

## REGULACIÓN CONTINUA DEL APRENDIZAJE DEL CÁLCULO Y RENDIMIENTO ACADÉMICO EN ALUMNOS UNIVERSITARIOS DE PRIMER AÑO

Susana González de Galindo, Lisa Holgado de Mejail, Patricia Villalonga de García  
 Universidad Nacional de Tucumán  
 sgalindo@fbqf.unt.edu.ar, lvholgado@yahoo.com, pvillalonga@fbqf.unt.edu.ar

Argentina

**Resumen.** Los docentes de Matemática I, asignatura de primer año de una Facultad de Ciencias, se enfrentan a problemas generados por aulas multitudinarias. En este sentido se formuló un Proyecto denominado "Estrategia didáctica que valoriza la regulación continua del aprendizaje en aulas multitudinarias de Matemática", donde se identificaron criterios orientadores de la enseñanza y evaluación del aprendizaje, derivados de teorías cognitivas. Los instrumentos: *cuestionario a alumnos y diario del profesor*, posibilitaron verificar el cumplimiento, en el aula, de tales criterios. La estrategia se implementó en 2010 y participaron alrededor de 400 estudiantes. Se empleó un material curricular sobre la unidad: *Límite de una función*. En este trabajo se analiza si la implementación de la estrategia didáctica se tradujo en un mejor rendimiento académico en el *primer parcial* de la asignatura que el logrado con la metodología anterior. Se evidenciaron mejores resultados. Resta triangular con el rendimiento académico alcanzado en los *exámenes finales*.

**Palabras clave:** matemática, regulación del aprendizaje, rendimiento

**Abstract.** Teachers of Mathematics I, 1st year subject of a Faculty of Sciences, face problems generated by massive classrooms. In this sense we developed a project called "Teaching strategy that values continuous learning Math classroom mass", which identified the criteria of teaching and assessment of learning derived from cognitive theories. Instruments: daily questionnaire to students and teacher's diary, allowed verifying compliance, in the classroom, such criteria. The strategy was implemented in 2010 and involved about 400 students. Curricular material was used on the unit: Limit of a function. In this paper we analyze whether the implementation of the teaching strategy resulted in better academic performance in the first part of the course that achieved under the previous methodology. It showed better results. Triangulation left to do with achieved academic performance in the final examinations.

**Key words:** mathematics, regulation of learning, performance

### Introducción

Los docentes de Matemática I, asignatura del primer cuatrimestre de primer año de una Facultad de ciencias, se enfrentan a problemas generados por aulas multitudinarias, entre otros: alumnos pasivos, escasa comunicación, evaluaciones sumativas y desarticulación académica entre el nivel medio y universitario. Para superar estas deficiencias se comenzó por caracterizar un marco teórico a partir de los consensos en los que confluyen los modelos de aprendizaje propios de las teorías cognitivas sostenidas por Piaget, Ausubel, Vigotsky Moreira, Jorba y Casellas, entre otros. Se formuló entonces el Proyecto: "Estrategia didáctica que valoriza la regulación continua del aprendizaje en aulas multitudinarias de Matemática" aprobado por el Consejo de Investigaciones de la Universidad Nacional de Tucumán. Se derivaron del marco teórico una serie de criterios orientadores para el desarrollo metacognitivo y para la enseñanza y evaluación del aprendizaje de Matemática. Estos criterios se constituyeron en referentes durante todo el desarrollo (Villalonga, González, Holgado, Marcilla y Mercau, 2009).

La estrategia didáctica recurre al empleo de un material curricular elaborado desde una óptica constructivista sobre la unidad: *Límite de una función* (González de Galindo y Villalonga de García,

2010). Este material presenta un conjunto de actividades diseñadas para favorecer la construcción del conocimiento. Cada alumno debía completarlo en clase, interactuando con sus compañeros y con el docente. La estrategia didáctica, se implementó en el año 2010 en 6 horas reloj. Los estudiantes que participaron fueron alrededor de 400. Durante las clases el docente se preocupó por estimular los cuestionamientos, la formulación de hipótesis, la conexión entre contenidos y el cambio entre distintos sistemas de representación semiótica. El énfasis estuvo puesto en que el alumno tuviera un protagonismo principal, para lograr que fuera él quien construyera comprensión.

Se recogieron datos provenientes de distintas fuentes. Por un lado, los instrumentos destinados a evaluar la práctica didáctica acontecida en el aula (*cuestionario a alumnos y diario del profesor*) permitieron afirmar que los distintos aspectos relacionados con la nueva estrategia tuvieron muy buena acogida y que se cumplieron en su mayoría los criterios derivados del marco teórico (Villalonga de García, González de Galindo y Mercau de Sancho, 2011 (a); González de Galindo, Villalonga de García, Marcilla y Holgado de Mejail, 2012).

Por su parte, para evaluar los aprendizajes de los estudiantes se diseñó un instrumento (*Primer parcial de la asignatura*) que fue aplicado en forma inmediata a la finalización de la implementación de la estrategia didáctica. El objetivo de este trabajo es precisamente analizar si ciertos aspectos relacionados con el diseño y aplicación de la estrategia didáctica se traducen en un mejor rendimiento académico de los estudiantes, comparándolos con los aprendizajes alcanzados por los alumnos del año 2009 en el primer parcial de la asignatura.

Previo a la comparación del rendimiento académico de ambos años se verificó la homogeneidad de ambas poblaciones en las variables: edad, escuela de procedencia (pública, privada y escuelas universitarias), sexo, número de alumnos recursantes y rendimiento académico alcanzado en la prueba de admisión a la Institución.

### Marco teórico

Se lo elaboró considerando lineamientos de teorías cognitivas: Psicogenética de Piaget, Aprendizaje significativo de Ausubel, Enfoque Histórico Cultural de Vigotsky, pautas relativas a la metacognición y normas establecidas en los Estándares de Evaluación para la educación Matemática ((Villalonga, González, Holgado, Marcilla y Mercau, 2009). Se construyó un **modelo orientador** sintetizado en los siguientes **criterios** (Villalonga de García, González de Galindo y Mercau de Sancho, 2011 (b)):

El docente en sus clases debe desarrollar actividades matemáticas que:

Criterio 1: revisen el grado de alcance de los prerrequisitos de aprendizaje.

Criterio 2: favorezcan la comunicación de los objetivos.

Criterio 3: promuevan la conexión entre contenidos.

Criterio 4: desarrollen la flexibilidad para expresar los contenidos empleando distintos sistemas de representación semiótica de la Matemática: verbal, simbólico o gráfico.

Criterio 5: desarrollen la potencia matemática del estudiante.

Criterio 6: aprovechen el error como medio para promover el aprendizaje.

Criterio 7: evidencien la utilidad de la Matemática en la vida diaria y en las ciencias.

Criterio 8: ayuden al estudiante a tomar conciencia de los logros alcanzados.

Criterio 9: favorezcan la apropiación, por parte del estudiante, de los criterios de evaluación.

Criterio 10: fomenten la interacción social en el aula.

Criterio 11: promuevan una actitud positiva hacia la Matemática.

A partir de una extensa búsqueda bibliográfica el concepto de *rendimiento académico* que se adopta en este trabajo es la capacidad intelectual evidenciada por un estudiante en un proceso de enseñanza y aprendizaje para actuar en situaciones problemáticas, haciendo uso de sus estructuras mentales y del razonamiento lógico y deductivo.

### Metodología

**Hipótesis:** “La estrategia que enfatiza la regulación continua del aprendizaje y favorece un aprendizaje reflexivo a partir del uso de un material instruccional elaborado ad hoc, implementada en 2010 en el contexto de referencia, conduce a un mejor rendimiento académico que el que se alcanza con el proceso de enseñanza implementado en 2009.

**Variable Independiente (VI):** estrategia didáctica caracterizada por recurrir al empleo de un material instruccional elaborado ad hoc, enfatizar la regulación continua del aprendizaje y promover un aprendizaje activo.

**Variable Dependiente (VD):** rendimiento académico de los alumnos, relativo al grado de corrección y de reflexión de la acción. Su definición conceptual es:

*Grado de corrección de la acción:* grado en el que el conocimiento procesual del alumno se realiza conforme a las conceptualizaciones científicas.

*Grado de reflexión de la acción:* grado de la capacidad del alumno para razonar matemáticamente.

La definición operacional de esta variable se muestra en la Tabla 1.

VARIABLE DEPENDIENTE	DIMENSIONES	VALORES E INDICADORES
RENDIMIENTO ACADÉMICO	Grado de corrección de la acción	<ul style="list-style-type: none"> <li>Muy bueno: si <math>P \geq 85</math> (P: porcentaje de tareas realizadas correctamente)</li> <li>Bueno: si <math>70 \leq P &lt; 85</math></li> <li>Regular: si <math>50 \leq P &lt; 70</math></li> <li>Malo: si <math>P &lt; 50</math></li> </ul>
	Grado de reflexión de la acción	<ul style="list-style-type: none"> <li>Muy bueno: si <math>P \geq 85</math> (P: porcentaje de fundamentaciones correctas)</li> <li>Bueno: si <math>70 \leq P &lt; 85</math></li> <li>Regular: si <math>50 \leq P &lt; 70</math></li> <li>Malo: si <math>P &lt; 50</math></li> </ul>

Tabla 1: Dimensiones, valores e indicadores de la variable dependiente.

La Población 1 estuvo constituida por 382 alumnos que rindieron el Primer Parcial de la asignatura Matemática I en el año 2009 y la Población 2 por 396 alumnos que rindieron el Primer Parcial de la asignatura Matemática I en el año 2010.

De cada población se seleccionaron 80 pruebas, mediante un muestreo aleatorio.

Las unidades de análisis fueron los protocolos de las respuestas a los ítems relacionados con *Límite de una función*, incluidos en el Primer Parcial de Matemática I.

### Instrumentos

**Instrumento de la Población 1 (año 2009):** Los ítems con los que se determinó el rendimiento académico en la dimensión **grado de corrección**, correspondieron a:

- ❖ Cálculo analítico del límite de una función para  $x$  tendiendo a un valor constante, que conduce a una indeterminación del tipo  $0/0$ . En este caso, para resolverlo, el alumno debía aplicar conocimientos acerca de límites particulares y propiedades del límite de una función (ver Tabla 2, Ítem 3c).
- ❖ Cálculo analítico del límite de una función definida en ramas (ver Tabla 2, Ítem 4b). Para analizar la continuidad en un determinado punto (extremo de intervalo), se debía estudiar la existencia del límite. Para su resolución el alumno debía constatar la existencia de los límites laterales y la igualdad entre ambos.

Estos problemas, en los que predominan el cálculo y aspectos procedimentales, constituyeron tareas con alta demanda cognitiva ya que requerían, a través del empleo de instrumentos matemáticos como *Límite*, el conocimiento de distintos conceptos y procedimientos implícitos en

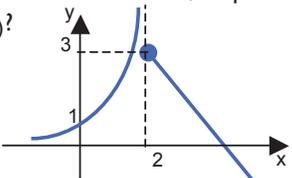
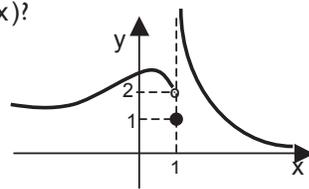
### Teoremas y Criterios

Para analizar el rendimiento académico alcanzado por los alumnos en el **grado de reflexión**, se incluyeron actividades que requirieron de procesos de abstracción. Los ítems incluidos fueron:

- ❖ Un ejercicio de verdadero o falso, de carácter netamente conceptual. El alumno además de calificar una proposición, debía justificar su calificación. Las argumentaciones podían ser escritas en lenguaje simbólico, coloquial o bien consistir en un contraejemplo (ver Tabla 2, Ítem 3b).
- ❖ Un gráfico de una función definida en ramas. El alumno debía analizar la existencia del límite en un punto en el que se presentaba una discontinuidad infinita (uno de los límites laterales existía, el otro tendía a infinito) (ver Tabla 2, Ítem 1d).

**Instrumento de la Población 2 (año 2010):** Contenía actividades similares a las incluidas en el instrumento implementado en la Población 1. Así, para el análisis del rendimiento logrado en el *grado de corrección*, se diseñaron los ítems 1 y 2b y para el *grado de reflexión* los ítems 4c y 7b (ver Tabla 2). Los *diseños similares* de los subtest de ambos instrumentos posibilitaron comprobar el logro de los mismos objetivos.

Tabla 2: Ítems correspondientes al tema Límite incluidos en el 1º Parcial de los años 2009 y 2010

1º Parcial de 2009	1º Parcial de 2010
<p>1) d) Dado el gráfico de la función <math>f</math>, responde ¿existe el <math>\lim_{x \rightarrow 2} f(x)</math>?</p>  <p>3) b) Justifica si la siguiente afirmación es verdadera o falsa Si <math>\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 4</math> entonces <math>f(2) = 4</math></p> <p>3) c) Calcula, si existe, el <math>\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{3x - 9}</math></p> <p>4) b) Dada <math>f</math> definida por <math>f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2 &amp; \text{si } x &lt; 0 \\ 0 &amp; \text{si } x = 0 \\ e^x &amp; \text{si } x &gt; 0 \end{cases}</math> estudia analíticamente la continuidad de <math>f</math> en <math>c = 0</math></p>	<p>1) Dada la función definida por <math>f(x) = \begin{cases} 2^x &amp; \text{si } x &lt; 0 \\ 2 &amp; \text{si } x = 0 \\ \sqrt{x} &amp; \text{si } x &gt; 0 \end{cases}</math> existe <math>\lim_{x \rightarrow 0} f(x)</math>? Justifica analíticamente</p> <p>2) b) Evalúa, si existe, el siguiente límite: <math>\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 3x}{2x^2 + x - 1}</math></p> <p>4)c) Observa el gráfico de la función <math>f</math> y responde ¿existe el <math>\lim_{x \rightarrow 1} f(x)</math>?</p>  <p>7) b) Califica V o F y justifica tu respuesta. Si no existe <math>\lim_{x \rightarrow 4} f(x)</math> entonces no existe el</p>

	$\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x)$ o no existe el $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x)$
--	--

### Características técnicas

Para determinar la **validez de contenido** de cada una de las pruebas se recurrió al **juicio de expertos** (cuatro docentes de la Cátedra), para que analizaran la correspondencia entre el contenido de las pruebas y los constructos que las mismas intentaban medir. Se basó en el análisis de la **Tabla de especificación** (Tabla 3). Los docentes emitieron juicios que permitieron validar los instrumentos en cuanto al contenido.

**Confiabilidad:** Se consideraron para el análisis las calificaciones, en el rango de 1 a 10, obtenidas por los 80 alumnos, en cada uno de los cuatro ítems incluidos para evaluar los contenidos relativos a *Límite de una función*. Estos ítems constituyeron el subtest cuyas propiedades técnicas interesaba analizar, excluyéndose, en este trabajo, la información que podría haberse obtenido del resto de las actividades propuestas en ambos exámenes, por no estar vinculadas a los contenidos de interés.

Para determinar la *consistencia interna del subtest*, se calculó el coeficiente Alfa de Cronbach, recurriendo al paquete estadístico SPSS (Filgueira López, 2001), obteniéndose un valor de 0,86. Resultó aceptable, entonces, el grado de *confiabilidad* del subtest.

CAPACIDADES	CONTENIDOS	ITEMS
<ul style="list-style-type: none"> <li>-Conocer la definición de límite de una función, identificando las condiciones para la existencia del mismo.</li> <li>-Desarrollar los procedimientos inherentes al cálculo de límites de una función para la variable independiente tendiendo a un valor fijo</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Definición de límite de una función para la variable tendiendo a un valor fijo.</li> <li>-Procedimientos involucrados en el cálculo de límites para la variable independiente tendiendo a un valor fijo. (Requiere dominio de Identidades trigonométricas, Límites notables, Factorización de expresiones algebraicas, etc.).</li> </ul>	1 (uno) (grado de corrección)
<ul style="list-style-type: none"> <li>-Interpretar y comprender la notación simbólica matemática empleada en la escritura de una función definida por ramas.</li> <li>-Traducir una función expresada en una representación semiótica en otra, en particular, traducir una función del lenguaje simbólico al gráfico.</li> <li>-Comprender e interrelacionar los distintos conceptos involucrados en la graficación de una función.</li> <li>-Comprender e interrelacionar los distintos conceptos involucrados en la definición de límite de una función.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Logogramas (símbolos referidos a conceptos totales utilizados dentro de contextos matemáticos: &lt;, &gt;, +, -, x, ÷, etc.</li> <li>-Sistemas semióticos de representación y transformaciones entre ellos.</li> <li>-Límites laterales de una función y límite de una función, para la variable tendiendo a un valor fijo.</li> </ul>	1 (uno) (grado de corrección)

-Convertir o sea transformar una representación en un registro a una representación en otro registro (reconocer el mismo objeto en dos representaciones distintas).	-Sistemas semióticos de representación y transformaciones entre ellos. -Límites laterales y límite de una función, para la variable tendiendo a un valor fijo.	I (uno) (grado de reflexión)
-Seleccionar la opción que se considere válida, brindando argumentos que requieren de procesos de abstracción para justificar dicha elección.	-Lenguaje matemático. -Sistemas semióticos de representación. -Límites laterales y límite de una función, para la variable tendiendo a un valor fijo. -Valor de una función en un punto.	I (uno) (grado de reflexión)

Tabla 3: Tabla de especificación

## Resultados

**Grado de corrección:** El alumno debía evidenciar el dominio de los conceptos involucrados en el procedimiento, entender la lógica en la que se apoyaba y distinguir los procedimientos que resultaban adecuados para la situación planteada. Estos fueron los aspectos del conocimiento procesual que fueron valorados al analizar las respuestas dadas a los ítems en cuestión, teniendo presentes los principios de los Estándares 8 y 9 de Evaluación (NCTM, 1989). Los resultados comparativos de ambas muestras se presentan en el gráfico siguiente:

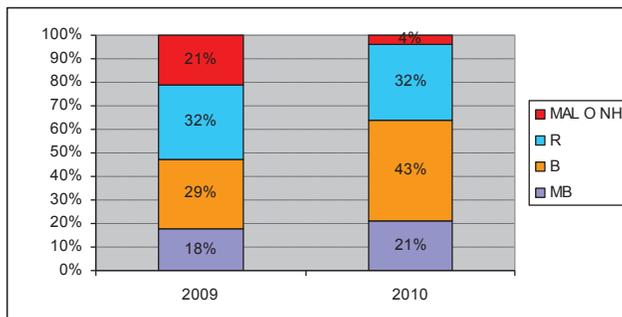


Gráfico 1: Grado de corrección de la acción: Distribución de los resultados, en porcentajes, según grupo bajo estudio

La diferencia a favor de la nueva metodología tuvo que ver con el cumplimiento de las condiciones establecidas para la existencia del límite de una función en un punto y la aplicación de las propiedades de límite. Observando el gráfico de la distribución porcentual de las calificaciones para ambos años, podría concluirse que la diferencia se debería a una importante disminución del porcentaje en la categoría Malo y a un notable incremento en la categoría Bueno.

**Grado de reflexión:** Según Talízina (1993), en la obtención íntegra de un concepto lo importante no es que el alumno recuerde de memoria los rasgos esenciales, sino que logre apoyarse realmente en estos rasgos para ejecutar la acción. La capacidad de *poder hacer* a partir del *saber* las definiciones es fundamental en la comprensión de los conceptos y se manifiesta por

medio de las habilidades matemáticas. Así, los ítems incluidos intentaban evaluar el aprendizaje significativo de los distintos conceptos involucrados en el tema, la habilidad para establecer relaciones lógicas y el manejo de diferentes representaciones semióticas: algebraica, gráfica y verbal. Se tuvo presente que este último tipo de representación podía expresarse de forma aislada o en combinación con uno de los otros dos tipos. La distribución en las cuatro categorías fue la siguiente:

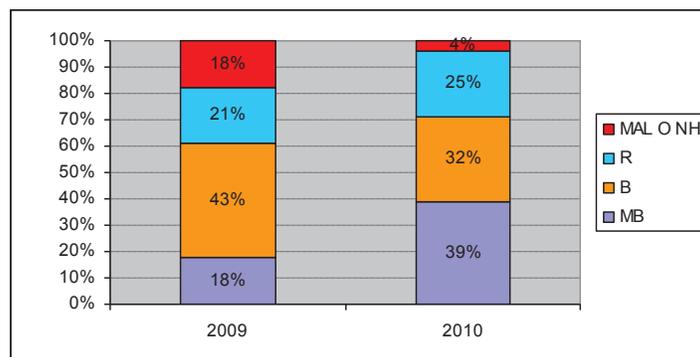


Gráfico 2: Grado de reflexión: Distribución de los resultados, en porcentajes, según grupo bajo estudio

La diferencia entre ambas muestras estaría en la disminución del porcentaje de Malos incrementándose notablemente el de Muy Bueno. Esto se debió a una mejora en el dominio del concepto de límite a partir de la lectura de gráficos para los que experimentaron la nueva estrategia, pero fundamentalmente al aprendizaje del concepto mismo de límite reflejado en las justificaciones en los ejercicios de verdadero o falso.

### Conclusiones

Del análisis descriptivo se presume que habría mejoras en el desarrollo de los grados de corrección y reflexión al implementar la nueva estrategia. Restaría corroborarlo con un estudio de tipo inferencial.

Estos resultados sugerirían que la nueva estrategia metodológica provocaría mejoras en el aprendizaje de aquellos contenidos desarrollados en la guía, que corresponden a la categoría Conocimientos.

### Referencias bibliográficas

Filgueira López, E. (2001). *Análisis de datos con SPSSWIN*. Madrid: Alianza Editorial S. A.

González de Galindo, S. y Villalonga de García, P. (2010). Metacognición: Diseño de un material curricular para aulas multitudinarias. *Revista electrónica de Investigación en Educación en Ciencias*, 5(2), 58-68.

González de Galindo, S., Villalonga de García, P., Marcilla, M. y Holgado de Mejail, L. (2012). *Diario del profesor: instrumento para analizar la práctica docente de matemática*. Comunicación presentada en la X Conferencia Argentina de Educación Matemática. Buenos Aires.

NCTM. (1989). *Estándares Curriculares y de Evaluación para la Educación Matemática*. España: Ed. Sociedad Andaluza de Educación Matemática “Thales”.

Talízina, N. (1993). Citado por Dolores, C. (1997). El desarrollo de ideas variacionales y la derivada en situación escolar. En R. M. Farfán, J. Lezama, A. Arellano y E. Oaxaca (Eds.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 11*, 6-10. Colombia: Grupo Editorial Iberoamérica.

Villalonga de García, P., González de Galindo, S. y Mercau de Sancho, S. (2011 (a)). *Estrategia didáctica que favorece la metacognición en aulas masivas: Encuesta a alumnos*. Comunicación presentada en el Cuarto Simposio Internacional de Educación. Argentina: UCSE-DASS.

Villalonga de García, P.; González de Galindo, S. y Mercau de Sancho, S. (2011) (b). Coherencia entre criterios de evaluación y prácticas evaluativas de matemática de un curso masivo. *Revista Números 78*, 95-112.

Villalonga, P., González, S., Holgado L., Marcilla, M. y Mercau, S. (2009). Pautas para diseñar actividades evaluativas basadas en teorías de aprendizaje significativo: desde Ausubel hasta Moreira. En J. Sagula (Ed). *Memorias del 10º Simposio de Educación Matemática*, pp.1812-1829. Buenos Aires: EMAT.