

## O USO DO SOFTWARE MAPLE NO ENSINO DO CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

Carmen Teresa Kaiber, [Sandra Pacheco Renz](#)  
Universidade Luterana do Brasil – Brasil  
[kaiber@ulbra.br](mailto:kaiber@ulbra.br), [sp\\_renz@yahoo.com.br](mailto:sp_renz@yahoo.com.br)  
Campo de Investigación: Visualización

### RESUMO

Este artigo apresenta resultados parciais do projeto de pesquisa “Investigando o potencial de utilização do software Maple no ensino do Cálculo Diferencial e Integral” que objetiva investigar possibilidades de utilização do referido software no desenvolvimento teórico e prático do Cálculo Diferencial e Integral. Metodologicamente, o projeto fundamenta-se nos princípios da Engenharia Didática que, segundo Artigue (1995), se caracteriza por ser um esquema experimental baseado nas realizações didáticas em sala de aula, no que diz respeito à concepção, realização, observação e análise de seqüências de ensino.

Palavras-chave: ensino do Cálculo, software Maple.

### INTRODUÇÃO

Nos dias atuais, a exploração de recursos computacionais em sala de aula faz-se necessária para que a educação cumpra seu papel de preparar o indivíduo para a vida social e para o mundo do trabalho, em um contexto onde a tecnologia se faz cada vez mais presente. Segundo Taneja (1997, p.14), “O computador não deve ser inserido na educação como uma máquina de ensinar, deve ser usado como uma informatização construcionista que permita reflexão e construção de idéias a partir da relação professor, computador e aluno.” Quando o aluno interage com o computador está manipulando conceitos e isso contribui para o seu desenvolvimento mental, pois forma conceitos da mesma maneira que os adquire quando interage com objetos do mundo. As novas tecnologias oferecem recursos em que a representação de processos abstratos passa a ter um caráter dinâmico, com reflexos nos processos cognitivos e nas aprendizagens dos alunos. Nogueira e Andrade (2004, p.25) ponderam que não se trata apenas da inserção da informática nos currículos escolares, e sim da alteração dos pressupostos do processo educativo, de forma a possibilitar a construção e a elaboração de conhecimentos a partir das características específicas das novas tecnologias computacionais. Em relação ao ensino da Matemática, metodologias que incorporam tais recursos ao currículo estão sendo propostas e é com este intuito está sendo desenvolvido o projeto “Investigando o potencial de utilização do software Maple no ensino do Cálculo Diferencial e Integral” que objetiva investigar e analisar a utilização do *software* Maple no contexto da sala de aula, como ferramenta para desenvolver aspectos teóricos e práticos do processo de ensino e aprendizagem do Cálculo, criando e organizando atividades que integrem aspectos teóricos e práticos, permitindo uma análise crítica e qualitativa dos conceitos matemáticos.

Metodologicamente, o projeto fundamenta-se nos princípios da Engenharia Didática que, segundo Artigue (1995), como metodologia de investigação, caracteriza-se por ser um

esquema experimental baseado nas realizações didáticas em sala de aula, ou seja, sobre a concepção, realização, observação e análise de seqüências de ensino. A metodologia da Engenharia Didática abrange uma distinção temporal em seu processo experimental, composta de quatro fases: análise preliminar, concepção e análise a priori das situações didáticas, experimentação e fase de análise a posteriori e avaliação.

#### Análise preliminar

O Cálculo Diferencial e Integral surgiu no final do século XVII, a partir dos trabalhos de Isaac Newton e Gottfried Wilhelm Leibniz. Diversos problemas que ocupavam os matemáticos da época, como o cálculo de longitudes, áreas, volumes e centros de gravidade, determinação de máximos e mínimos e determinação da velocidade instantânea a partir da posição em cada momento e sua recíproca passaram a ter um tratamento unificado dado por Leibniz. As idéias de derivada, diferencial e integral bem como suas interpretações geométricas e físicas foram desenvolvidas rapidamente, muitas vezes associadas ao desenvolvimento da Física. O Cálculo, que no início do seu desenvolvimento tinha um caráter mais geométrico, passou a ter, no século XVIII, um caráter mais algébrico, que passou a ser a base da argumentação e obtenção de resultados (Rivaud, 1996).

Embora o cálculo tenha se desenvolvido para resolver problemas de Física, sua potência e versatilidade levaram aos mais diversos campos de estudo. A utilização dos seus conceitos fundamentais – a derivada e a integral definida – estão presentes na solução de problemas que vão desde a descrição do comportamento de partículas atômicas e a estimativa da evolução de um tumor na terapia radioativa até a determinação do trabalho necessário para mandar uma sonda espacial a outro planeta. Ambos os conceitos, de derivada e integral, são definidos por processos de limites. A noção de limite é a idéia inicial que separa o Cálculo da Matemática elementar.

No que se refere ao seu ensino, o Cálculo Diferencial e Integral, historicamente, caracteriza-se pela prevalência de processos algébricos seguidos de exercícios, via de regra, de caráter repetitivo e com pouca, ou quase nenhuma interdisciplinaridade. Aplicações a ciências como física e engenharia são apresentadas como exercícios ou em capítulos separados, às vezes parecendo algo isolado. Artigue (1995) pondera que, apesar de se poder ensinar aos estudantes a realizar cálculos de derivadas e primitivas e a resolver problemas clássicos, há grandes dificuldades para levá-los a entrar no campo do Cálculo e fazê-los alcançar uma compreensão satisfatória dos conceitos e métodos de pensamento que são o centro desse campo da Matemática. Essas dificuldades, segundo a autora, estão relacionadas à complexidade dos objetos básicos do Cálculo, à conceitualização e formalização da noção de limite e às rupturas necessárias com relação ao modo de pensamento puramente algébrico. Acrescenta-se a essas dificuldades as questões metodológicas envolvidas no processo de ensino e aprendizagem já mencionadas anteriormente.

No que se refere à utilização de recursos computacionais como apoio metodológico para o ensino do Cálculo, um aspecto importante a ser considerado é a disposição de professores e alunos em utilizá-los. Nesse sentido, investigou-se essa postura junto a alunos e professores. Foram entrevistados vinte e três (23) alunos da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral III e ficou constatado que, dos alunos entrevistados, onze consideram seu conhecimento de informática regular, doze nunca utilizaram software matemático em

sala de aula, dez consideram importante utilizar um recurso computacional na disciplina, e nove não conhecem o Maple.

Quando questionados sobre como deveriam ser as aulas de Cálculo utilizando recursos computacionais, oito indicaram que deve ser na exploração dos conteúdos, quatro na apresentação de exemplos e seis na resolução de exercícios. Com relação aos professores, foram investigados quatorze docentes do Departamento de Matemática da Universidade onde o projeto se desenvolveu. Dos professores entrevistados, sete conhecem o Maple e consideram importante utilizá-lo para o desenvolvimento do conteúdo. Acreditam que o interesse dos alunos pelas aulas seria superior se fosse utilizado um software. Quanto à questão aprovação e reprovação, seis dos professores entrevistados acreditam que a aprovação dos alunos seria superior, caso fosse utilizado um software em aula enquanto que quatro indicam que a aprovação seria igual e quatro não opinaram a respeito. A opinião dos professores se dividiu com relação à forma como a aula deveria ser organizada, entre uma aula expositiva e prática, utilizando o software para desenvolver o conteúdo com a participação do aluno que refaz no software os exemplos citados pelo professor e uma aula igualmente expositiva e prática, porém, utilizando o software para desenvolver o conteúdo com a participação do aluno que constrói seus próprios exemplos.

#### Concepção e análise a priori das situações didáticas

As aulas de caráter teórico-prático foram desenvolvidas no laboratório de informática, alternando discussões teóricas, pesquisa bibliográfica e o trabalho com o software. Foram propostas atividades nas quais era solicitado que o aluno, primeiramente, apresentasse uma proposta de solução, ou seja, quais as estratégias que seriam utilizadas, em que momento e de que forma seria utilizado o software e como seria possível validar o resultado obtido, passando, a seguir, a resolver o problema. Foram realizados 17 encontros de quatro horas-aula sendo que 10 deles ocorreram no laboratório de informática. Os encontros, a produção e o desempenho dos alunos foram avaliados continuamente através da observação do professor e registrados em um diário de campo. O instrumento utilizado para avaliar a proposta de trabalho junto aos alunos foi um questionário aplicado no término do projeto. As situações didáticas, sob a forma de atividades, são apresentadas a seguir.

#### Aplicação da Seqüência Didática

A fase da experimentação ou aplicação da seqüência didática é uma etapa importante do processo porque, nessa fase, são acompanhadas, observadas e registradas a postura, atitude e tomada de decisão dos alunos em relação à realização das tarefas propostas. O professor acompanha o trabalho do aluno, faz indagações, refuta, argumenta e registra os fatos relevantes em um diário de campo que é retomado para complementação logo após o desenvolvimento da sessão. As tarefas desenvolvidas pelos alunos, as soluções apresentadas, as estratégias desenvolvidas também são acompanhadas através da análise das escritas dos alunos. Esses registros são de fundamental importância para garantir a proximidade dos resultados com a análise teórica e permitir uma análise posterior de qualidade. A seguir, são apresentados exemplos de problemas propostos com os comentários pertinentes.

Problema : Se  $f(x)=\frac{1}{x^2}$ , encontre  $\int_1^t f(x) dx$  quando  $t=1000, 2000, 3000, 4000$  e 5000. O que está acontecendo? Calcule a integral analiticamente quando  $t$  tende a mais infinito e compare os resultados.

Objetivo: Investigar o comportamento da integral de uma função a partir de um conjunto de valores. Analisar a convergência ou divergência de uma integral imprópria.

Solução apresentada pelos alunos (evolução da atividade):

A primeira idéia apresentada pelos alunos foi a construção do gráfico da função  $f(x)=\frac{1}{x^2}$  em um intervalo qualquer. Na primeira tentativa de construção surgiu na tela um gráfico com linhas sobre o eixo das abscissas e das ordenadas, conforme figura 1-a. As manifestações foram imediatas: “Por que está acontecendo isso? Está errado?”, “O meu não deu certo!...” Após uma breve discussão foi conjecturado que, certamente, devia-se ao fato da falta de limitação no eixo das ordenadas.

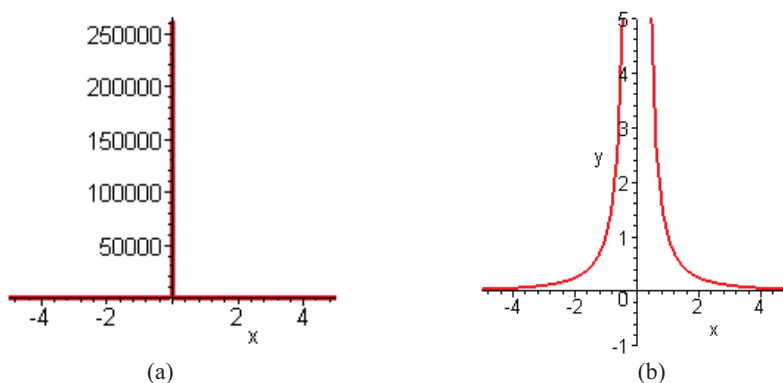


Figura 1 – Construção das soluções apresentadas pelos alunos

Ajustado o gráfico conforme a figura 1-b, partiu-se para a resolução do problema da integral para diferentes valores de  $t$ , conforme figura 2.

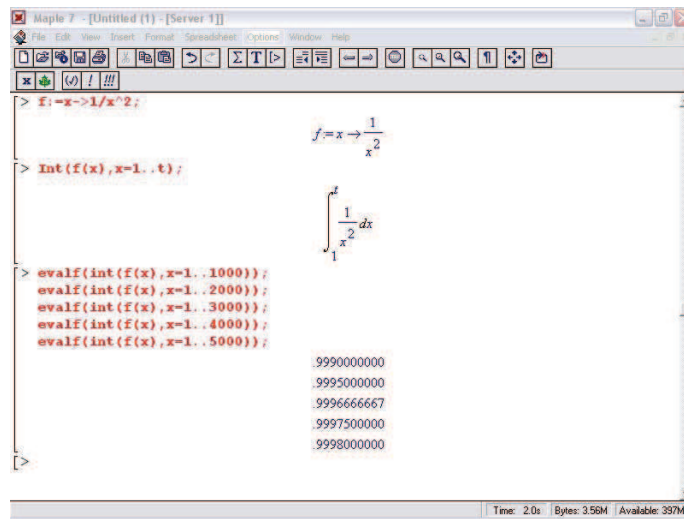


Figura 2 – Construção da solução apresentada pelos alunos

Examinando os resultados surgiram os seguintes comentários “O limite da integral dessa função, de 1 a t, com t tendendo a infinito é 1”. “O resultado está tendendo a 1, portanto, a integral converge”. “A integral está se estabilizando, tendendo a 0,9998000. A integral converge para 1”. Quando solicitados a encontrar a solução analítica, alguns solucionaram utilizando o software, outros lápis e papel, confrontando os resultados e concluindo que a integral convergia.

Retornou-se ao gráfico discutindo qual o significado do valor encontrado em termos de representação geométrica. Na seqüência trabalhou-se a função  $f(x) = \frac{1}{x}$  comparando-se e discutindo os resultados.

A partir da construção gráfica, da análise dos resultados e da verificação analítica, o conceito de integral imprópria foi sendo construído. Ao longo do processo de aprendizagem, surgiram fatos novos que envolveram outros aspectos, que não o solicitado pelo professor, o que propiciou a reflexão e a discussão entre os alunos.

#### Análise a posteriori e validação

Com a utilização do Maple como recurso na disciplina de Cálculo, constatou-se grande interesse e uma significativa participação dos alunos. Os trabalhos foram realizados em pequenos grupos, o que propiciou a investigação das atividades, a análise do software e o questionamento entre os envolvidos. Foi possível observar que, no primeiro contato com o software, houve a idéia de que todos os problemas matemáticos estariam resolvidos, pois o software resolvia limite, derivada e integral. Quando solicitados a apresentarem uma proposta de solução para as atividades, houve uma resistência inicial. Foram comuns perguntas como “O que eu tenho que fazer?”, “Que comandos preciso usar?”. Aos poucos, foi se atingindo o amadurecimento dos alunos em relação à proposta de trabalho.

O estudo das integrais impróprias permitiu que a potencialidade do software fosse descoberta. Ao fazer uma análise gráfica e perceber que o software apresentava um

resultado diferente do que era conhecido, a aprendizagem passou a ocorrer no domínio do processo matemático e não na mecanização do processo ou exclusivamente na solução algébrica. Surgiu a preocupação com a definição dos conceitos e com a maneira de expressar oralmente esses conceitos.

Cabe ressaltar que essas experiências foram possíveis devido à flexibilidade do Maple e através do enfoque não analítico adotado. Percebeu-se que o conhecimento foi construído a partir do envolvimento na solução dos problemas propostos, nas discussões realizadas nos pequenos e no grande grupo e através das ações e intervenções do professor. O ambiente informatizado foi o diferencial, pois possibilitou um substrato de ação que a aula convencional não propicia.

### CONCLUSÃO

O desenvolvimento do projeto mostrou que explorar softwares matemáticos, identificando o potencial de utilização dos mesmos no ensino da Matemática, é um trabalho fascinante e promissor. Levar esse trabalho para a sala de aula motiva os alunos, possibilita um trabalho autônomo, aumentando o interesse e a participação, o que leva a uma melhor compreensão dos conteúdos.

Contudo, incorporar tecnologia às aulas de Matemática vai muito além de proporcionar os instrumentos tecnológicos aos estudantes. A aprendizagem deve desenvolver-se em um ambiente apropriado e em situações que favoreçam a construção sólida dos conhecimentos, transformando a maneira como se resolvem problemas teóricos e práticos, como se faz e como se percebe a Matemática (Silva, 2003). Cabe ressaltar que a continuidade das pesquisas envolvendo ferramentas computacionais é de grande importância, pois se constitui em estudo atual e necessário não só em termos de aplicações específicas, mas como base para a discussão dos efeitos da sua utilização no ensino.

### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Artigue, M. (1995) *Ingeniería didáctica en educación matemática*. Bogotá: Grupo Editorial Iberoamérica.

Nogueira, C. y Andrade, D.(2004). *Você quer discutir com o computador*. Educação Matemática em Revista, São Paulo, n. 16, maio.

Rivaud, J. (1996) *Cálculo al Análisis: Desarrollo del concepto de función*. In: Trigo, L. M. e Sánchez, E. *Perspectivas en Educación Matemática*. México: Grupo Editorial Iberoamérica S.A., p.117-133.

Silva, C. (2003). *Informática e Educação Matemática*. In: V Simposio de Educación Matemática, Chivilcoy. Memorias. Buenos Aires: Edumat.

Taneja, I. (1997) *MAPLE V – Uma Abordagem Computacional no Ensino de Cálculo*. Florianópolis: Editora da UFSC.