}{29}$	$\frac{1}{24}+\frac{1}{58}+\frac{1}{174}+\frac{1}{232}$	31	$\frac{2}{63}$	$\frac{1}{42}+\frac{1}{126}$	47	$\frac{2}{95}$	$\frac{1}{57}+\frac{1}{285}$
15	$\frac{2}{31}$	$\frac{1}{20}+\frac{1}{124}+\frac{1}{155}$	32	$\frac{2}{65}$	$\frac{1}{39}+\frac{1}{195}$	48	$\frac{2}{97}$	$\frac{1}{56}+\frac{1}{679}+\frac{1}{776}$
16	$\frac{2}{33}$	$\frac{1}{22}+\frac{1}{66}+$	33	$\frac{2}{67}$	$\frac{1}{40}+\frac{1}{335}+\frac{1}{536}$	49	$\frac{2}{99}$	$\frac{1}{66}+\frac{1}{198}$
17	$\frac{2}{35}$	$\frac{1}{21}+\frac{1}{105}$				50	$\frac{2}{101}$	$\frac{1}{101}+\frac{1}{202}+\frac{1}{303}+\frac{1}{606}$

Tabla: 1

Posiblemente la tabla escrita por Ahmes no fuese producto de métodos empíricos, sino que sigue un razonamiento lógico. A continuación se extraen algunas regularidades que presenta la tabla presentada por el egipcio: Lo primero que se observa es que las fracciones de la forma $\frac{2}{3k}$ están expresadas como adición de dos fracciones unitarias, pero ¿cómo determinar los sumandos a partir de una fracción con numerador dos y denominador múltiplo de tres? Veamos la siguiente tabla donde se relaciona n con $3k$.

Número (n)	Fracción	Adición
1	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}+\frac{1}{6}$
2	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{6}+\frac{1}{18}$
3	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{10}+\frac{1}{30}$
4	$\frac{2}{21}$	$\frac{1}{14}+\frac{1}{42}$
5	$\frac{2}{27}$	$\frac{1}{18}+\frac{1}{54}$
6	$\frac{2}{33}$	$\frac{1}{22}+\frac{1}{66}$
7	$\frac{2}{39}$	$\frac{1}{26}+\frac{1}{78}$
8	$\frac{2}{45}$	$\frac{1}{30}+\frac{1}{90}$
9	$\frac{2}{51}$	$\frac{1}{34}+\frac{1}{102}$
10	$\frac{2}{57}$	$\frac{1}{38}+\frac{1}{114}$

Tabla: 2

De esta lista deducimos que si hacemos $k = 2n - 1$, tenemos que:

$$\frac{2}{3(2n-1)} = \frac{1}{4n-2} + \frac{1}{6(2n-1)}$$

El segundo grupo lo forman las fracciones de la forma $\frac{2}{5k}$, veamos una lista de ellas:

Número (n)	Fracción	Adición
1	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{3}+\frac{1}{15}$
2	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{9}+\frac{1}{45}$
3	$\frac{2}{25}$	$\frac{1}{15}+\frac{1}{75}$
4	$\frac{2}{35}$	$\frac{1}{21}+\frac{1}{105}$
5	$\frac{2}{45}$	$\frac{1}{27}+\frac{1}{135}$
6	$\frac{2}{55}$	$\frac{1}{33}+\frac{1}{165}$
7	$\frac{2}{65}$	$\frac{1}{39}+\frac{1}{195}$
8	$\frac{2}{75}$	$\frac{1}{45}+\frac{1}{225}$
9	$\frac{2}{85}$	$\frac{1}{51}+\frac{1}{255}$
10	$\frac{2}{95}$	$\frac{1}{57}+\frac{1}{285}$

Tabla: 3

Concluimos entonces que si hacemos $k = 2n - 1$, tenemos que:

$$\frac{2}{5(2n-1)} = \frac{1}{3(2n-1)} + \frac{1}{15(2n-1)}$$

Ahora, observemos la lista de las fracciones de la forma $\frac{2}{7k}$ extraídas del Papiro de Ahmes:

Número (n)	Fracción	Adición
1	$\frac{2}{7}$	$\frac{1}{7}+\frac{1}{7}$
2	$\frac{2}{21}$	$\frac{1}{14}+\frac{1}{42}$
3	$\frac{2}{35}$	$\frac{1}{21}+\frac{1}{105}$
4	$\frac{2}{49}$	$\frac{1}{28}+\frac{1}{196}$
5	$\frac{2}{63}$	$\frac{1}{35}+\frac{1}{315}$
6	$\frac{2}{77}$	$\frac{1}{42}+\frac{1}{462}$
7	$\frac{2}{91}$	$\frac{1}{49}+\frac{1}{637}$

Tabla :4

Con base en ellas concluimos que si $k = 2n - 1$, tenemos que:

$$\frac{2}{7(2n-1)} = \frac{1}{7n} + \frac{1}{7n(2n-1)}$$

Obviamente, es posible hallar regularidades para fracciones de la forma $\frac{2}{pk}$, donde p es un número primo y para fracciones escritas como resultado de la adición de tres fracciones unitarias, esta tarea la dejamos abierta y pretendemos desarrollarla en otro escrito.

3. Fracciones y sus Generadores

En 1864 el British Museum obtuvo un conjunto de documentos de origen Egipcio que habían estado en posesión de Henry Rhind y que se habían puesto a la venta tras su fallecimiento. Entre dichos documentos se encontraba un rollo de cuero en un estado tal que, fue difícil desenrrollarlo con las técnicas de la época, cuando finalmente en 1927 pudo desenrollarse de manera adecuada se comprobó que sólo registraba un conjunto de sumas de fracciones en cuatro columnas, de las que las dos últimas parecían copias fieles de las dos primeras. Esta fidelidad en la copia sugería que se trataba de un ejercicio de práctica en dichas sumas para mejorar el aprendizaje de un estudiante avanzado, lo que complementa la función del papiro Rhind, ya que al parecer este pergamino tiene la función de enseñar.

El estudio realizado el mismo año de conocerse su contenido mostró que, pese a no responder a las grandes expectativas creadas, el Rollo de Cuero no estaba exento de interés. Atendiendo a las columnas tercera y cuarta (las más legibles y completas) había un total de veintiséis sumas distintas de fracciones que, se pueden agrupar de un modo que refleja el conocimiento egipcio sobre la suma de fracciones unitarias.

A continuación se hace una agrupación en la misma estructura numérica de las fracciones presentadas en dicho pergamino por medio de dos criterios: En primer lugar, el número de fracciones que son sumadas para dar un resultado en forma de una única fracción unitaria; así se pueden distinguir resultados de dos, tres y hasta cuatro fracciones sumadas y, en segundo lugar, la relación numérica de los denominadores en las fracciones sumadas; por ejemplo, la suma $\frac{1}{9}+\frac{1}{18}$ responde al generador (1,2) ya que dando al menor denominador (9) el valor 1 en el generador, el otro (18) corresponde a 2 veces 9, esto se nota con 2 en la segunda componente de la pareja; de manera similar, la adición $\frac{1}{14}+\frac{1}{21}+\frac{1}{42}$ obedecería al generador (2, 3, 6).

A partir de los resultados encontrados en el Rollo de Cuero junto a los que aparecen en el papiro Rhind, se puede ensayar una reconstrucción de los distintos pasos seguidos por los escribas para llegar a estos resultados.

Veamos, por ejemplo que, los escribas egipcios tenían conocimiento de la duplicación de una fracción con denominador par:

$$\boxed{\begin{array}{c} \frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1 \\[6pt] \frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2} \\[6pt] \frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{1}{3} \\[6pt] \frac{1}{8}+\frac{1}{8}=\frac{1}{4} \\[6pt] \frac{1}{10}+\frac{1}{10}=\frac{1}{5} \\[6pt] \frac{1}{12}+\frac{1}{12}=\frac{1}{6} \\[6pt] \frac{1}{14}+\frac{1}{14}=\frac{1}{7} \\[6pt] \frac{1}{16}+\frac{1}{14}=\frac{1}{8} \end{array}}$$

Tabla :5

La regla consiste en que la suma de dos fracciones iguales de denominador par es igual a una fracción cuyo denominador es la mitad del denominador inicial, estas adiciones corresponden al generador (1,1).

De la misma manera, que el generador (1,1) se puede construir la tabla de los valores correspondientes al generador (1,2); así

Generador (1, 2)		Suma
$\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2n}$	$+$	
$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$	$+$	$\frac{3}{4}$
$\frac{1}{3}+\frac{1}{6}$	$+$	$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{4}+\frac{1}{8}$	$+$	$\frac{3}{8}$
$\frac{1}{5}+\frac{1}{10}$	$+$	$\frac{3}{10}$
$\frac{1}{6}+\frac{1}{12}$	$+$	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{7}+\frac{1}{14}$	$+$	$\frac{3}{7}$
$\frac{1}{8}+\frac{1}{10}$	$+$	$\frac{3}{16}$
$\frac{1}{9}+\frac{1}{18}$	$+$	$\frac{1}{6}$
$\frac{1}{10}+\frac{1}{20}$	$+$	$\frac{3}{20}$
$\frac{1}{11}+\frac{1}{22}$	$+$	$\frac{3}{22}$
$\frac{1}{12}+\frac{1}{24}$	$+$	$\frac{1}{8}$
$\frac{1}{13}+\frac{1}{26}$	$+$	$\frac{3}{13}$
$\frac{1}{14}+\frac{1}{28}$	$+$	$\frac{3}{14}$
$\frac{1}{15}+\frac{1}{30}$	$+$	$\frac{1}{10}$
$\frac{1}{16}+\frac{1}{32}$	$+$	$\frac{3}{16}$

Tabla :6

En la tabla anterior se observa que las fracciones de la forma $\frac{1}{3k}$, son las únicas que cumplen las propiedades de la suma de fracciones egipcias, la suma es una fracción unitaria.

Cuando se extiende el procedimiento al generador (1,1,1), se obtiene la siguiente tabla, para algunos valores:

Generador (1, 1, 1)		Suma
$\frac{1}{n}$ $\frac{1}{n}$ $\frac{1}{n}$	$+$	
$\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}$	$=$	$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{9}+\frac{1}{9}+\frac{1}{9}$	$=$	$\frac{1}{3}$
$\frac{1}{12}+\frac{1}{12}+\frac{1}{12}$	$=$	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{15}+\frac{1}{15}+\frac{1}{15}$	$=$	$\frac{1}{5}$
$\frac{1}{18}+\frac{1}{18}+\frac{1}{18}$	$=$	$\frac{1}{6}$

Tabla :7

Como los egipcios tenían una concepción de la fracción como parte de la unidad, al tomar, por ejemplo, $\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}$ estaban considerando un total de 3 partes entre 6 lo que supone la mitad de las existentes; es decir, $\frac{1}{2}$.

De esta manera, si se agrupan los tres sumandos de otro modo el resultado es el mismo, por ejemplo:

$$\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\right)+\frac{1}{6}=\frac{1}{3}+\frac{1}{6}-\frac{1}{2}$$

obteniendo entonces para $\frac{1}{2}$ una adición de dos fracciones unitarias distintas, utilizando algunos resultados de la Tabla No. 7 y teniendo en cuenta la asociatividad anterior, tenemos que:

$\frac{1}{3}+\frac{1}{6}$	$=$	$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{6}+\frac{1}{12}$	$=$	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{9}+\frac{1}{18}$	$=$	$\frac{1}{6}$
$\frac{1}{12}+\frac{1}{24}$	$=$	$\frac{1}{8}$

Tabla :8

Con lo cual, el generador (1, 1, 1) daría lugar a los resultados propios del generador (1,2) y a la regla de que, cuando se suman dos fracciones de manera que el denominador de una sea el doble que el de la otra, el resultado es una fracción que tiene por denominador el mayor de los dos primeros dividido por tres.

Cuando se abordan otros generadores como (2,3) en el caso de, por ejemplo, $\frac{1}{10}+\frac{1}{15}=\frac{1}{6}$ es más complicado imaginar la consideración de cinco fracciones iguales agrupadas de forma diferente (en grupos de 2 y de 3: $\left(\frac{1}{30}+\frac{1}{30}+\frac{1}{30}\right)+\left(\frac{1}{30}+\frac{1}{30}\right)$ por cuanto no sólo hay varios sumandos sino que, el denominador escogido (30) no coincide con ninguno de ellos, como en casos anteriores; ¿existía algún procedimiento alternativo?

Si se hace prevalecer el enfoque operativo de esta suma de fracciones, el escriba egipcio pudo ir probando con qué resultado se aplicaba cada fracción a números diferentes para dar cantidades enteras, no obstante, es posible que se construyera un algoritmo para determinar la suma de fracciones por medio de generadores, partiendo de algunos requerimientos básicos:

1. Agrupar fracciones iguales con la utilización de resultados anteriores a partir de los más sencillos.
2. Deducir unos resultados de otros a partir del cálculo de su mitad o su tercera parte, su cuarta, etc.
3. Desagrupando fracciones utilizadas en resultados anteriores.

A continuación se ilustran las sumas de algunos generadores:

Generador (2, 1, 1)

	Generador	Suma
n	$\frac{1}{2n}\quad\frac{1}{n}\quad\frac{1}{n}$	
3	$\frac{1}{6}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}$	$=\frac{5}{6}$
4	$\frac{1}{8}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$	$=\frac{5}{8}$
5	$\frac{1}{10}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}$	$=\frac{1}{2}$
6	$\frac{1}{12}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}$	$=\frac{5}{12}$
7	$\frac{1}{14}+\frac{1}{7}+\frac{1}{7}$	$=\frac{5}{14}$
8	$\frac{1}{16}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}$	$=\frac{5}{16}$
9	$\frac{1}{18}+\frac{1}{9}+\frac{1}{9}$	$=\frac{5}{18}$
10	$\frac{1}{20}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}$	$=\frac{1}{4}$
11	$\frac{1}{22}+\frac{1}{11}+\frac{1}{11}$	$=\frac{5}{22}$
12	$\frac{1}{24}+\frac{1}{12}+\frac{1}{12}$	$=\frac{5}{24}$
13	$\frac{1}{26}+\frac{1}{13}+\frac{1}{13}$	$=\frac{5}{26}$

14	$\frac{1}{28}+\frac{1}{14}+\frac{1}{14} = \frac{5}{6}$
15	$\frac{1}{30}+\frac{1}{15}+\frac{1}{15} = \frac{1}{6}$
16	$\frac{1}{32}+\frac{1}{16}+\frac{1}{16} = \frac{5}{32}$
17	$\frac{1}{34}+\frac{1}{17}+\frac{1}{17} = \frac{5}{34}$
18	$\frac{1}{36}+\frac{1}{18}+\frac{1}{18} = \frac{5}{36}$
19	$\frac{1}{38}+\frac{1}{19}+\frac{1}{19} = \frac{5}{38}$

Tabla :9

En el generador (2, 1, 1) observamos que las adiciones, la cuales no suman fracciones unitarias, corresponden a fracciones de la forma $\frac{5}{2n}$, y los sumandos, de aquellas cuya suma es una fracción unitaria, son de la forma $\frac{1}{5m}$, donde m corresponde a cada uno de los componentes del generador.

La suma de las tres fracciones en este generador, ilustradas en la tabla anterior, corresponde a números de la forma $\frac{1}{\frac{2}{5}n}$

Generador (2, 4, 3, 5)

	Generador				Suma
n	$\frac{1}{2n}$	$\frac{1}{4n}$	$\frac{1}{3n}$	$\frac{1}{5n}$	
3	$\frac{1}{6}+$	$\frac{1}{12}+$	$\frac{1}{9}+$	$\frac{1}{15}$	$=\frac{77}{180}$

4	$\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20} = \frac{77}{240}$
5	$\frac{1}{10}+\frac{1}{20}+\frac{1}{15}+\frac{1}{25} = \frac{77}{300}$
6	$\frac{1}{12}+\frac{1}{24}+\frac{1}{18}+\frac{1}{30} = \frac{77}{360}$
7	$\frac{1}{14}+\frac{1}{28}+\frac{1}{21}+\frac{1}{35} = \frac{1}{60}$
8	$\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\frac{1}{24}+\frac{1}{40} = \frac{77}{480}$
9	$\frac{1}{18}+\frac{1}{36}+\frac{1}{27}+\frac{1}{45} = \frac{77}{540}$
10	$\frac{1}{20}+\frac{1}{40}+\frac{1}{30}+\frac{1}{50} = \frac{77}{600}$
11	$\frac{1}{22}+\frac{1}{44}+\frac{1}{33}+\frac{1}{55} = \frac{7}{60}$
12	$\frac{1}{24}+\frac{1}{48}+\frac{1}{36}+\frac{1}{60} = \frac{77}{720}$
13	$\frac{1}{26}+\frac{1}{52}+\frac{1}{39}+\frac{1}{65} = \frac{77}{780}$
14	$\frac{1}{28}+\frac{1}{56}+\frac{1}{42}+\frac{1}{70} = \frac{11}{120}$
15	$\frac{1}{30}+\frac{1}{60}+\frac{1}{45}+\frac{1}{75} = \frac{77}{900}$
16	$\frac{1}{32}+\frac{1}{64}+\frac{1}{48}+\frac{1}{80} = \frac{77}{960}$
17	$\frac{1}{34}+\frac{1}{68}+\frac{1}{51}+\frac{1}{85} = \frac{77}{1020}$
18	$\frac{1}{36}+\frac{1}{72}+\frac{1}{54}+\frac{1}{90} = \frac{77}{1020}$
19	$\frac{1}{38}+\frac{1}{76}+\frac{1}{57}+\frac{1}{95} = \frac{77}{1140}$
20	$\frac{1}{40}+\frac{1}{80}+\frac{1}{60}+\frac{1}{100} = \frac{77}{1200}$

Tabla :10

En la tabla anterior, se ve que hay tres tipos de fracciones para el resultado: fracciones cuyos numeradores son 7, 11 y 77; los sumandos de estas fracciones poseen regularidades. Para el caso de las fracciones con numerador 7, el denominador es de la forma $7j$, donde j es un número entero positivo; para el caso de las fracciones con numerador 11, el denominador corresponde a números de la forma $11j$, j cumpliendo la característica anterior y, las fracciones con numerador 77, tienen denominador de la forma $60n$.

Para el generador (2, 4, 3, 5), las fracciones que sumadas dan como resultado una fracción unitaria, poseen una regularidad, los denominadores corresponde a números de la forma $60n$, tal como se puede verificar para $n = 77$ o $n = 154$, por ejemplo y que se muestran a continuación:

	Generador	Suma
n	$\frac{1}{2n} \quad \frac{1}{4n} \quad \frac{1}{3n} \quad \frac{1}{4n}$	
11	$\frac{1}{154}+\frac{1}{308}+\frac{1}{231}+\frac{1}{385}$	$=\frac{1}{60}$
154	$\frac{1}{308}+\frac{1}{616}+\frac{1}{462}+\frac{1}{770}$	$=\frac{1}{120}$

Tabla :11

Al continuar la búsqueda de regularidades, se encuentra que es posible determinar hallar cuáles de las fracciones son unitarias, conociendo únicamente el generador:

Se suman las primeras fracciones posibles del generador, en el caso de que uno de los componentes del generador sea 1, se suma con la fracción $\frac{1}{1}$, y se expresa el resultado de tal manera que el numerador y el denominador de la fracción sean, entre sí, números primos relativos, con el numerador de la fracción resultante se encuentra el número con el que se debe multiplicar cada uno de los términos del generador. Esto es, si se tiene el generador (x, y), en primer lugar se suma $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$, lo que da como resultado la fracción $\frac{r}{s}$ donde r y s son primos relativos. Para encontrar las fracciones unitarias se multiplica x e y por r, de esta manera se puede hallar el primer conjunto de fracciones que darán como resultado la primera fracción unitaria en el generador con el que se ha trabajado: $\frac{1}{xr}+\frac{1}{yr}$. La suma de esas fracciones dará como resultado la fracción $\frac{1}{s}$; para encontrar las demás fracciones unitarias, se multiplica $\frac{1}{xr}$ y $\frac{1}{yr}$ por $\frac{1}{n}$, donde n es un número entero positivo. El resultado de la suma $\frac{1}{nxr}+\frac{1}{nyr}$ será la fracción $\frac{1}{ns}$.

Por ejemplo, trabajando con el generador (3, 7, 9), se tiene:

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{7}+\frac{1}{9}=\frac{37}{63}$$

con el numerador (37), se halla el número con el que se debe multiplicar cada uno de los términos del generador, pues lo que hacemos es multiplicar a ambos lados de la igualdad por $\frac{1}{37}$ para obtener 1 como numerador en la suma:

$$\frac{1}{3(37)}+\frac{1}{7(37)}+\frac{1}{9(37)}$$

Obteniendo

$$\frac{1}{3(37)}+\frac{1}{7(37)}+\frac{1}{9(37)}=\frac{1}{111}+\frac{1}{259}+\frac{1}{333}=\frac{1}{63}$$

donde, el denominador de la suma es un múltiplo del denominador de la primera suma, pues podía haberse realizado también:

$$\frac{1}{3(74)}+\frac{1}{7(74)}+\frac{1}{9(74)}=\frac{1}{126}$$

o

$$\frac{1}{3(11)}+\frac{1}{7(111)}+\frac{1}{9(111)}=\frac{1}{189}$$

etc.

Obviamente aquí no termina el trabajo, la búsqueda de regularidades continúa; además, éstas sólo son conjeturas.

Finalizamos invitando al lector interesado en estas cuestiones a elaborar otros resultados o a demostrar los aquí presentados junto con los futuros.

Referencias

[1] C Boyer, *Historia de la matemática*, Editorial Alianza Universidad, Madrid, 1986.

[2] A Rey, *La Ciencia Oriental antes de los Griegos*, Unión Tipográfica Editorial Hispano Americana, México, 1959.

[3] SR.W. Loley, *El Legado de Egipto*, Universidad de Oxford, Glanvilley ed. Pegasso Madrid 1944.

[4] D Smith, *History of mathematics*, Vol.II. Dover Publications, New York, 1958.

[5] D Smith, et al. *De los números a los numerales y de los numerales al cálculo.* En:

[6] J. Newman, *Sigma, el mundo de las matemáticas*, Vol. 4. Ediciones Grijalbo, Barcelona, 1994.

[7] http://www.egiptologia.org

[8] http://www.personal.us.es/cmaza

[9] http://www.ics.uci.edu/ eppstein/numth/egypt/intro.html

[10] http://www.mcs.surrey.ac.uk/Personal/R.Knott/Fractions/egyptian.html.