

ESTRATEGIA METODOLÓGICA PARA LA CONSOLIDACIÓN DEL ESQUEMA ADITIVO Y MULTIPLICATIVO EN LOS NIÑOS Y NIÑAS DE BÁSICA PRIMARIA A TRAVÉS DE JUEGOS COMPUTARIZADOS

Efraín Alberto Hoyos

Profesor Universidad del Quindío

Grupo Gedes

Armenia, Colombia

gedes@uniquindio.edu.co

César Augusto Acosta

Universidad del Quindío

Grupo Gedes

Armenia, Colombia

c_minoli@hotmail.com

Angélica María Ramírez

Profesora Universidad del Quindío

Grupo Gedes

Armenia, Colombia

angelam_75@hotmail.com

Resumen

El presente artículo tiene como fin presentar una estrategia metodológica para la consolidación del esquema aditivo y multiplicativo en los niños y niñas de básica primaria a través de juegos computarizados tomando como base un marco conceptual apoyado en el constructivismo y las experiencias que durante más de ocho años y a través de una serie de proyectos de investigación, extensión y capacitación ha logrado el grupo GEDES (grupo de estudio y desarrollo de software) de la Universidad del Quindío. En este trabajo se evidencia el valor pedagógico del juego y el valor de la incorporación en forma adecuada de las nuevas tecnologías de la información para la formación de pensamiento matemático.

Introducción

Tanto el esquema aditivo como el esquema multiplicativo son los temas de mayor interés en la enseñanza de las matemáticas de básica primaria. La comprensión de estos por parte de los estudiantes es de suma importancia no solo para la solución de problemas de la vida cotidiana sino en actividades aun más especializadas de la misma matemática. Es de notar que en la gran mayoría de las actividades de la sociedad se exige el uso de la aritmética. A nivel de investigación, son muchos los

desarrollos y los resultados que se han obtenido ante la problemática que se vive con respecto a este tema, generando toda una serie de productos como software, cartillas, materiales didácticos, entre otros. Pero, a pesar de todo, dichos esfuerzos pueden parecer inútiles en la práctica si a los docentes no se les presenta la posibilidad de que participen en los procesos de validación e implementación de los mismos.

Por otra parte, para la escuela tradicional la lúdica se considera como un elemento exterior a los procesos de enseñanza y aprendizaje que invita tan sólo a la diversión y al ocio. Sin embargo, a medida que el individuo actúa en el juego, piensa y a la vez se apropia y produce nuevos significados para la vida. Lo anterior significa que el juego es un acto de pensamiento que hace posible la construcción de conceptos cada vez más complejos de la realidad. El juego debe ser considerado como una herramienta didáctica importante para la construcción de conocimiento en edades tempranas teniendo sumo cuidado en que cada una de las actividades lúdicas propuestas persiga un objetivo significativo de aprendizaje. Los juegos didácticos por sí solos sean o no computarizados, sin pertenecer a un ambiente didáctico adecuado no tendrán un impacto significativo en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Este artículo tiene como fin presentar una propuesta metodológica para la consolidación del esquema aditivo y multiplicativo en los niños y niñas de básica primaria a través de juegos didácticos computarizados tomando como base un marco conceptual apoyado en el constructivismo, la noción del desarrollo de pensamiento numérico y las experiencias que durante más de ocho años y a través de una serie de proyectos de investigación, extensión y capacitación ha logrado el grupo GEDES (grupo de estudio y desarrollo de software) de la Universidad del Quindío. El documento se puede describir en tres secciones: en la primera sección se muestra un marco conceptual considerando la noción de desarrollo del pensamiento matemático; los fundamentos teóricos que sustentan la lúdica y las nuevas tecnologías como estrategias de aprendizaje, también se muestra el concepto de esquema aditivo y multiplicativo según los trabajos publicados por Jorge Castaño. Posteriormente se presentan los juegos computarizados diseñados y desarrollados por GEDES en esta línea de investigación. Finalmente, se expone la metodología de trabajo en el aula de informática con los estudiantes y algunas de las experiencias que el grupo ha tenido alrededor del uso del software en distintas instituciones del departamento del Quindío.

1. Fundamentos teóricos

1.1. El pensamiento numérico

Al presentar una metodología para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas es necesario considerar en un primer momento las siguientes premisas:

Tener una posición frente a los procesos de aprendizaje que se dan lugar en la clase de matemáticas para entender como los individuos asimilan los conceptos matemáticos. Tener claro que la enseñanza de conceptos es más importante que la enseñanza de sólo procedimientos.

De tal forma es necesario detenerse y reflexionar por un momento sobre cuales son los procesos mentales que ocurren en el aprendizaje de las matemáticas y en el momento de realizar una actividad matemática. En este sentido se usa el término “*pensamiento matemático*” para referirse a las formas en que las personas piensan al realizar una actividad matemática. Desde este punto de vista el pensamiento matemático se desarrolla en todos los seres humanos, sólo que cada individuo llega a distintos niveles y profundidades debido a toda una diversidad de factores que pueden ser fisiológicos, psicológicos, sociales, económicos, etc. Este desarrollo se logra a través de la construcción y reconstrucción de una compleja red de conceptos, unos elementales y otros más avanzados, los cuales se articulan y evolucionan a través de las relaciones que existen entre ellos y de las diferentes representaciones analíticas, procedimentales, visuales, icónicas, verbales y formales de los mismos.

Por tal motivo se adopta un modelo educativo constructivista que parte de la base en que el profesor debe ofrecer las herramientas necesarias para que el estudiante logre por sí mismo una “*reconstrucción dirigida*” de los principales conceptos matemáticos. El objetivo es crear ambientes educativos que le permitan al aprendiz manipular ejemplos y contra ejemplos de un concepto matemático específico o un sistema de conceptos relacionados.

Es posible enriquecer el currículo y su enseñanza partiendo de que se puede presentar al estudiante una diversidad de representaciones externas de los conceptos de tal manera que estos se construyan gradualmente a través de varias etapas en el sentido de Van Hiele y David Tall.

Las representaciones disponibles de los conceptos matemáticos que se trabajan en los niveles de enseñanza elementales de la matemática son las siguientes:

- Representaciones Enactivas (a través de procesos físicos).
- Representaciones simbólicas y numéricas, las que pueden ser manipuladas a mano o mediante un computador, incluyendo la posibilidad de programar.
- Representaciones Visuales que se pueden producir aproximadamente a mano o haciendo uso de calculadoras gráficas, o software, mediante elementos estáticos o dinámicos.
- Representaciones formales y analíticas que dependen de las definiciones y demostraciones formales.

Este amplio marco de representaciones concuerda con un modelo teórico constructivista que muestra como se desarrollan los conceptos en la mente del individuo. Dicho desarrollo se logra por una construcción y reconstrucción significativa del conocimiento, a través de tres etapas:

- Etapa corporizada: basada en las percepciones y acciones humanas en el contexto del mundo real.
- Etapa proceptual: Los símbolos juegan un doble estatus pues el individuo los usa como procesos matemáticos y también los reconoce como conceptos.
- Etapa axiomática: Un enfoque formal que parte de los axiomas seleccionados y hace deducciones lógicas para demostrar teoremas.

A través de estas etapas el individuo se forma permanentemente una *imagen conceptual*, la cual se refiere a toda una estructura cognitiva que se encuentra asociada al concepto, incluyendo todas las imágenes mentales, propiedades asociadas y procesos. Cabe resaltar que esta no se puede observar directamente, sino que es inferida a partir de las conductas observables del individuo y de las representaciones externas que manifieste. Por otra parte la imagen conceptual de un sujeto sobre un concepto no tiene por qué ser coherente todo el tiempo a medida que se desarrolla ni estar de acuerdo plenamente con a definición formal matemática. Esta se construye a lo largo del tiempo y cambia a medida que el individuo encuentra nuevos estímulos y rompe obstáculos epistemológicos en el sentido de Bachelard.

La construcción de los conceptos de manera corporizada se logra mediante las representaciones *enactivas*, es aquí donde es posible abordar la enseñanza de las matemáticas mediante actividades que permitan la manipulación de materiales y la solución de problemas en un contexto físico. Cabe destacar que el computador también permite trabajar enactivamente; existen actividades que les

permiten a los estudiantes manipular diferentes representaciones de los conceptos matemáticos como si fuesen objetos físicos y de esta forma explorar y ver diferentes relaciones.

Por su parte, las representaciones numéricas y simbólicas son esenciales para realizar procesos concretos que mediante una realización periódica de actividades con los mismos y las relaciones entre ellos se cristalizan en conceptos; por ejemplo, el proceso de contar, de medir, de codificar y de ordenar se convierten en el *concepto de número*. El símbolo juega un papel importante pues este puede evocar un proceso o un concepto, esto en la literatura se conoce como proceptos (Tall, 2000). Ejemplos de estos son los esquemas aditivo y multiplicativo los cuales se discutirán en la sección posterior.

Partiendo de los referentes expuestos anteriormente, se reconoce el término *pensamiento numérico* para referirse a la comprensión general que tiene un individuo sobre los números y sus operaciones, como también en su habilidad para comunicar, interpretar información y resolver situaciones a través de métodos cuantitativos. Dicha comprensión se observa a través de las diferentes representaciones externas. Por lo tanto un pensamiento numérico bien desarrollado permite comprender el significado de los números y sus diferentes representaciones, permite abrir un abanico de posibilidades operativas, reflexivas, analíticas y comunicativas.

Como lo expresan los lineamientos curriculares, los aspectos básicos que permiten desarrollar el pensamiento numérico, son los siguientes:

- Comprensión de los números y de la numeración.
- Comprensión del concepto de las operaciones.
- Cálculos con números y aplicaciones de números y operaciones.

Estos aspectos dan significado al concepto de número, a las diferentes operaciones y a las formas de actuar frente a la resolución de problemas.

Con respecto a la formulación de propuestas para orientar el aprendizaje de las operaciones es necesario considerar algunas pautas como lo son: el reconocer el significado de las operaciones en diferentes situaciones concretas, el reconocer los algoritmos más usuales y eficientes de las operaciones, y el comprender tanto las propiedades de las operaciones como sus relaciones. Dichas pautas se reflejan en la construcción de *esquemas* los cuales permiten la manipulación proceptual de los objetos matemáticos en el individuo.

1.2. El esquema aditivo y multiplicativo

Castaño (1996) ofrece unas herramientas para promover en los niños la construcción de un pensamiento multiplicativo simple, es decir un pensamiento que permita comprender y resolver situaciones que requieran una y solo una de las operaciones de multiplicación y división. Como resultado de estudios realizados por este autor se han presentado situaciones en las que el niño no logra organizar un pensamiento multiplicativo que le permita articular la multiplicación y la división hasta el punto de que en su pensamiento estas operaciones hagan parte de un mismo esquema mental, de tal forma que reconozca una en términos de la otra, y a la vez las maneje simultáneamente.

A los niños se les debe ayudar a coordinar la multiplicación y la división en el plano mismo de las acciones, sean estas físicas o mentales. Inicialmente serán coordinaciones en el nivel de las representaciones aditivas que ellos hacen de las **situaciones** multiplicativas y posteriormente, de manera progresiva, en niveles mas cercanos a lo propiamente multiplicativo.

Un esquema es una representación de una situación concreta o de un concepto que permite manejar ambos internamente y enfrentarse a situaciones iguales o parecidas a la realidad. Los esquemas pueden ser simples o complejos, o generales o especializados. Hay herramientas que sirven para diversas funciones, mientras que otros solo sirven para actividades específicas. El ser humano no actúa sobre la realidad directamente, sino que se vale de los esquemas adquiridos o contruidos. Al adquirir mayor experiencia con determinadas tareas, las personas utilizan herramientas cada vez más complejas y especializadas (constructivismo y educación. Mario Carretero, pág. 26-27, editorial Progreso).

Los estudiantes desde muy pequeños se enfrentan con situaciones cotidianas de adicción; en un primer nivel se debe formalizar este concepto donde los niños deben reconocer la operación y utilizar el cálculo-algorítmico en las diferentes aplicaciones.

El eje de la enseñanza de la adición debe focalizarse tanto como proceso como concepto. Las tablas de sumar deben descentrarse del lugar prioritario que ocupan en la enseñanza, para pasar a ocupar el lugar del resultado dentro del proceso de sistematización de los conocimientos que efectúa el niño a través del manejo de situaciones concretas. En cuanto a la sustracción, a fin de propiciar un buen aprendizaje válido y significativo para el sujeto, es importante colocar a los estudiantes frente a problemas que los compromete lo suficiente como para in-

volucrarse y poner en acción sus estrategias de resolución. El sujeto aprende así a seleccionar, decidir, descartar lo que no corresponde, descubrir regularidades y la existencia de diferentes modos de llegar a resolver un problema.

$$a + b = c, \text{ de donde } \begin{cases} a = c - b \\ b = c - a \end{cases}$$

Entender significativamente la adición es entender simultáneamente las tres relaciones de igualdad que conforman el esquema aditivo:

El concepto “esquema aditivo” se interpreta según Meza (1997), con dos significados diferentes, pero relacionados: el matemático, que relaciona adición y sustracción, y el cognitivo o mental, que es condición necesaria para acceder a la comprensión del primero. Por otra parte, los estudiantes comprenderán las situaciones multiplicativas cuando logran articular la multiplicación y la división hasta el punto en que en su pensamiento estas operaciones hagan parte de un mismo esquema mental, de tal forma que reconozca una en los términos de la otra, y a la vez la maneje en forma simultánea. En muchas ocasiones los niños recitan las tablas de multiplicar, pero no cuando se les plantea problemas multiplicativos, utilizan procedimientos aditivos, o sea que no es garantía, es solo “aprendizaje” de las tablas de multiplicar para pensar que los niños están construyendo el esquema multiplicativo.

Una propuesta pedagógica para ayudarle a los niños a construir un pensamiento multiplicativo consiste en el estudio inicial de las situaciones multiplicativas simples y en forma articulada y gradual, enfrentar a los niños a la solución de situaciones multiplicativas compuestas. A los niños se les debe plantear juegos o actividades donde y paralelamente puedan ir planteando problemas multiplicativos.

Los niños se van apropiando del esquema multiplicativo cuando se enfrentan a situaciones como partir por la mitad, o tomar varias veces algo. Es importante tener en cuenta que para que un niño pueda comprender el esquema multiplicativo debe tener sus bases sólidas en el esquema aditivo. En muchos casos los niños resuelven los problemas multiplicativos, utilizando esquemas aditivos.

De manera similar a la adición, entender significativamente la multiplicación es entender, simultáneamente las tres relaciones de igualdad que conforman el es-

quema multiplicativo.

$$a \times b = c, \text{ de donde } \begin{cases} a = c \div b \\ b = c \div a \end{cases}$$

1.3. Consolidación del esquema aditivo y multiplicativo en el niño

Se considera que tanto el esquema aditivo como multiplicativo quedan consolidado si se obtiene una comprensión significativa, o sea cuando:

- El niño resuelve una situación problema aplicando correctamente el esquema de la adición / multiplicación o resuelve una situación problema que involucra la adición y la sustracción (multiplicación y la división).
- El niño resuelve una situación problema cuya solución requiere una composición o combinación de la adición y la sustracción.
- El niño resuelve una situación problema que indica claramente el entendimiento de la reversibilidad de las operaciones de adición y sustracción (multiplicación y la división).

1.4. El papel de la tecnología y la lúdica como estrategia de aprendizaje de las matemáticas en etapas tempranas

Actualmente, existen una gran cantidad de investigaciones a nivel mundial que corroboran los efectos positivos que la tecnología tiene sobre el aprendizaje, como un ejemplo a nivel nacional, el Ministerio de Educación es conciente de las posibilidades que brinda la informática y el uso de la nuevas tecnologías para la enseñanza de la matemáticas en general, como se afirma en el libro de los lineamientos curriculares de matemática: *“Las nuevas tecnologías amplían el campo de indagación sobre el cual actúan las estructuras cognitivas que se tiene, enriquecen el currículo con los nuevos paradigmas asociadas y los llevan a evolucionar”*. Adicionalmente, el proyecto *“Incorporación de Nuevas tecnologías al Currículo de Matemáticas de la educación Media de Colombia”* es una prueba de las políticas e intereses del gobierno hacia la comunidad para proponer nuevas estrategias de aprendizaje entorno a las nuevas tecnologías y condiciones de vida. Por su parte el grupo GEDES de la universidad del Quindío desde 1996 ha venido realizando una serie de investigaciones en pro de la incorporación de las nuevas tecnologías

como recursos didácticos para la enseñanza de las matemáticas como es el caso del “Estudio experimental del uso del geoplano computarizado en la enseñanza de la geometría euclidiana” (2000-2002) entre otras. Dichas investigaciones muestran las bondades que la informática ofrece para los procesos de aprendizaje a nivel regional.

Con respecto al papel de los computadores de la enseñanza Juan D. Godino propone: “Proporcionar al alumno un micromundo, esto es, un entorno operativo que le permite generar, observar, reflexionar e interactuar sobre fenómenos que difícilmente se pueden explorar sin la herramienta informática. En estos micromundos se usa un núcleo de conceptos y procedimientos matemáticos interrelacionados, en situaciones problemáticas particulares, mediante sistemas de representación múltiples, dinámicos y simultáneos. Por lo tanto, es de esperar un énfasis en componentes nuevos del significado de los objetos matemáticos implícitos. Las situaciones didácticas deben configurarse de tal modo que el alumno tenga que resolver problemas cuya apertura sea graduable y en las cuales se destaquen las fases de acción, formulación de conjeturas y validación (Brousseau, 1986), que el profesor deberá completar con la fase de institucionalización de los conocimientos puestos en juego”.

De otra parte, se quiere destacar la importancia que la actividad de jugar pueda tener para el desarrollo del pensamiento matemático. Se aportan algunas ideas que la psicología nos proporciona para tratar de conceptualizar la actividad lúdica y su papel en el desarrollo integral de los sujetos.

El juego supone una posición psicológica particular por parte del sujeto que juega, basada en el convencimiento de que lo que está realizando es una actividad libre que no va a ser enjuiciada y que dispone de un espacio personal, de un margen de error, que en otras actividades no se permite.

El escenario que el juego necesita está muy lejos de ser frecuente en la escuela, donde el rigor y la precisión en la ejecución de las tareas parecen la condición predominante. Se ha descrito según Bruner (1984) hasta que punto los niños que ejecutan tareas que requieren habilidades manipulativas de forma lúdica aventajan a los que las realizan en serio y se ha encontrado este factor de relajación sobre resultado como origen del éxito. Esto no quiere decir que todo se aprende en forma lúdica sino que pensamos que es un alivio sobre las consecuencias de ejecución de las tareas, y que realizarlas en forma lúdica no solamente es beneficioso para el sujeto sino para el éxito de la tarea.

El juego no ha recibido la atención que merece en los contextos educativos en donde el niño crece y aun se siguen oponiendo juego y aprendizaje; además las actitudes de los educadores y los padres siguen siendo adversos, a la utilización del tiempo que se dedica a los juegos y muy dudosa sobre el valor educativo del juego. Si está generalizada una concepción de que el juego tiene un valor de explosión, de expulsión, de desahogo de energías acumuladas durante el trabajo y aun así son pocos los adultos que aceptan las formas más activas de expresión lúdica como naturales y socialmente positivas.

En sus trabajos sobre la influencia de las actividades lúdicas en el dominio de tareas y resolución de problemas prácticos Bruner ha encontrado que cuando los niños piensan que están jugando y a su vez están interesados en la solución de problemas manipulativos son más rápidos y más hábiles en conseguir las metas propuestas.

En síntesis el juego constituye un elemento primordial para el desarrollo cognitivo y la actividad mental del niño porque: Permite y potencia la relación y simultaneidad de la actividad mental y física.

- Implica conducta de representación simbólica, ejerciendo de puente entre la realidad, ficción y abstracción.
- Permite la interacción entre los jugadores que expresan y confrontan sus puntos de vista y opiniones.
- Establece un conjunto de reglas, con lógica, que cada uno de los jugadores debe descubrir.
- Propone retos o situaciones cuyo logro entraña dificultades que hay que superar.
- El juego ejerce una finalidad donde el niño debe entender y comprender lo que hace para obtener los logros (metas).
- Estimula el razonamiento de los niños, se juega mejor si se piensa.
- Establece diversos papeles, funciones entre los jugadores lo que hace que el pensamiento se descentre. Se puede introducir modificaciones, aumentando o disminuyendo su dificultad.
- El juego es una forma natural de intercambio de ideas, experiencias y de sistemas de conocimiento.

Por las razones expuestas anteriormente es importante pensar en el escenario lúdico como un posible escenario pedagógico.

Teniendo en cuenta los resultados de investigación por parte del grupo se puede decir que para apoyar el avance de los niños hacia un nivel más alto de comprensión, es necesario ofrecerles materiales y actividades apropiadas para lograrlo y es aquí donde los juegos educativos computarizados se muestran como una gran alternativa para tal efecto.

Es pertinente destacar las bondades que brinda el juego computarizado frente al juego diádico tradicional pues permite desarrollar otro tipo de destrezas como lo son:

- Facilitan a los niños la exploración rápida de los cambios en las expresiones matemáticas, con el simple movimiento del ratón, en contraposición cuando se utiliza lápiz y papel, así mismo se obtiene retroalimentación inmediata por parte de cada uno de los programas educativos empleados, cuando generan expresiones y respuestas matemáticas correctas e incorrectas.
- Los materiales educativos bien diseñados y bien utilizados contribuyen y fortalecen la construcción de las representaciones de las ideas matemáticas.
- Permiten aumentar la variedad de opciones visuales y situaciones problema sobre los cuales los niños pueden pensar, y establecer las relaciones necesarias para resolver dichos problemas
- Los estudiantes de mejores niveles de razonamiento matemático tienen la oportunidad de avanzar más, ya que tiene la oportunidad de resolver una mayor cantidad de ejercicios y problemas. Los estudiantes trabajan a sus propios ritmos de aprendizaje teniendo en cuenta las bondades ofrecidas por los juegos utilizados.
- La estrategia de trabajar en grupos de a dos por computador, permite generar un ambiente positivo de competencia y con un alto grado de motivación que infunde una dinámica en beneficio de la consolidación de conceptos en los niños.
- Los juegos de computador forman parte de la realidad cotidiana del niño y ocupan un lugar importante en su escala de intereses, lo que ofrece una garantía de motivación.
- Los sistemas de información que pueden ser construidos dentro del juego computarizado permiten una evaluación permanente e individual del desa-

rollo de las habilidades del niño frente al juego y frente a los objetivos de aprendizaje propuestos por el mismo.

2. Juegos Computarizados

Los fundamentos teóricos presentados en la sección anterior son considerados por parte del grupo de investigación en el momento de diseñar y desarrollar los juegos computarizados que se presentaran a continuación.

2.1. Preescolar “Jugando con los números”

Inicialmente veremos el software “Preescolar: Jugando con los Números”, el cual tiene por objeto ser una herramienta que ayude al docente en la formación de la noción de número en los estudiantes de grado preescolar, además será útil para inducir a los estudiantes en el área de la informática.



Figura 1. (a) Interface principal del juego “Jugando con números”
(b) Interface de desempeño del Estudiante.

Este software cuenta con una gran cantidad de actividades que le permiten a los niños iniciarse en el mundo de los números (figura 1 (a)). Las actividades

comprenden diferentes etapas como la correcta pronunciación de los números, correspondencia entre símbolos, colección de objetos, reconocimiento, etc. El programa cuenta con ayudas auditivas para una mejor comprensión por parte de los niños. El sistema puede convertirse en una herramienta de seguimiento para los estudiantes llevando un registro de cada participante teniendo en cuenta aspectos como su desempeño en las actividades (**ver figura 1 (b)**). *Jugando con los números* está diseñado para niños con edades entre los 4 y los 5 años.

2.2. La Yupana

Para lograr que los niños consoliden del esquema aditivo y multiplicativo es necesario llevar a los niños paso a paso, iniciando con el reconocimiento de los números y posteriormente llevarlos a realizar actividades de composición y descomposición de ellos. Para tal fin usaremos el software “**La Yupana**”, el cual tiene como objetivo desarrollar en los niños habilidades de conteo y agrupamiento, composición y descomposición de números, conceptualización del valor posicional de los números, así como también un acercamiento al concepto de esquema aditivo y al manejo de diferentes bases de numeración.



**Figura 2. (a) Interface del software “La Yupana”
(b) Interface de “Juguemos con los múltiplos”.**

Este software tiene actividades de representación de números, suma y resta de cantidades, haciendo énfasis en la correcta composición de los números y el valor posicional.

2.3. Juguemos con los múltiplos

El objetivo didáctico de este juego es proporcionar al niño un ambiente, que le permita afianzar y desarrollar destrezas para resolver problemas en los cuales intervienen relaciones entre números, sus múltiplos y sus submúltiplos. A través

de la relación de proporcionalidad, completando el valor faltante en dicha relación.

El juego consiste en resolver la mayor cantidad de problemas en el menor tiempo posible (El tiempo máximo son 180 segundos). Cada problema consiste en encontrar el número de elementos necesarios que se deben colocar en el espacio en blanco para completar la relación cuaternaria. El problema que aparece en la figura 2 (b) se puede interpretar como sigue:

“Si un perro se come tres Huesos, ¿Cuántos perros se comen 9 Huesos?”

2.4. Ficha Tapada

Enfrenta dos participantes en un divertido juego que consiste en que cada jugador reta a su contrincante a resolver una ecuación planteada por este como se aprecia en la figura 3 (a). El valor didáctico de este juego es desarrollar en los niños habilidades para resolver problemas que impliquen el uso del esquema aditivo y multiplicativo.

La ficha tapada es un juego que enfrenta constantemente al estudiante a situaciones que requieren resolver ecuaciones sencillas como:

$$? + 20 = 38 \quad , \quad \text{ó,} \quad ? - 12 = 15 \quad , \quad \text{ó,} \quad ? \times 3 = 12 \quad , \quad \text{ó,} \quad ? \div 4 = 5$$

En el desarrollo de este juego es posible observar los distintos procedimientos que siguen los niños, los cuales sugieren formas diferentes de representación mental de las situaciones aditivas y multiplicativas que plantea el juego.

2.5. Bingo Multiplicativo

El software “**Bingo multiplicativo**” es un interesante juego que permite ejercitar el esquema multiplicativo y el reconocimiento de los números, Figura 3 (b). El juego consiste en dos tableros de bingo los cuales están conformados por números que son múltiplos de dados normales y dados alterados (con números mayores que 6). Los jugadores deben tapara las casillas del tablero de bingo dependiendo del producto de los dados. El juego permite enfrentar a dos participantes o uno si desea jugar con el sistema. El software también lleva un registro de los logros y desaciertos de los estudiantes en el transcurso del juego.



Figura 3. (a) Interface del software “Ficha Tapada”
(b) Interface de “Bingo Multiplicativo”.

2.6. Concéntrese Multiplicativo

El juego de “**Concéntrese Multiplicativo**” (Figura 4 (a)) le permite a los niños ejercitar el esquema multiplicativo como también resolver una serie de situaciones problemas. Este juego consiste en enfrentar a dos jugadores los cuales deben destapar en un tablero dos cuadros que deben tener el mismo valor, sin embargo los dos cuadros están escritos en formas distintas pero representadas el mismo valor numérico.

El juego permite desarrollar en los niños las diferentes maneras de representación y reconocimiento de una cantidad, propiedades como la conmutativa y asociativa y el concepto de múltiplo.

El software permite una gran cantidad de variantes, entre las cuales también se pueden presentar cuadros con problemas y su respectiva solución, también se puede cambiar el tamaño de los tableros y la dificultad de los ejercicios.

2.7. El minicomputador de Papy

El “**Minicomputador de Papy**” (figura 4 (b)) es un ejercitador que nos permite desarrollar en los niños conceptos como la composición y descomposición de números utilizando el esquema multiplicativo y aditivo. El software da al niño una cantidad para que él la represente por medio de unas fichas colocadas estratégicamente en un tablero dividido en cuatro secciones que representan los sumandos del número a conseguir. Cada sección tiene un valor dependiendo del nivel. El valor de cada sumando se calcula multiplicando el número fichas por el valor de la sección. Cualquier distribución de fichas o puntos sobre el minicomputador representa a un número, como por ejemplo:

1 .	2 .
4 .	8 .

El número representado es el 17, por que:

$$1 + (2 \times 2) + 4 + 8 = 1 + 4 + 4 + 8 = 17$$

El juego permite que cada niño tenga la libertad de buscar su propia estrategia para representar el número dado. Además permite introducir algunas variantes para ampliar el círculo numérico y generar situaciones que motiven al niño a buscar soluciones novedosas, algunas de estas variantes pueden ser:

- Se proporciona al niño un número natural y el debe representarlo en el minicomputador.
- Otro caso es cuando se da al niño la representación de un número sobre el minicomputador y él debe descubrir o componer el número.
- También se puede pedir al estudiante que represente sobre el minicomputador un determinado número pero con la mayor reducción de fichas, es decir, utilizando la menor cantidad de puntos posibles.

Otra estrategia y en especial para ampliar el rango numérico es utilizar minicomputadores de 10, 20, 40 y 80 ó 100, 200, 400 y 800, y seguir las variantes o indicaciones expuestas anteriormente.



Figura 4. (a) Interface de “Concéntrase Multiplicativo”
(b) Interface de “Minicomputador de Papy”.

La Balanza Numérica



Figura 5. Interface de “Balanza Numérica”

En la balanza numérica se puede trabajar en forma individual o en grupos de a dos. Permite utilizar números naturales, enteros, fraccionarios y decimales. El software permite realizar actividades como:

- Dado un número en uno de los lados de la balanza, expresarlo en el otro lado como el resultado de varios operandos construir en cada lado de la balanza expresiones numéricas equivalentes.
- Comparar números o expresiones numéricas.
- Completar expresiones numéricas para lograr iguales resultados en ambos lados de la Balanza.
- Si se juega de a dos personas por computador, el jugador1 propone un ejercicio en el lado izquierdo y el jugador2 lo resuelve en el lado derecho. En la siguiente jugada, el jugador2 propone un ejercicio y el jugador1 lo resuelve. Los jugadores acuerdan el número de ejercicios a resolver.
- Si juega una sola persona, el computador propone un ejercicio en el lado izquierdo y el jugador lo resuelve en el lado derecho. El jugador resuelve tantos ejercicios como quiera.

El software educativo presentado en esta sección ha sido desarrollado por el grupo a la luz de proyectos de investigación, adicionalmente estos son puestos en consideración ante la comunidad académica a través de los eventos en los que el grupo participa como también en las actividades de capacitación que el grupo realiza en las distintas instituciones del departamento del Quindío que los utilizan. Cabe

resaltar que las diferentes recomendaciones que surgen alrededor de estos ambientes de socialización son consideradas y sirven de retroalimentación para el mejoramiento del software y de los materiales de apoyo.

3. Metodología didáctica

Una vez diseñada y desarrollada la didáctica esta se lleva al aula de clase para un proceso de constante validación. Los docentes y estudiantes participan activamente con el software y muestran en que aspectos se requiere mejorar tanto el programa como las actividades, esto nos permite realizar una etapa de retroalimentación del software, al cabo de la cual el programa vuelve a aula de clase.

En una clase el proceso se compone de tres etapas de aprendizaje y el maestro distribuirá los tiempos de acuerdo a las características de cada actividad. Las etapas son las siguientes:

1. **Estados previos** (Indagación) Mediante un diálogo con los estudiantes, el maestro articula el tema de la actividad anterior con el tema correspondiente a desarrollar. En esta etapa el maestro también indaga acerca del nuevo tema, y llama la atención sobre lo pertinente al nuevo lenguaje dentro de este.
2. **Desarrollo y descubrimiento** (Orientación dirigida y libre) En esta parte, el estudiante emplea las guías y el software desarrollado, el aprendizaje se realiza en grupos de a dos estudiantes, lo que les permite intercambiar argumentos y llegar a los primeros acuerdos conceptuales con respecto al tema de estudio.
3. **Puesta en común** (explicitación e integración) Esta etapa es de suma importancia en el proceso de aprendizaje. Aquí los estudiantes relatan las experiencias obtenidas en el desarrollo de la etapa 2. Los estudiantes mediante acuerdos orientados por el maestro forman el sistema de relaciones del estudio, lo cual los lleva a un nuevo nivel de aprendizaje. La intervención del maestro en esta fase consiste en proporcionarles a los estudiantes algunos panoramas generales de aquello que ellos ya conocen.

4. Conclusiones

- Durante las últimas décadas toda una serie de profesores e investigadores se han dado a la tarea de desarrollar métodos exitosos para mejorar los proce-

sos de enseñanza y aprendizaje procurando que el estudiante participe de su propio aprendizaje y del propio desarrollo de su pensamiento matemático. Pero la implementación real de estos últimos dependen radicalmente del papel que tomen frente a las matemáticas y a la educación matemática los docentes, los formadores de docentes y los docentes en formación.

- Es necesario tener presente que la informática y el software educativo no resuelven los problemas de enseñanza por sí solos, estos deben ir acompañados de una didáctica adecuada para la integración entre el software, los contenidos, los materiales de apoyo, las actividades propuestas y la comunidad educativa. Por lo tanto es necesario hacer una reflexión sobre los contenidos, los objetivos, las metodologías de aprendizaje y la forma en que se evalúa el proceso, en función de las nuevas tecnologías.
- Se debe hasta donde sea posible enriquecer a los estudiantes con una amplia gama de experiencias, es importante involucrar a nuestros estudiantes en situaciones que inviten al debate en entorno a la solución de problemas y a la reflexión sobre situaciones y conjeturas. No se trata de desplazar de manera radical nuestra manera de enseñar, pero si de mejorar nuestra práctica paulatinamente con la incorporación de estas estrategias.
- La construcción de una propuesta didáctica es un proceso continuo de retroalimentación que exige de la participación activa de los investigadores, co-investigadores como también de los coordinadores, docentes y estudiantes los cuales conforman la comunidad académica de las instituciones donde se desarrollará el proyecto

Bibliografía

- [1] Ausubel, D.P. (1968) *Educational psychology: a cognitive view*, New York, Holt.
- [2] Bruner, J. (1984) *Juego, Pensamiento y Lenguaje*.
- [3] Calvis, A. (1994) *Ingeniería de software educativo*. Bogotá: Ediciones Unian-des.
- [4] Cantoral, R (2002), *Desarrollo del pensamiento matemático*. Trillas
- [5] Castaño, J. Hojas Pedagógicas Número 3 (Abril-Junio de 1.996), Número 4 (Julio-Septiembre 1.996), Número 10 (Abril - Junio 1.998). *Alegría de Enseñar*. Fundación FES.

- [6] Coll, C. (1987) *Psicología y Currículo*. Madrid: Paidós.
- [7] De la Torre, A (2001), *Los conflictos cognitivos en la construcción del concepto de continuo*, Revista “Matemáticas Enseñanza universitaria”. Vol IX No.1 y No.2 (pág 71).
- [8] Godino, J (2003) *Perspectiva de la didáctica de las matemáticas como disciplina científica*. Universidad de Granada
- [9] Godino, J (2003) *Marcos teóricos de referencia sobre la cognición matemática*. Universidad de Granada.
- [10] Godino, Juan D. *¿Qué aportan los ordenadores a la enseñanza y aprendizaje de la estadística?*, Versión revisada del artículo publicado en UNO, 5, 45-56, (1995)
- [11] González, M.A. (1994), *Evaluación De Software Educativo: Orientaciones Para Su Uso Pedagógico*. Bogotá: Fundación A. Merani.
- [12] Lupiañez, J y Moreno, L (2000) *Tecnología y representaciones semióticas en el aprendizaje de las matemáticas*, tomado de “Iniciación a la ”investigación en didáctica de la matemática”. Editorial Universidad de Granada. España
- [13] MEN (Ministerio de Educación Nacional) Matemáticas, *Lineamientos curriculares*, Cooperativa Editorial Magisterio, Santa Fe de Bogotá, Julio de 1998.
- [14] MEN (Ministerio de Educación Nacional) *Nuevas Tecnologías y Currículo de Matemáticas*, Lineamientos curriculares, Cooperativa Editorial Magisterio, Santa Fe de Bogotá, Febrero de 1999
- [15] esa, O. (1997) *Criterios y Estrategias para la enseñanza de las Matemáticas*. Ministerio de Educación Nacional, Santa fe de Bogotá.
- [16] Suárez, S. (1985) *Matemática Creativa. Talleres Didácticos* Editorial Cultural Internacional. Buenos Aires Argentina.
- [17] Tall, D (2000) *Biological Brain, Mathematical Mind & Computational Computers (how the computer can support mathematical thinking and learning)*. In Wei-Chi Yang, Sung-Chi Chu, Jen-Chung Chuan (Eds), Proceedings of the Fifth Asian Technology Conference in Mathematics, Chiang Mai, Thailand (pp. 3-20). ATCM Inc, Blackwood VA. ISBN 974-657-362-4.

- [18] Tall, D (1981) *Concept image and concept definition in mathematics, with special reference to limits and continuity*, *Educational Studies in Mathematics*, 12 151- 169 Mathematics Education Research Center, University of Warwick, UK.
- [19] Vergnaud, G. (1.991) *El niño, las matemáticas y la realidad*. Ed. Trillas, México.
- [20] Winnicott, D.W. (1979) *Juego y Realidad*.