

## Las Prácticas Sociales de Modelación y la Emergencia de lo Exponencial

**Miguel Ángel Hernández y Jaime Arrieta**

Facultad de Matemáticas, Universidad Autónoma de Guerrero  
México  
mahernando@hotmail.com  
Socioepistemología – Nivel Medio, Superior

### Resumen

El presente trabajo se inserta en la línea de investigación que intenta explicar las relaciones entre las prácticas sociales y la construcción social del conocimiento. Sostenemos que es en el ejercicio de las prácticas sociales donde los actores construyen herramientas que han de constituirse en su conocimiento y éstas a su vez modifican las prácticas. En este trabajo hemos elegido a las prácticas sociales de modelación y su relación con la construcción de lo exponencial como herramienta. Modelando el enfriamiento del silicón los actores construyen modelos y con ellos realizan predicciones, articulando los diferentes modelos con el fenómeno. Se hace énfasis en el análisis epistemológico y como es que lo exponencial se construye al ejercer la modelación.

### Introducción

El presente trabajo de investigación se inserta en la línea que trata la relación entre las prácticas sociales y la construcción de los conocimientos. Planteamos como tesis central que es en el ejercicio de algunas prácticas sociales donde las matemáticas surgen como herramientas. En este trabajo, las prácticas sociales a considerar son las de modelación en relación con la emergencia de lo exponencial.

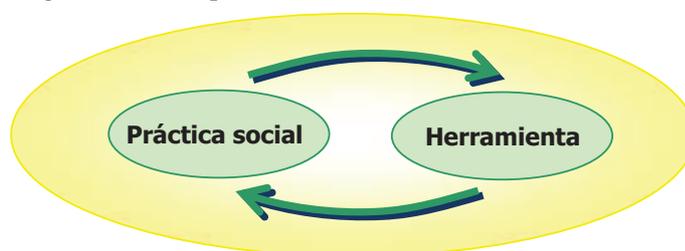


Figura 1. Al ejercer las prácticas sociales los actores construyen sus herramientas que a su vez han de modificar las prácticas.

La perspectiva teórica que adoptamos es la socioepistemología, que considera a los sistemas sociales como sistemas complejos donde los humanos aprenden al ejercer prácticas. En el sistema escolar, que es el lugar que se atiende, confluyen dimensiones que sistémicamente relacionadas conforman un todo. Las dimensiones que son consideradas en este todo tienen que ver con la naturaleza social del conocimiento, su formación histórico cultural, la producción y reproducción social del mismo, esto es, la dimensión epistemológica; la cognitiva, con relación a las interacciones que da lugar el proceso de aprendizaje, las interacciones entre los actores y las interacciones con el mundo; las formas de intervención en los procesos escolares, la didáctica; que adquieren sus particularidades en contextos sociales concretos (Arrieta, 2003).

Cantoral y Farfán, en un intento de caracterizar a la socioepistemología, escriben que es una “aproximación teórica de naturaleza sistémica que permite tratar los fenómenos de producción y de difusión del conocimiento desde una perspectiva múltiple, al incorporar el estudio de las interacciones entre la epistemología del conocimiento, su dimensión socio cultural, los procesos cognitivos asociados y los mecanismos de institucionalización vía la enseñanza” (Cantoral y Farfán, 2002).

En otras palabras, en la socioepistemología confluyen cuatro dimensiones, lo epistemológico, relativo a las prácticas que dan origen a las construcciones de los conocimientos; lo cognitivo, a los procesos de construcción de los conocimientos por los alumnos; lo didáctico, que se relaciona a las formas de intervención en los sistemas escolares; y lo social, acerca de como se desarrollan y viven en nuestro entorno las prácticas que dan lugar a los conocimientos.

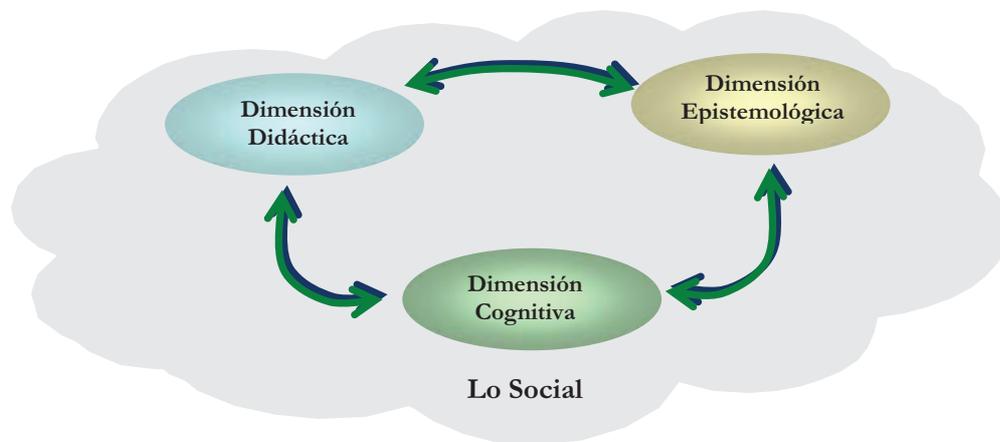


Figura 2. Dimensiones de la perspectiva teórica

Bajo esta perspectiva, la clase de matemáticas, debiera servir como un espacio para el ejercicio de prácticas, donde los estudiantes y profesores participen en la construcción de sus conocimientos.

Para el diseño de aprendizaje consideramos como base a la ingeniería didáctica adecuada o extendida a nuestra perspectiva; por ejemplo, nuestros diseños se centran en las prácticas sociales en lugar de tomar como fundamental a los objetos y/o conceptos matemáticos. Además privilegiamos el desarrollo del discurso entre los actores, las confrontaciones mediante las cuales se llegan a consensos, esto en el ejercicio de una practica, en nuestro caso la de modelación de un fenómeno.

Tres características son fundamentales en el enfoque teórico con el que se aborda esta propuesta (Arrieta, 2003).

- La primacía de las prácticas sobre los objetos. Es en el ejercicio de las prácticas donde los artefactos son utilizados con intenciones situadas en un contexto, es decir, se interactúa con herramientas.
- El carácter situado de dichas prácticas. El contexto viene a ser una componente inseparable de las prácticas.
- El carácter discursivo en la construcción social del conocimiento, las interacciones. Los humanos participan en el mundo construyendo sus conocimientos, sus realidades y sus herramientas, interactúan con el mundo y con otros humanos.

## Diseño de la secuencia

La práctica propuesta para ser base del diseño de aprendizaje es la modelación del enfriamiento del silicón. El objetivo fundamental es construir un contexto donde los estudiantes y profesor, interactivamente, en el aula, construyan argumentos, herramientas y significados a partir de la modelación de un fenómeno, los aspectos a considerar dentro del modelo serán: la construcción del modelo, el tratamiento (las predicciones con los modelos) y la articulación de los diferentes modelos con el fenómeno.

El material que se utiliza para la realización es: un termómetro o sensor de temperatura, pistola de silicón y barras de silicón.

En forma breve describimos las fases de la secuencia.

1. **La experimentación y la toma de datos.** A partir de la toma de datos del enfriamiento del silicón (alrededor de 15 minutos con intervalo de medio minuto entre lecturas) se construye un modelo numérico (tabla de datos). Se debe de registrar la temperatura ambiente antes de realizar la práctica.
2. **Las características de la tabla.** Los actores plantean conjeturas al analizar las características de la tabla de datos y realizar predicciones con ella. Así, por ejemplo, plantean que en la tabla de datos, el enfriamiento es mayor al inicio y después va disminuyendo. Otra hipótesis, podría ser, que el enfriamiento es proporcional a la diferencia de temperatura del silicón y del ambiente. Para esto, nos auxiliamos del cálculo de los incrementos de la temperatura ( $\Delta T$ ) y del tiempo ( $\Delta t$ ), así como de la razón de estos incrementos ( $\Delta T / \Delta t$ ), es decir del enfriamiento del silicón.
3. **El modelo gráfico Temperatura-enfriamiento.** Una forma de argumentar acerca de las conjeturas del punto dos, es por medio de la graficación. Para esto podemos graficar una nube de puntos, entre el enfriamiento (razón de cambio de temperatura contra tiempo) contra temperatura (o la diferencia de las temperaturas del silicón y del ambiente). De acuerdo a las características de esta nube de datos podemos ajustarlos por el método gráfico, es decir le pegamos una recta a la nube de puntos obtenida y la ajustamos modificando los parámetros de la ecuación de la recta.
4. **La ecuación diferencial como modelo.** A partir de la actividad de la fase anterior planteamos la ecuación diferencial  $\frac{dT}{dt} = k(T - T_0)$  como modelo del fenómeno. Resolviendo la ecuación diferencial obtenemos el modelo exponencial  $T(t) = Ce^{kt} + T_0$ , haciendo usos de los valores iniciales obtenemos los valores de  $C$  y de  $k$ .
5. **La comparación del modelo exponencial y la nube de puntos tiempo-temperatura.** Graficamos la nube de puntos tiempo y temperatura y la comparamos con la gráfica de la solución de la ecuación diferencial.
6. **La articulación de los modelos y el fenómeno.** Por último, articulamos los diferentes modelos con el fenómeno.
7. Lo anterior lo podemos expresar mediante la red de herramientas y prácticas de la figura 3. Esta red es a lo que llamamos lo exponencial, en esta red las aristas lo componen las práctica y los nodos las herramientas y el fenómeno.

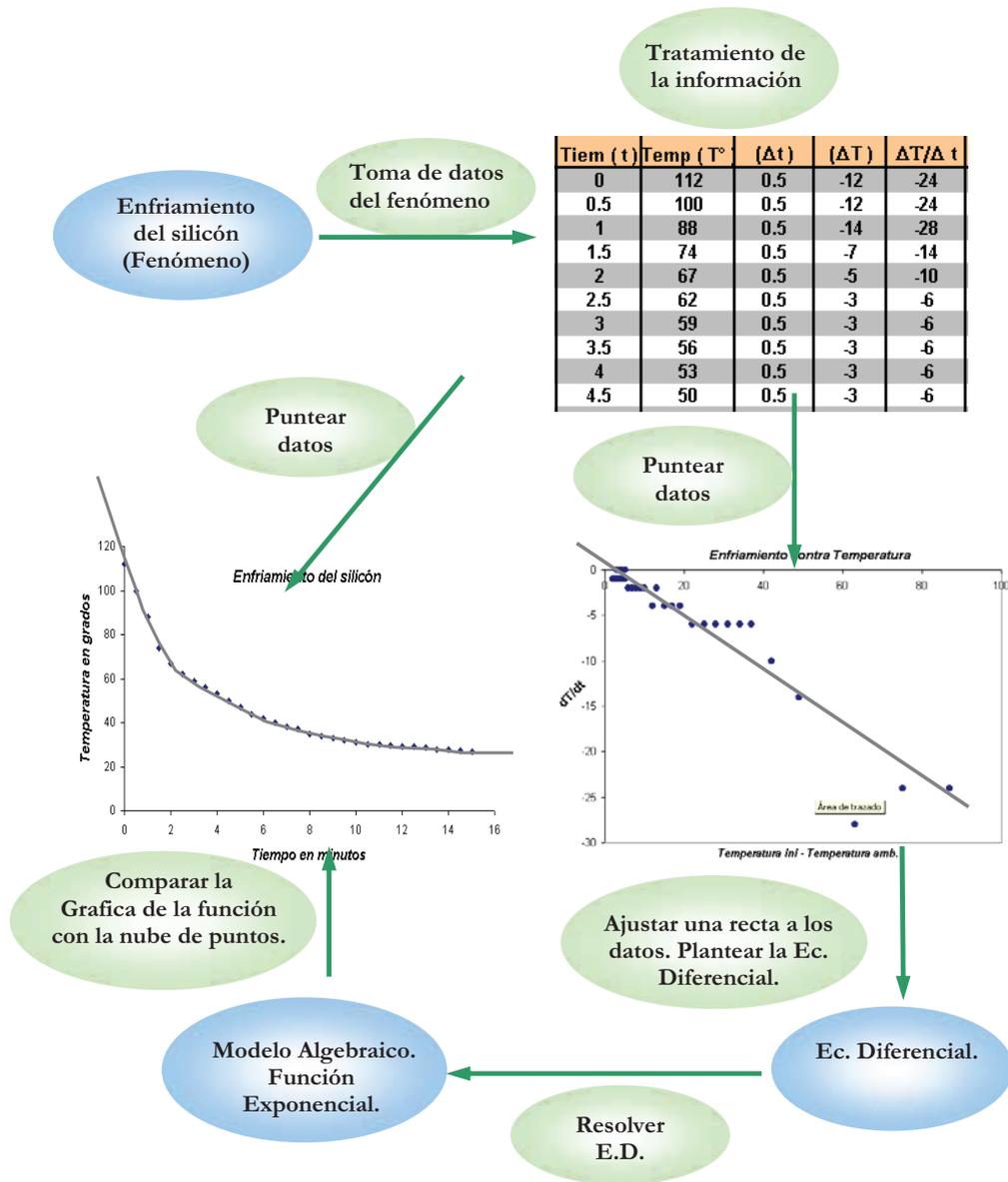


Figura 3. Lo exponencial como una red de prácticas y herramientas

### Resultados preliminares de la puesta en escena y conclusiones

El diseño ha sido puesto en escena en diferentes escenarios, a continuación mostramos algunos episodios, de la puesta en escena en el Instituto Tecnológico de Acapulco con estudiantes de tercer semestre de Ingeniería Bioquímica, donde se muestra las construcciones discursivas alrededor de la modelación del enfriamiento del silicón.

#### Caracterizando la tabla de datos

**Zarid:** Al inicio la temperatura va bajando muy rápido ¿no?

**Rubí:** ¡Sip! 112, 100, 88, 74

**Julián:** Va en intervalos grandes

- Julián:** Ya después va bajando muy poco
- Zarid:** ¿Por que se enfría tan drásticamente?... O sea... ¡en intervalos diferentes!
- Rubí:** Lo que pasa es que..., si es más caliente se enfría más.
- Omar:** Si pues, es lógico, cuando haces paletas, las metes al congelador y al principio baja mucho porque el congelador esta muy frío y la paleta esta caliente,... a nuestra temperatura.
- Julián:** Es como dicen, las paletas se derriten más rápido en Acapulco que en México, porque hace más calor aquí.
- Zarid:** ¿Pero eso que tiene que ver?
- Omar:** Si, porqué la diferencia de temperaturas es mayor en México que en Acapulco, entonces se calienta más la paleta y se derrite.
- Daniela:** Con esto se puede llegar a una formula ¿no? Ve el enfriamiento y la diferencia de temperatura. El enfriamiento que sería la disminución...
- Marisol:** ¿Es proporcional?
- Julián:** Aja! es proporcional a la diferencia de temperaturas.
- Rubí:** El enfriamiento es directamente proporcional al... , entonces sería la temperatura final menos la temperatura inicial.
- Daniela:** Pues vamos a ver si es cierto, si son proporcionales debe salir una línea recta
- Marisol:** ¡Ok!

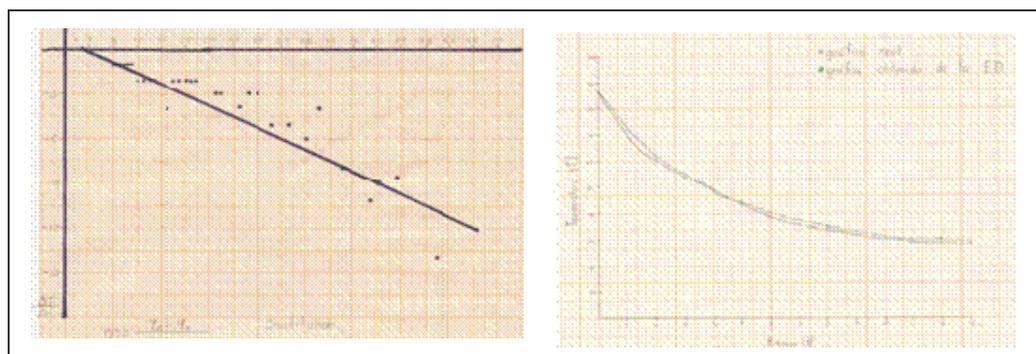


Figura 4. Producciones de los actores, del lado derecho se muestra la gráfica temperatura- enfriamiento, a la izquierda la gráfica tiempo –temperatura

### La ecuación diferencial como modelo del enfriamiento del silicón

- Rubí:** Esta es una Ecuación diferencial, la podemos resolver como en clase de ecuaciones diferenciales,... no sé,... ¿Cómo? Maestro, como le hago aquí.
- ... (El profesor se acerca).
- Profesor:** Muy bien, pues pueden separar las variables e integrar.
- Daniela:** ¿Si se puede?
- Profesor:** Pues intenten.
- ....
- Rubí:** No puedo, aquí me queda muy feo (se dirige a Omar y muestra lo que ha hecho  $K=dt(T)-dT(\text{borrón } T_0)$ ).

**Omar:** Estas mal, primero pasa esto para acá (le señala el término  $T - T_0$ ) y luego aplicas ley de sándwich

**Daniela:** No, sé a mi me la enseñaron con  $x$  y  $y$ .

**Rubí:** ¡Ajá!. (Rubí intenta seguir las indicaciones de Omar).

Es notable como a través de la actividad propuesta llegan a establecer un modelo diferencial para el fenómeno, sin embargo, tienen dificultades para resolver la ecuación diferencial, aún cuando este tema ya ha sido estudiado en Matemáticas III y se emplea uno de los métodos más “simples”. Hacemos notar que Rubí es una estudiante que tiene un buen desempeño escolar, obteniendo calificaciones por arriba del promedio.

### **No es posible tener la temperatura de 3 grados**

**Profesor:** Pero en 3° centígrados ¿que paso?

**Omar:** No pues, necesito encontrar la formula para saber cuanto vale en 3° centígrados.

**Profesor:** A ver una pregunta: ¿a medida que pasa el tiempo la temperatura podrá estar a  $-20^\circ$ ?

**Omar:** Mmmm... ¡No creo!! ... bueno... no ¡francamente no creo!... metiéndola al congelador... ¡ni así!

**Profesor:** Con esas condiciones ¿podrá estar a 3°?

**Rubí:** ¡Entonces esos nunca va a pasar!

**Denisse:** No puede quedar a tres grados, solo que éste lo enfríes, éste no puede quedar a tres grados si éste no lo enfrías, o sea, al caso como lo estamos viendo no es posible

**Leonel:** O sea, tres grados no puede ser posible porque la temperatura ambiente está a 25 grados y no puede pasarse. Entonces cuando el tiempo sigue pasando se va acercando a 25, tiende a 25 ¿no?

### **Referencias Bibliográficas**

- Arrieta, J. (2003). *Las prácticas de modelación como proceso de matematización en el aula*. Disertación doctoral no publicada, Cinvestav, México.
- Cantoral, R. y Farfán, R. (2002). Sur la sensibilité a la contradiction en mathématiques; l'origine de l'analyse complexe. *Recherches en Didactique des mathématiques* 22(2).
- Cordero, F. (2001). La distinción entre construcciones del cálculo. Una epistemología a través de la actividad humana. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 4(2), 118-119.
- Ferrari, M (2003). Una visión socioepistemológica. Estudio de la función logaritmo. En J. Delgado (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (Vol 16, Tomo I, pp. 61-67). Chile.
- Galicia, A. (2004). *La numerización de los fenómenos: modelos exponenciales*. Tesis de Maestría no publicada. Universidad Autónoma de Guerrero, México.