LA MODELACIÓN. UN EJE PARA LA RED DE DESARROLLO DE USOS

María Esther Magali Méndez Guevara yFrancisco Cordero Osorio
UAM de la UAGro.; DME de Cinvestav -IPN México
mguevara83@gmail.com; fcordero@cinvestav.mx

Resumen. El escrito muestra un panorama general de una investigación que constituyó una categoría de modelación para la matemática escolar. Dicha categoría provoca el desarrollo de red de uso de conocimiento matemático, develado en las herramientas de variación local, global y su articulación para caracterizar comportamientos o tendencias. Se exhibe una breve descripción teórica del eje de la categoría, mismo que sustenta diseños de situación desenvueltos en tres momentos: transformación, variación y aproximación, caracterizados por el tipo de usos de lo gráfico, lo numérico o lo analítico que emergen como justificación funcional de los estudiantes ante los diseños de modelación escolar.
Palabras clave: modelación, matemática escolar, desarrollo de usos
Abstract. The report gives an overview of research that constituted a category of modeling for school mathematics. This category triggered the development of network the knowledge mathematical, like tools the variation local, global and its articulation to characterize behaviors or tendencies mathematical. We exhibit a brief theoretical description of the category axis. This one is bedrock from situation designs, divided into three moments: transformation, variation and approximation, characterized by the type of use of the graphic, the numerical or analytical that can emerge as functional justification of the students before the designs.
Key words: modeling, school mathematics, development the knowledge

Introducción

Nuestra sociedad vive una problemática en el campo de la educación matemática, pues a pesar de que se reconoce la importancia de las matemáticas en la sociedad y su importancia en el avance tecnológico, y por tanto, se justificación su presencia en el escenario escolar, no se ha logrado producir o hacer sentir a los actores del sistema educativo que los conocimientos matemáticos, o científicos en general, son integrales a su vida (Chevallard, Bosch & Gascón, 1998). Esto puede atenderse desde diversas posturas e incluso disciplinas, por ejemplo, desde las actitudes del individuo con respecto a las matemáticas hasta cuestiones del perfil emocional matemático del individuo (Hidalgo, Maroto & Palacios, 2004) o bien puede llevarse al planteamiento de una problemática en donde el discurso matemático escolar excluye a los actores de la construcción social del conocimiento matemático (Soto, 2010).

Desde esta última postura, la socioepistemológica, apuesta a la búsqueda de elementos para rediseñar el discurso matemático escolar (dME), para incluir a los actores en la construcción social de su conocimiento matemático, y aminorar la tensión entre la matemática escolar y la matemática funcional, en tanto sea útil a quien la construye y posibilite su desarrollo en otros escenarios.

La Socioepistemología ha identificado una forma de atender esta problemática, a través de marcos de referencia, basados en epistemologías de prácticas o usos, que provoquen el desarrollo de conocimiento matemático en situaciones especifica (Farfán & Ferrari, 2009; Cordero, Cen, & Suárez, 2010). Además, por experiencias previas (Méndez & Arrieta, 2005; Méndez & Arrieta,

2009) con el estudio del funcionamiento de la modelación, como práctica social, y su inclusión en diseños desarrollados con estudiantes de enseñanza media superior, identificamos que ésta podría ser un eje para el desarrollo de usos de conocimiento matemático (Méndez & Cordero, 2012) en el escenario escolar. Así una pregunta que nos hicimos fue ¿cómo generar dicho eje?.

Asimismo, las investigaciones desarrolladas en nuestra disciplina nos llevan a reconocer un estatus de la modelación. La visión generalizada es concebirla como un proceso establecido que conviene enseñar o implementar, por ejemplo; para aplicar conocimientos matemáticos (Blum & Borromeo, 2009); o como un método que permite enseñar matemáticas (Gómez-Chacón & Maestre, 2008) mediante la resolución de problemas. Aunque otros colegas se ha preguntado cómo desarrollar este proceso a través de técnicas y tareas especificas (Bosch, García, Gascón & Ruíz, 2006) no deja de ser un proceso aislado a quienes lo usan, de manera que la modelación para los actores principales del dME no es parte de su quehacer, o bien algo que ellos puedan construir. Es decir, no es un proceso de construcción en sí mismo de conocimiento matemático, empero se reconoce como la estrategia por excelencia del ser humano para generar conocimiento (D´Ambrosio, 2009).

El recorrido que se realizó dejó ver esta postura predominante de modelación, como un proceso que excluye a los actores de su construcción, en tanto su función en el dME. Esto nos llevo a proponer una categoría de conocimiento matemático alternativa para la modelación escolar desde la socioepistemológica, y aquellas preguntas que dejamos abierta en investigaciones previas.

Así, concebimos a la modelación un proceso de construcción y desarrollo de usos de conocimiento matemático. La categoría que formulamos caracterizó a la modelación (Méndez & Cordero, 2011), y evidenció su funcionamiento en diseños de situación, que provocan en estudiantes de enseñanza media superior una matemática funcional. Esto se refleja en los desarrollos y articulación de usos a saber de; gráficas, tablas numéricas y expresiones analíticas al caracterizar tipos de variación ante la experimentación de fenómenos físicos.

Los diseños de investigación que implementamos, fueron los instrumentos para validar nuestra categoría, esta funcionó como eje detonador de usos en tanto argumentos para caracterizar comportamientos lineales, cuadráticos y exponenciales.

Modelación una categoría para la matemática escolar

Nuestra categoría de modelación nace al seno de la teoría Socioepistemológica y tiene sus orígenes en investigaciones previas (Méndez & Arrieta, 2009; Méndez & Arrieta, 2005) que permitieron explicitar esta categoría para la modelación escolar. Es decir, determinar qué elementos se deberían poner en juego para desarrollar una matemática orgánica al estudiante, y cómo pondrían dichos elementos hacerse explícitos en diseños de situación.

La categoría de la que hablamos permite el desarrollo de redes de usos de conocimientos matemáticos (Drucm) (Méndez, 2013), en la caracterización de comportamientos de variación. El núcleo o corazón de la categoría (figura 1) provoca que emerjan los usos de gráficas, tablas y expresiones analíticas como herramientas que permiten estudiar y explicar la variación local o global, a través de conjeturar sobre la tendencia o mediante caracterizar el comportamiento de intervalos de variación.

Figura 1. El núcleo de la categoría de modelación

Es decir, la modelación de la que hablamos no es la predominante en el discurso matemático escolar (OCDE, 2004) o en la disciplina en general, pues no queremos llevar la modelación matemática tal cual a una comunidad educativa (Meyer, Caldeira & Malheiro, 2011). Sino más bien generar un marco *ad hoc* a la matemática escolar, basado en la esencia de la modelación como construcción continua de conocimiento.

Así nuestro marco de referencia se expresa en diseños de situaciones, que podemos llamar diseños de modelación escolar, que toman por eje los elementos de la categoría develando usos de conocimiento matemático que son argumentos funcionales para dar cuenta de la variación, la transformación y la predicción de comportamientos según el tipo de experimentos tratados.

En los diseños los usos emergen como argumentos que los actores emplean para organizar los comportamientos de fenómenos, mediante la comparación de dos estados de tiempo y su relación de variación, transformación o tendencia en dicho tiempo. Esto se relaciona con los cambios de condiciones en un experimento y sus implicaciones en las variaciones de su gráfica o datos numéricos hasta llegar al estudio de operaciones de corte lógico-formal en expresiones analíticas. Además, dichas construcciones son enlazadas y desarrolladas por prácticas como interpretar, analizar, especular, calcular, organizar, postular, adaptar y consensuar, entre otras.

La forma en como se ponen en juego todos los elementos se sintetiza en los momentos que se viven en los diseños de situación, los cuales pueden suceden de forma transversal, pero se pueden distinguir por medio de usos que se develan, la tabla 1 que a continuación se presenta, explica el tipo de usos que se pueden develar, al considerar tres tipos de comportamientos; lo lineal, lo cuadrático y lo exponencial.

DS *Drucm*	Elasticidad de los Resortes	Plano inclinado	Enfriamiento del silicón
Momento I Transformaciòn	Elementos que describen el experimento y su implicación en las transformaciones gráficas y los valores numéricos. El espacio gráfico.	Elementos que influyen en el experimento. Relación entre las condiciones físicas y los cambios en las gráficas y valores numéricos.	Las condiciones que afectan al experimento. Argumentos sobre la rapidez del enfriamiento si el ambiente es más frio o calido.
Momento II Variaciòn	Caracterizar los incrementos por intervalos en forma numérica o gráfica.	Identificar en los intervalos gráficos y numéricos, los momentos del experimentos. Determinar variaciones locales.	Reconocer el valor de la temperatura ambiente como el límite de descenso. Argumentar sobre los intervalos de enfriamiento.
Momento III Aproximaciòn	En la extrapolación en los puntos de las gráficas. La identificación de una constante de variación y formulación de una regla de variación.	En la extrapolación en los puntos de las gráficas. La identificación de valores que relacionan una expresión cuadrática con sus condiciones experimentales.	Describir que el enfriamiento está relacionado con la temperatura ambiente.
M o d e l a c i ó n			

Tabla 1. Momentos de Drucm en los diseños de situación

Los diseños parten de la experimentación de fenómenos físicos y la implementación de instrumentos tecnológicos como calculadoras graficadoras y sensores de movimiento y temperatura. O bien del empleo de programas que substituyan a las calculadoras, por ejemplo, un software que simula los experimentos, tal es el caso para el estiramiento de los resortes (figura 2).

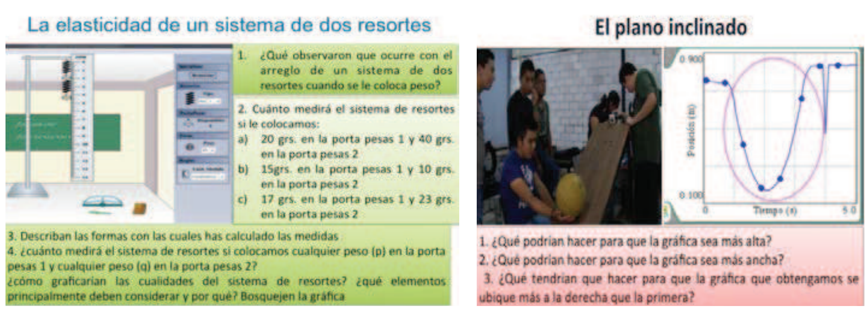


Figura 2. Ejemplos de los diseños de situación

Ejemplo de Drucm

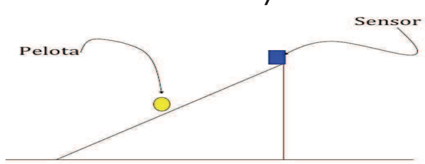
Entre los diseños que elaboramos esta el plano inclinado, el cual alude a un Drucm que caracteriza lo cuadrático (Tabla 2), tomaremos este para mostrar un ejemplo de cómo se explicitan los momentos en los diseños, así como el tipo de resultados que se obtuvieron con estudiantes de bachillerato.

Los estudiantes develan un Drucm similar al que se muestra en la figura 3, donde se puede observar la transversalidad de los momentos de transformación y variación, mediante las relaciones que emergen para justificar los cambios en las tablas y gráficas según las condiciones del experimento.

DS — **El plano inclinado**

Momento I

Formen un arreglo experimental similar al que muestra la figura, haciendo uso del sensor de movimiento y la calculadora.



En la calculadora se muestra una gráfica, describan las características de la gráfica y su relación con el experimento.

¿Qué podrían hacer para que la gráfica sea más alta?

¿Qué podrían hacer para que la gráfica sea más ancha?

¿Qué tendrían que hacer para que la gráfica que obtenida se ubique más a la derecha que la primera?

Momento II

La siguiente tabla de datos deviene de un experimento como los que han realizado.
Dados los datos podrían determinar:

Tiempo (s)	Posición (m)
0	6.625
0.5	5.5
1	4.625
1.5	4
2	3.625
2.5	3.5
3	3.625
3.5	4
4	4.625
4.5	5.5

a) ¿Cuál fue la posición inicial de la pelota?

b) ¿En qué tiempo estuvo más cerca del sensor?

c) ¿Cuál fue la posición de la pelota en el tiempo 0. 3 segundos?

d) ¿Cuál fue la posición de la pelota en el tiempo 2.3 segundos?

Momento III	Describan qué métodos usaron para responder a las preguntas del inciso c) y d) Cómo sería el método que les permita predecir la posición de la pelota en cualquier segundo. ¿Qué elementos serían determinantes?

Tabla 2. La situación del plano inclinado

Las fechas rojas en la figura 3, indican los elementos que los jóvenes relacionaron con el vértice de la parábola según el experimento, es decir, el punto más cercano de la pelota al sensor al subir por el plano. Mientras que las fechas verdes indican que ellos relacionaron las amplitud de la parábola con la altura del plano. Estos elementos están implícitos en los momento I y II del diseño.

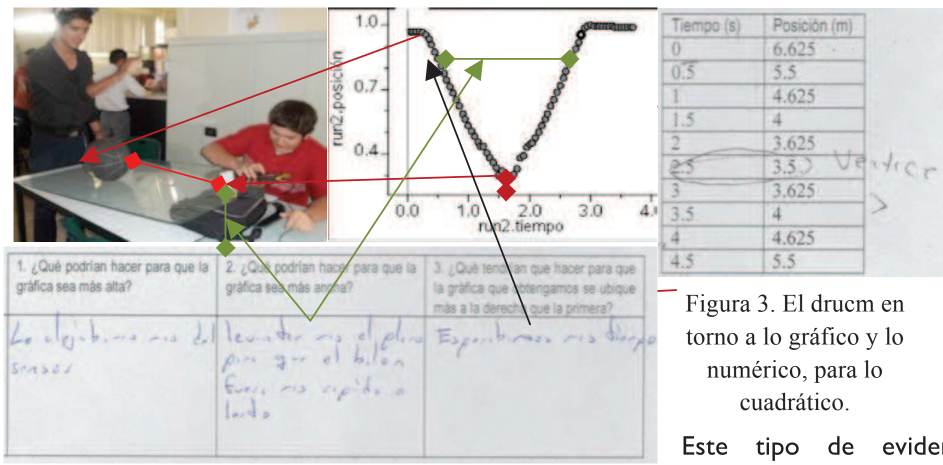


Figura 3. El drucm en torno a lo gráfico y lo numérico, para lo cuadrático.

Este tipo de evidencias se obtuvieron en la investigación, con ello se muestra como nuestra categoría para la modelación escolar pude provocar el usos y desarrollo articulado de conocimientos matemáticos por los estudiantes de una manera amena y desde ahí promover significados para los contenidos que la matemática escolar privilegia.

Conclusiones y prospectivas

Con la categoría de modelación escolar que proponemos podremos formular diseños que se adapten a la matemática escolar, provocando en ella una matemática funcional para los estudiantes que permitan el desarrollo continuo de conocimiento.

Además dicha categoría trastoca la matemática escolar y la forma de abordar las otras ciencias, mostramos aquí una transversalidad entre la física y la matemática por medio del escenario de experimentación que se considera.

Una de las prospectivas de esta investigación es lograr generar redes entre profesores e investigadores que promuevan la inclusión de los diseños de situación que se formulan en el ambiente de investigación, pues reconocemos que para lograr implementar y hacer permanente nuestra categoría en el sistema escolar debemos involucrar a los actores principales del mismo, los docentes.

Agradecimientos Esta investigación está financiada por CONACYT con el Proyecto Las Resignificaciones del Uso del Conocimiento Matemático: la Escuela, el Trabajo y la Ciudad. Clave 0177368

Referencias bibliográficas

Blum, W. & Borromeo, R. (2009). Mathematical Modeling: Can it be taught and learnt?. *Journal of mathematical modeling and application, 1*(1), 45-58. Disponible en: http://proxy.furb.br/ojs/index.pho/modelling

Bosch, M., García, F., Gascón, J. & Ruíz, L. (2006). La modelización matemática y el problema de la articulación de la matemática escolar. Una propuesta desde la teoría antropologíca de lo didáctico. *Educación Matemática, 8*(2), 37-74

Cordero, F., Cen, C. & Suárez, L. (2010). Los funcionamientos y formas de las gráficas en los libros de texto: una práctica institucional en el bachillerato. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 13*(2)187-214

Chevallard, Y., Bosch, M. & Gascón, J. (1998). *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje*. México: SEP.

D´Ambrosio. (2009). Mathematical Modeling: Cognitive, Pedagogical, historical and political dimensions. *Journal of mathematical modeling and application, 1*(1), 89-98. Disponible en: http://proxy.furb.br/ojs/index.pho/modelling

Farfán, R. & Ferrari, M. (2009). Un estudio Socioepistemológico de lo logarítmico: La construcción de una red de modelos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa 11*(3), 309–354.

Gómez-Chacón, I. & Maestre, N. (2008). Matemáticas y Modelización. Ejemplificación para la enseñanza obligatoria. *Enseñanza de la Matemática, 17*(1), 107–121.

Hidalgo, S, Maroto, A. & Palacios, A. (2004). ¿Por qué se rechazan las matemáticas? análisis evolutivo y multivariante de actitudes relevantes hacia las matemáticas. *Revista de Educación*, (334), pp. 75-95.

Méndez, M. y Arrieta, J. (2005). Las prácticas sociales de modelación multilineal de fenómenos en el aula. En J. Lezama, M. Sánchez y J. Molina (Eds.), *Acta latinoamericana de Matemática Educativa*

18 (pp. 575-582). México: Colegio Mexicano de Matemática Educativa A. C. y Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C.

Méndez, M. & Arrieta, J. (2009). La experiencia como la evolución de las prácticas sociales. En P. Lestón (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 22* (pp. 1353- 1360). México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Méndez, M & Cordero, F. (2012). La función de la modelación en la resignificación del conocimiento matemático. En O. Covian, Y. Chávez, J. López, M. Méndez, A. Oktaç. *Memorias del Primero Coloquio de Doctorado*, (pp. 257 – 267). ISBN: 978-607-9023-08-9, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, Cinvestav.

Méndez, M. (2013). *Desarrollo de red de usos del conocimiento matemático: la modelación para la matemática escolar*. (Tesis inédita de doctorado). Departamento de Matemática Educativa del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. México.

Meyer, J., Caldeira, A. & Malheiro, A. (2011). *Modelagem em educação matemática*. Brasil: Autêntica editora LTDA-coleção tendências em educação matemática.

Soto, D. (2010). *El discurso matemático y la exclusión. Una visión socioepistemológica*. (Tesis no publicada de maestría). Departamento de Matemática Educativa del Centro de Investigaciones y de Estudios Avanzados del IPN. México.

OCDE. (2004). Marco teórico de PISA 2003: Conocimientos y destrezas en matemáticas, lectura, ciencias y solución de problemas. *Instituto Nacional de Evaluación y Calidad del sistema educativo*. Paris.