

La Construcción Social de la Noción de Variable¹

Enrique Javier Gómez, Crisólogo Dolores y Gustavo Martínez

CICATA- IPN, CIMATE-UAGRO

México

ejgo@prodigy.net.mx, cdolores@cimateuagro.org, gmartinez@cimateuagro.org

Pensamiento Variacional – Nivel Medio, Superior

Resumen

Este documento centra su atención en la noción de *variable* como elemento básico de la construcción de conceptos relacionados a fenómenos de variación y cambio. Partimos de que la *variable* no es una idea construida como un objeto o proceso aislado, sino que surge necesariamente de la relación de al menos dos entidades cambiantes que en la mayoría de los casos una de ellas es la variable tiempo. Pretendemos realizar el estudio de la *variable* desde diferentes dimensiones: la epistemológica, la cognitiva, la didáctica y la sociocultural, para poder tener elementos que nos permitan determinar qué procesos favorecen la construcción de esta noción y asimismo realizar su caracterización.

Antecedentes

El presente trabajo de investigación se inserta en el campo de la Matemática Educativa, en particular tiene relación con los procesos cognitivos que tienen lugar en la enseñanza y aprendizaje de la matemática de la variación y el cambio.

En el plano histórico, el motor que guió el desarrollo de la matemática de las variables en el siglo XVII fue el problema del movimiento “*La matemática de magnitudes variables constituye el reflejo matemático de un problema fundamental, el problema del movimiento...*” (Wussing, 1990, p. 105). El estudio de problemas de movimiento (caída libre, lanzamiento de un objeto, movimiento de los planetas), el hallazgo y el desarrollo de un cálculo que permitiera el dominio matemático de estos fenómenos, origina el tránsito de la matemática de magnitudes constantes a la matemática de magnitudes variables. El desarrollo de la matemática da un salto cualitativamente superior, pues el movimiento como propiedad esencial de la materia es incorporado a la matemática en forma de variables, trascendiéndose así concepciones estáticas acerca de la naturaleza y del universo (Dolores, 1996, p. 1). Es de esta forma como la variable toma un papel importante en la descripción de fenómenos de variación y cambio.

Los conceptos básicos sobre los cuales está construida la matemática del cambio, son sin duda el concepto de variable y función. Tradicionalmente la variable ha sido presentada como un objeto matemático y la función como una relación especial entre esos objetos. En el siglo XVII, L’ Hospital da una definición de variable, *se llaman cantidades variables aquellas que aumentan o disminuyen continuamente; y por el contrario, cantidades constantes las que permanecen siendo las mismas mientras las otras cambian* (L’ Hospital, 1998, p. 27). Nótese que en esta definición la idea constante es concebida en relación con las cantidades que cambian, el autor puede determinar que son constantes cuando las compara con las cantidades que cambian: si permanecen siendo las mismas mientras que las otras cambian entonces son constantes. En esta definición queda manifiesta la necesidad de un referente de comparación para poder determinar si algo cambia o no cambia. Si cambia es menester

¹ Este artículo es producto de las investigaciones auspiciadas por el proyecto: GUE-2002-C0-7626, financiado por el Fondo Mixto CONACYT-Gobierno del Estado de Guerrero, México.

tener en cuenta con respecto. Si no cambia también es necesario tener en cuenta respecto de qué.

De acuerdo con lo que se comparte hoy día en matemáticas la *variable* se concibe como algo que cambia continuamente y las relaciones especiales entre las variables se denominan función. Las relaciones entre las variables se establecen al estudiar fenómenos de variación, las fórmulas son una de las herramientas para operativizar a las variables, ya que éstas nos ayudan a cuantificar los cambios que experimentan. De ahí la importancia del conocimiento de la noción de variable y función como elementos básicos en el estudio de fenómenos de variación y cambio.

Investigaciones acerca de la noción de variable considerando el aspecto cognitivo en el ámbito escolar han sido diversas,. Los alumnos tienen diferentes formas de interpretar los símbolos literales (Kuchemann, 1980), los resultados muestran que los estudiantes no tienen una concepción clara del significado que la literal representa, ello conlleva a la creación de concepciones diferentes a las establecidas, originando obstáculos en la enseñanza y aprendizaje de la matemática de la variación y el cambio. Kuchemann estudia el significado que los alumnos le asocian a la letra en el contexto algebraico, encontrando seis formas de interpretación. De entre ellas destaca *la letra como variable* donde el alumno después de un proceso de trabajo con símbolos algebraicos es capaz de interpretar que la literal x representa un rango de valores y describir el grado con el cual los cambios de un conjunto se determinan por los cambios de otro.

Por otro lado los estudiantes que se inician en el estudio del álgebra tienen dificultades en la interpretación del significado de los símbolos que esta asignatura utiliza y por ende considerar a la x en este contexto como número generalizado (Kieran et al., 1990). Tal es caso del signo igual que en la escuela primaria es usado para anunciar un resultado, en el álgebra debe ocurrir un cambio interpretativo, además de la igualdad expresa el carácter simétrico y transitivo (Ibidem), estas discontinuidades que se presentan del tránsito de la aritmética al álgebra por el uso de una simbología poco usual para el alumno puede originar obstáculos en la enseñanza de esta disciplina.

Estudios exploratorios en ambientes computacionales Logo (Kieran, 1990; Ursini, 1996), demuestran que la necesidad de utilizar símbolos por parte de los estudiantes para generalizar una relación entre cantidades y expresar esa generalización en lenguaje formal en el contexto algebraico, favorece el tránsito de la aritmética al álgebra de manera menos difícil, además de desarrollar la comprensión de la noción de variable.

El estudio de la aplicación del razonamiento covariacional en la modelación de eventos dinámicos en el ámbito escolar (Carlson et al., 2002), señala que los estudiantes tuvieron dificultad en la construcción de imágenes de una razón de cambio continuo, particularmente en la representación e interpretación de una razón creciente y decreciente para una situación física. Por ejemplo en el bosquejote la gráfica del llenado con agua (velocidad constante) de una botella y asociar la variable volumen con la variable altura; esto evidencia en los alumnos la falta de coordinación de dos variables en el estudio de fenómenos físicos.

Por otra parte un estudio exploratorio en el estado de Guerrero sobre las ideas asociadas a la variable con alumnos del nivel medio, medio superior y superior (Vicario, 2002), muestran la escasa presencia de la idea de variable concebida como magnitud, es decir asociada a una representación geométrica (longitud, área, volumen). Se tiene una concepción de variable asociada a las literales y afloran concepciones alternativas en el

plano gráfico y conjuntista al plantear situaciones de variación; los estudiantes manifestaron dificultades en la comprensión de la noción de variable en los problemas que se les plantearon.

Los trabajos de investigación analizados sobre la variable son abordados desde diferentes puntos de vista. Kuchemann realiza un estudio cognitivo para determinar el significado que representa una letra para el estudiante. Por su parte Kieran et al y Ursini en un contexto algebraico y computacional, analizan la interpretación del significado de los símbolos que le asocian los alumnos al transitar de la aritmética al álgebra y poder llegar a concebir a x como un número generalizado. Carlson et al en su estudio evidencia las dificultades que tienen los estudiantes en la modelación e interpretación de eventos dinámicos, demostrando la falta de un razonamiento covariacional. En la mayoría de los trabajos de investigación presentados conciben la variable como una literal, un símbolo que después de cierto proceso en situación escolar se le asocia a un número generalizado.

El presente trabajo de investigación pretende abordar el estudio de la noción de *variable* desde un punto de vista relacional. Es decir no concebimos la construcción de la noción de variable como un objeto aislado, independiente, sino que la noción de variable a nuestro juicio emerge de la relación de al menos dos entidades cambiantes que en la mayoría de los casos una de ellas es la variable tiempo.

Planteamiento del problema

Las dificultades manifiestas en los alumnos, sobre la comprensión de la noción de *variable* en la aparición de concepciones relacionadas a esta noción (Kuchemann, 1980; Kieran et al., 1990; Ursini, 1996; Vicario, 2002) distan de las aceptadas en matemáticas, además las deficiencias que se presentan en la representación e interpretación de fenómenos de variación que involucran relaciones entre *variables* (Carlson et al., 2002), ha sido un obstáculo para el entendimiento de conceptos matemáticos, como es el caso de la *variable*.

La función se concibe como una relación especial entre las *variables*. Dichas relaciones pueden producirse al estudiar fenómenos de variación cuando se trata de cuantificarlos y es en este proceso cuando la *variable*, mediante la abstracción adquiere la forma de objeto matemático facilitando su manipulación. Las fórmulas posibilitan la operatividad en la cual queda expresada la relación de al menos dos *variables*, de ahí la importancia del conocimiento de la noción de *variable* como elemento básico de la construcción de conceptos relacionados a los fenómenos de variación y cambio. Por tales razones es necesario caracterizar la noción de *variable*, en principio entender cómo se construye, para posteriormente determinar qué procesos favorecen su construcción en condiciones escolares y así poder contribuir al mejoramiento del proceso enseñanza y aprendizaje de la matemática de la variación y el cambio.

Objetivos de la investigación

Para realizar esta investigación nos proponemos los siguientes objetivos:

- 1) Identificar los procesos que se ponen en juego en la construcción social de la noción de variable.

2) Caracterizar la construcción social de la noción de variable desde el punto de vista covariacional.

Preguntas de investigación

Para el logro de los anteriores objetivos nos planteamos los siguientes cuestionamientos:

- ¿Cómo construye el sujeto esta noción?
- ¿Cómo se adquiere esta idea en situación escolar?
- ¿Cómo se construye esta noción en el plano social?

Elementos teóricos

La condición natural del hombre como ser social, vivir en sociedad, le permite resolver sus necesidades básicas, compartir intereses comunes comunicando sus formas de pensar y proceder en las actividades que realiza o realizan en grupos sociales, es decir interactuar con sus semejantes, esta forma de compartir experiencias, observando, analizando y comunicando, es una forma de construcción del conocimiento.

La construcción social del conocimiento se produce con la actividad humana y en particular la construcción del conocimiento matemático con la actividad matemática que se realiza en distintas instituciones de la sociedad,

“El conocimiento es el producto o cristalización de determinado quehacer humano y queda siempre caracterizado por las actividades de las que surge y por las que permite realizar. Tanto el conocimiento como la actividad matemática son construcciones sociales que se realizan en instituciones (comunidad), siguiendo determinados contratos institucionales” (Bosch, 2000, p. 1).

En este sentido la actividad matemática es realizada por comunidades de matemáticos encargados de la producción y difusión de este conocimiento, el análisis y la descripción de esta actividad nos proporcionará elementos para caracterizar la construcción social del conocimiento matemático y en particular de la noción de variable.

En la actualidad existen posiciones teóricas que conciben al proceso de construcción del conocimiento desde puntos de vista diferentes, por ejemplo el enfoque constructivista que maneja una posición individualista donde el sujeto se apropia del conocimiento en interacción con el objeto de conocimiento en una situación concreta. Por el otro lado están los enfoques que ponen atención a lo que ocurre en situaciones escolares, dándole importancia a la interacción social *“la construcción del conocimiento no es un proceso individual aislado, sino un proceso social de creación conjunta”* (Arrieta, 2003).

Por otro lado en situación escolar, la ciencia en el aula es construida en interacción entre profesor y alumnos en el discurso escolar,

“... la ciencia es una construcción social sujeta a ciertos procesos discursivos específicos que incluyen tanto las versiones sobre ciertos temas de organización del discurso. Las maneras de hablar, de argumentar, de analizar, de observar, de

construir con palabras el resultado de la experiencia, de validar un conocimiento y de establecer una verdad. Así las propias investigaciones son consideradas piezas del discurso textual y argumentativo” (Candela, 1999, p. 32).

La construcción social del conocimiento en situación escolar se produce mediante las interacciones entre profesor y alumnos, experimentando, especulando, compartiendo, confrontando, argumentando, convenciendo, rechazando, validando, debatiendo, negociando, consensando, etc. utilizando el lenguaje como medio de comunicación.

De lo anterior podemos tener una primera aproximación de que la construcción social del conocimiento y en especial el conocimiento matemático es un proceso que realizan los grupos sociales en particular, la comunidad de matemáticos dedicados a la actividad matemática con fines específicos de producción, transformación y difusión de este conocimiento en beneficio de la sociedad.

Hipótesis de la investigación

Consideramos que la variable no es una idea que se construye referida a un objeto o proceso aislado sino que emerge de la relación de al menos dos entidades cambiantes que en la mayoría de los casos esa entidad cambiante es la variable tiempo.

Metodología de la investigación

Los objetivos que se proponen en este proyecto de investigación se pretende sean logrados empleando métodos cualitativos de análisis documental. Para realizar esta investigación será necesario analizar la noción de variable desde diferentes dimensiones: la *epistemológica* que nos permitirá conocer cómo se construyó históricamente esta noción, la *cognitiva* para saber cómo los individuos se apropian de este conocimiento, la *didáctica* nos ayudará a conocer cómo se transfiere y cómo vive la noción de variable en la escuela y la *sociocultural* nos permitirá conocer cómo se comporta esta noción en el plano social. Todo esto nos proporcionará elementos para poder determinar qué procesos favorecen la construcción de esta noción y posteriormente realizar su caracterización. Por lo que en esta investigación se plantea:

- Realizar un análisis de la información documental sobre la construcción social de la noción de variable.
- Considerar los resultados de las investigaciones que se han realizado al respecto.
- Aplicar métodos cuantitativos y cualitativos durante el desarrollo de esta investigación.
- Diseñar y llevar a cabo observaciones y experimentos sobre la construcción de esta noción.

Para lograr la caracterización de la construcción social de la noción de variable será necesario constatar el punto de vista histórico epistemológico de esta noción con la situación escolar, aplicando métodos cuantitativos y cualitativos para recabar información al respecto. Se hará uso de la ingeniería didáctica como método de investigación en el diseño de un conjunto de secuencias de clase, la ingeniería didáctica se caracteriza por ser un esquema experimental basado en las realizaciones didácticas en clase, es decir, sobre la concepción, realización, observación y análisis de secuencias de enseñanza (Artigue, 1995),

posee cuatro fases: análisis preliminar, concepción y análisis a priori de las situaciones didácticas de la ingeniería, la experimentación y la fase de análisis a posteriori y evaluación.

Referencias Bibliográficas

- Arrieta, J. (2003). *Las practicas de modelación como proceso de matematización en el aula*. Disertación doctoral no publicada, Cinvestav-IPN, México.
- Artigue, M., Douady, R., Moreno, L. y Gómez, P. (Ed.). (1995). *Ingeniería Didáctica en Educación Matemática. Un esquema para la Investigación y la Innovación en la Enseñanza y el Aprendizaje de las Matemáticas*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Bosh, M. (2000). Un punto de vista antropológico: *La evolución de los "instrumentos de representación" en actividad matemática..* Obtenido en Junio 7, 2005 del sitio web de la Universidad de Granada: http://www.ugr.es/local/seiem/IV_Simposio.htm
- Candela, A. (1999). *La ciencia en el aula*. México: Paidós.
- Carlson, M., Jacobs, S., Coe y Larsen, Hsu, E. (2002). Applying Covariational Reasoning While Modeling Dynamic Events: A Framework and a Study. *Journal for Research in Mathematics Education* 33(5), 352-378.
- Dolores, C. (1996). *Una propuesta didáctica para la enseñanza de la derivada en el bachillerato*. Disertación doctoral no publicada, ISP "Enrique José Varona", Cuba.
- Kieran, C., Booker, G., Filloy, E., Vergnaud, G. y Wheeler, D. (1990). Cognitive processes involved in learning school algebra. En P. Nesher y J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics and Cognition* (pp. 96-112). Cambridge, E.U.A: International Group for the Psychology of Mathematics Education.
- Kuchemann, D. (1980). Children's understanding of numerical variables. *Mathematics in school* 7(4), 23-26.
- L'Hospital. (1998). *Análisis de los infinitamente pequeños para el estudio de las líneas curvas*. México: Mathema.
- Ursini, S. (1996). Experiencias pre-algebraicas. *Educación Matemática* 8(2), 33-40.
- Vicario, M. (2002). *Un estudio sobre la noción de variable en estudiantes de nivel medio y superior*. Tesis de Licenciatura no publicada, Universidad Autónoma de Guerrero, México.
- Wussing, H. (1990). Conferencia 7. Las ciencias naturales, especialmente la matemática, en la época de tránsito del feudalismo al capitalismo, segunda parte. *Conferencias sobre historia de la matemática*. La Habana: Pueblo y Educación.