

## Diseño de Gráficas a partir de Actividades de Modelación

Liliana Suárez, Carolina Carrillo y José Iván López

Cinvestav - IPN

México

lsuarez@cinvestav.mx, ccarrill@cinvestav.mx, jilopez@cinvestav.mx

Socioepistemología – Nivel Superior

### Resumen

Este documento reporta los resultados obtenidos de tres situaciones de aprendizaje aplicadas en diversos talleres con profesores de matemáticas cuya actividad central es dar cuenta de una situación de movimiento a partir del contraste de dos gráficas, una generada con las concepciones propias sobre el movimiento y otra generada por una calculadora a través de datos obtenidos por un sensor. Se observan elementos para ampliar la gama de situaciones de movimiento con los que se puede caracterizar un nuevo uso de las gráficas.

### Uso de gráficas en situaciones de movimiento

La problemática en la cual se inscriben las exploraciones que presentamos en este escrito se relaciona con la búsqueda de explicaciones sobre la construcción de conocimiento a partir de descripciones en las que haga uso de él a través de las prácticas sociales (Véanse elementos teóricos en Cantoral y Farfán, 2003; Cordero, 2003).

En Torres (2004) se describen los significados, procedimientos y argumentos que caracterizan un uso de las gráficas a partir de actividades de modelación con tecnología que permite tomar datos. Las exploraciones que presentamos a continuación tienen como principal propósito ampliar la gama de situaciones de movimiento a modelar y el análisis de las gráficas asociadas.

Con ‘actividades de modelación’ nos estamos refiriendo a aquellas que están centradas en ver cómo funciona una situación de movimiento. Estas actividades incluyen en su diseño la variación de los elementos (parámetros) que intervienen.

El trabajo con la tecnología: el sensor de movimiento, el analizador de datos (que permite la transducción) y la calculadora que realiza una gráfica a partir de los datos numéricos obtenidos, reproduce la situación que nos interesa. A partir de diversas realizaciones del movimiento ante el sensor la calculadora muestra las gráficas de ese movimiento.

El proceso que realiza la tecnología es explícito pero permanece en un segundo plano. El énfasis se desplaza del adiestramiento en el uso de la calculadora, el analizador de datos y los sensores hacia su uso para obtener gráficas que se esperan. De esta forma, lo que importa, en el camino: se abra paso hacia la discusión y estudio de ideas matemáticas.

## Situaciones de movimiento

### a) Movimiento pendular

#### La Situación

Mediante un cuerpo sujeto a una superficie, lo suficientemente alta, se simula un movimiento pendular.

Se hacen variaciones de los parámetros que intervienen en dicho movimiento con el fin de observar de qué manera influyen en las gráficas que los representan.

#### Modelo gráfico

En esta situación se pide a los participantes que representen, a priori, un movimiento pendular mediante una gráfica.

#### La simulación

Mediante el uso de las calculadoras y sensores se propone una nueva forma de graficar sin tener necesariamente que pasar por las tablas de valores a las que los alumnos están acostumbrados. De manera tal que podemos modelar la situación, hacer cambios en las variables que intervienen (la longitud, el peso, el ángulo) y confrontar las gráficas obtenidas hasta poder conjeturar acerca de las propiedades de dicho movimiento.



### b) Movimiento de personas

#### La situación es una carrera de relevos

Un equipo de corredores tiene como meta recorrer una distancia fija en el menor tiempo posible. Un participante del equipo corre a la vez. Cada cierta distancia otro de los participantes espera para recoger la estafeta del corredor y continuar la carrera.



#### Modelo gráfico

Se pide diseñar una gráfica que describa los cambios de posición de un equipo de corredores en una carrera de relevos. En el momento de realizar esta tarea se toman decisiones: la distancia de la carrera, el número de corredores y la distancia que recorre cada uno de ellos.

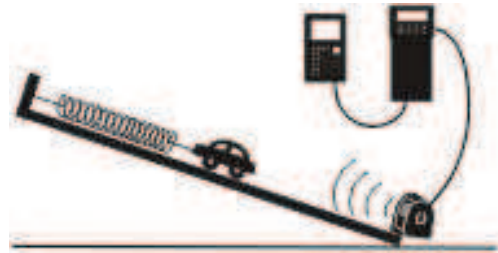
### La simulación

Se simula el movimiento frente al sensor para obtenerlas. El movimiento se adapta al alcance del sensor. La “carrera” se realiza en un espacio de cuatro o cinco metros con dos o tres corredores. El tiempo que dura va de 5 a 10 segundos. A partir de múltiples realizaciones se establecen relaciones entre las características del movimiento y los diversos comportamientos gráficos obtenidos en la computadora.

Finalmente se ajusta el modelo gráfico original dando cuenta de la situación planteada.

#### c) Movimiento oscilatorio amortiguado

En este caso se presentan dos situaciones, en la primera de ellas un cuerpo atado a un resorte se desliza sobre una superficie, el ángulo de inclinación de ésta se varía en dos ocasiones, primero cuando el cuerpo está estático y la superficie horizontal y, después, cuando el cuerpo ha quedado estático después de esta primera variación del ángulo.



En esta segunda situación se presenta una variación de la anterior, en este caso se ha eliminado la fricción que produce la superficie, y el cuerpo ahora es un contenedor atado a un extremo de un resorte y el otro extremo de éste se encuentra fijo a un techo. El contenedor se encuentra estable, hasta que en determinado momento un cuerpo se pone dentro del contenedor.



### Modelo gráfico

En un primer momento se les pide diseñar una gráfica que describa los cambios de posición del cuerpo, al ser modificado en dos ocasiones el ángulo de inclinación de la superficie. Se han de tomar decisiones sobre las escalas y el tiempo que en el que se realizará el experimento.



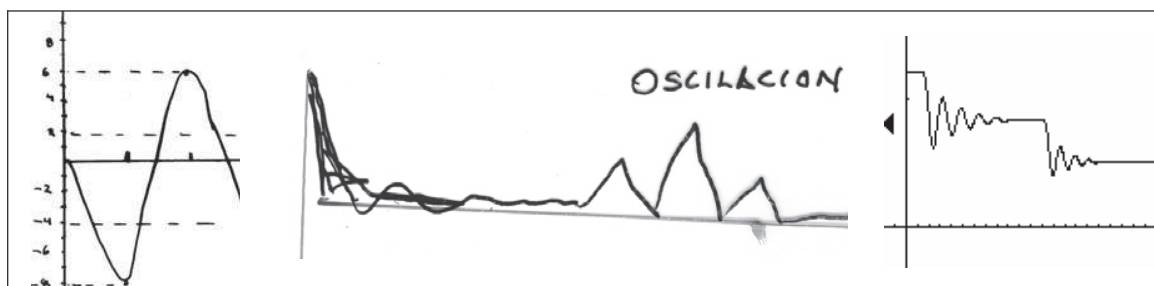
### La simulación

Se simula el movimiento frente al sensor para obtenerlas. El movimiento se adapta al alcance del sensor. En este caso, mediante la repetición de toma de datos, se logra una gráfica que describe el movimiento.

Después de esta toma de datos se procede a un contraste y un posterior ajuste de la primera gráfica con la que produce la tecnología.

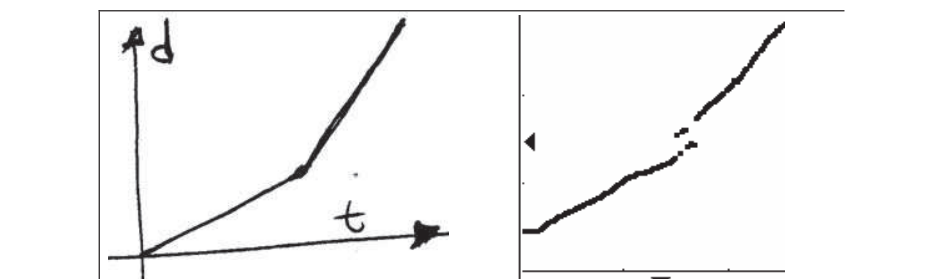
### Observaciones realizadas con profesores de matemáticas

Se pudo observar que la confrontación entre las gráficas produce una ruptura entre las primeras concepciones de los participantes y las que se generan en la simulación del movimiento. Una de las concepciones recurrentes, observadas en el trabajo con los estudiantes de bachillerato, licenciatura, posgrado y profesores de matemáticas, está relacionada con el uso de líneas rectas (Suárez, 2002). En la descripción de movimientos con velocidad variable, por ejemplo partiendo del reposo hasta alcanzar cierta velocidad, el movimiento se describe sólo con funciones lineales, como muestran las gráficas realizadas por los participantes, contrastada con la que se genera con el sensor.



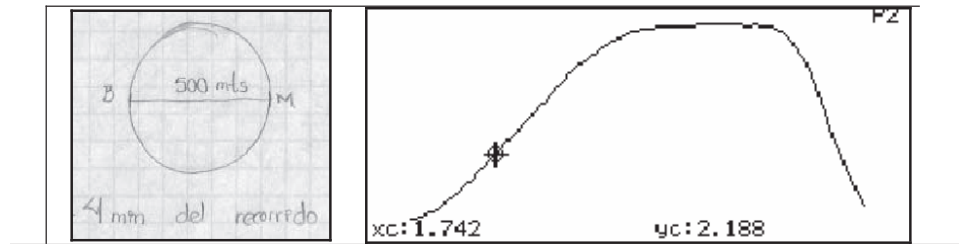
Trazos rectos y curvos a) y b) reportes de profesores, c) pantalla calculadora

Otra de estas concepciones se genera en las situaciones que generan gráficas discontinuas. Los participantes, en una primera explicación por medio de una gráfica, proponen una gráfica continua, misma que se contrasta con la que se genera por medio de la toma de datos (modelación de la situación).



Trazos continuos y discontinuos a) reporte de profesores, b) pantalla calculadora

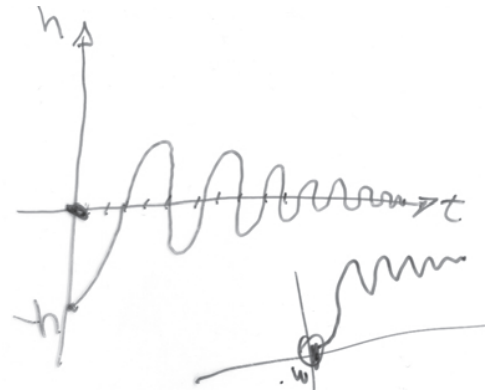
En algunos casos se hizo evidente una visualización de una gráfica, relativa a un tipo de movimiento, como si se tratara de una trayectoria, en estos casos se observó que en situaciones en las que el cuerpo regresaba a su posición de inicio, se expresaba una necesidad de hacer un gráfico cerrado cuyo principio y fin estuviese en el origen, esta concepción, viene probablemente de los primeros grados de enseñanza, en que un eje cartesiano es usado de manera exclusiva para localizar puntos en el plano como si se tratara de un mapa.



Trazos continuos y discontinuos a) reporte de profesores, b) pantalla calculadora

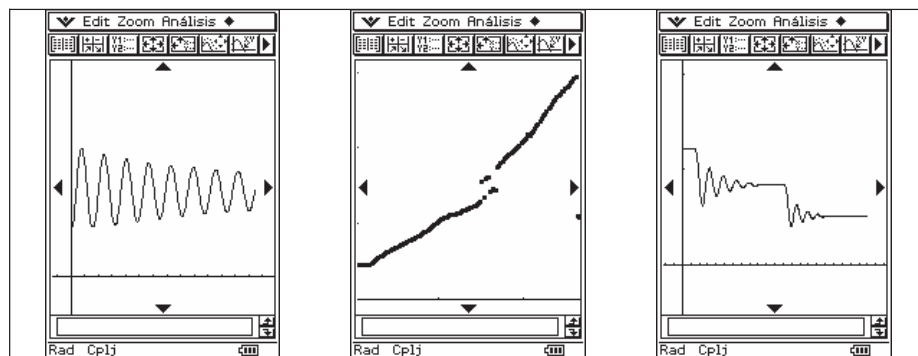
En el caso del movimiento pendular, una observación interesante es que al variar el peso del péndulo los participantes esperan cambios en el movimiento y por lo tanto de la gráfica, algo semejante a lo que sucede cuando pensamos en la caída libre de dos pesos distintos, pero podemos observar que no es así.

Cuando se pide generar una explicación del fenómeno por medio de una gráfica, los participantes deben tomar decisiones sobre los parámetros de la observación a realizar, en estos casos, aún cuando estas decisiones son diferentes entre distintos participantes, la explicación tiende a ser la misma, uno de esos parámetros a decidir es el punto desde el cual será observado el fenómeno, que traducido a términos de la gráfica significa dónde localizaremos el origen.



### Conclusiones

La obtención de gráficas con la calculadora a través de la toma de datos con el sensor se ha identificado como un motor que lleva a múltiples realizaciones en las que se toman decisiones sobre las características que se varían en cierta situación para la obtención de determinada gráfica.



Pantallas obtenidas con la calculadora

Con estas actividades se ha observado que se puede tener una relación entre las características de una situación en términos de las magnitudes medibles y las características gráficas.

Se encontró que las ideas matemáticas surgieron a partir de la discusión entre los participantes de los talleres, ideas como la de relacionar velocidades con pendientes, en la cual se argumentaron tanto a nivel de la situación a simular como de la gráfica, así como de asociar a la velocidad en un sentido positiva y cuando el movimiento era opuesto era de signo negativo.

En el caso de las gráficas, pasaron de ser el mero objetivo, como el que se le da en la enseñanza tradicional, a ser un medio mediante el cual los participantes generan las explicaciones de las situaciones planteadas, para las cuales la tecnología fue un medio, que si bien se sitúa en segundo plano, permitió el contraste entre las gráficas que revelan sus concepciones (no todas acertadas) y aquellas que provienen de una toma experimental de datos.

El objetivo de los diversos talleres era el de generar una discusión que diera cuenta de una situación de movimiento a partir del contraste de dos gráficas, en este sentido creemos se cumplió ampliamente.

### **Referencias Bibliográficas**

- Cantoral, R. y Farfán, R.M. (2003). Matemática Educativa: Una visión de su evolución. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. 6(1), 27-40.
- Cordero, F. (2003). Lo social en el conocimiento matemático: los argumentos y la reconstrucción de significados. En J. R. Delgado (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. (Vol. 16, Tomo 1. pp. 73 - 78). Chile: Clame.
- Cordero, F. (en prensa). La modelación y la enseñanza de las matemáticas. *Innovación Educativa IPN*.
- Suárez, L., Carrillo, C. y López, J. (2004). Diseño de gráficas a partir de actividades de modelación [Resumen] *Resúmenes de la Decimoctava Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa*, México, 221.
- Suárez, L. (2002). *Actividades de simulación y modelación en el salón de clases para la construcción de significados del Cálculo*, Manuscrito en preparación. Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN.
- Torres, A. (2004). *La modelación y las gráficas en situaciones de movimiento con tecnología*. Tesis de Maestría no publicada. CICATA-IPN.