

LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS A TRAVÉS DE LA INVESTIGACIÓN: LA RED DE ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

Claudia Flores Estrada, José Luis Torres Guerrero y Liliana Suárez Téllez

CECyT 5.

México

CECyT 7.

CGFIE – IPN.

claudia.mo@gmail.com, jeluistg@yahoo.com.mx, lsuarez@ipn.mx

Resumen. Con el propósito de fortalecer la enseñanza de las matemáticas haciendo uso de los resultados de investigación en matemática educativa este proyecto estudia los aspectos relevantes del diseño de actividades didácticas en el aprendizaje de estudiantes de bachillerato. Nuestro marco de referencia, el currículo potencialmente aplicado, concibe el potencial del uso en la diversidad de dispositivos que no incluyen sólo los materiales didácticos sino redes de actividades, talleres de manejo, planes de seguimiento y dispositivos organizacionales como redes y comunidades. En este reporte presentamos las consideraciones del diseño de redes de actividades para Cálculo y Probabilidad y Estadística a partir de las investigaciones trabajadas en el Seminario Repensar las Matemáticas y los aspectos metodológicos para el estudio de su aplicación por parte de docentes.

Palabras clave: resultados de investigación, red de actividades

Abstract. In order to strengthen teaching of mathematics using the results of research in mathematics education this project studies the significant aspects of design of didactic activities on the learning of high school students. Our framework, the potentially applied curriculum conceived the potential of use in the device diversity that includes not only educational materials but rather networking activities, workshops on use of materials, plans for follow and organizational devices such as networks and communities. In this report we present the design considerations for network activities Calculus and Probability and Statistics starting from research worked Rethinking Seminar the Mathematics and the methodological issues for the study of their application by teachers

Key words: research results, networks of activities

Introducción

El currículo concebido como un plan operativo detalla lo que los alumnos deben saber y qué deben hacer los profesores para conseguir que sus alumnos desarrollen sus competencias, el contexto en el que tenga lugar el proceso de enseñanza-aprendizaje y los criterios que se aplicarán para evaluar lo aprendido por el alumno (Suárez, 2013).

El Seminario Repensar las Matemáticas es un proyecto de innovación educativa que tiene como propósito la vinculación de la investigación educativa con la docencia en el área de matemáticas, a partir del diálogo entre docentes e investigadores, sobre resultados de investigación y su aprovechamiento en el salón de clases. En este proyecto tomamos como punto de partida la base de datos de investigaciones de los ciclos quinto, sexto, séptimo y octavo del Seminario Repensar las Matemáticas que son analizadas a través del diálogo entre los autores y docentes participantes del seminario. Cada sesión tiene como producto un módulo (Torres, Suárez y Ramírez, 2012) compuesto por el video de un diálogo entre un especialista y uno o dos docentes sobre los resultados de investigación obtenidos por el especialista, uno o dos documentos publicado con las

investigaciones que sirven de referencia al diálogo y las interacciones en foros de discusión de los participantes.

El currículo potencialmente aplicado que ofrecemos para el área de matemáticas se organiza a través de redes de actividades. Este concepto, reportado por Ruiz y otros (2007) proponen la organización con diferentes vínculos con el propósito de construir ideas en el conocimiento matemático. El buen funcionamiento de un currículo se explica, en términos del marco de los currículos (Suárez, Torres y Ortega, 2012), en la medida en que se acorten las distancias entre los diferentes currículos planeado y aplicado, es decir entre las metas educativas que persigue una institución (currículo planeado) y la forma en que los docentes interpretan e instrumentan ese currículo en sus clases (currículo aplicado).

Planteamiento del problema

Una estrategia y herramienta que permite crear nuevas perspectivas en la enseñanza del cálculo es la implementación de la red de actividades, la cual está constituida por actividades de aprendizaje y lecturas que permiten un mejor entendimiento en el estudiante. Esta red de actividades busca la vinculación desde perspectivas diferentes y se articulan de varias maneras para cumplir diversos objetivos didácticos (Flores, 2007).

En el diseño de la actividad de aprendizaje se busca que se observen los conocimientos previos que el estudiante pone en juego y cómo estos se constituyen en los antecedentes del concepto matemático. Los resultados de investigación del seminario repensar las matemáticas se conciben en este proyecto como una fuente de ideas en el diseño de las actividades de aprendizaje para conformar la red de actividades.

Las actividades de aprendizaje en las cuestiones educativas están en función de los objetivos y competencias de los programas académicos, por lo tanto para el diseño e implementación de actividades es importante tomar en cuenta el contexto de aplicación de cada actividad.

Todos los puntos relacionados con esta red de actividades de aprendizaje se deben considerar desde la planeación de la misma. Entre otros se encuentran, la forma en que se relacionan y van retomando los aprendizajes, el uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación y de los resultados de la investigación; una evaluación que considere todo y que cumpla la función de mejorar el proceso conforma una red exitosa. En las actividades, la caracterización de las actividades está dada en términos de los siguientes elementos:

- ❖ Actividad de aprendizaje (ejercicio, problema y problema con guía)
- ❖ Modalidad de trabajo (individual y equipo)

- ❖ Lugar de realización (salón de clases)
- ❖ Herramientas tecnológicas (software, calculadoras)
- ❖ Tiempo (1 hora)
- ❖ Producto (reporte por escrito de la actividad, exposición, participación en un foro)
- ❖ Referencias curriculares
- ❖ Representaciones (Algebraica, gráfica)
- ❖ Estrategias
- ❖ Evaluación

Para acotar el universo de resultados de investigación potenciales de incorporarse en el diseño de redes de aprendizaje nos concentramos en aquellos relacionados con Cálculo y Probabilidad y Estadística. El proyecto de investigación consta de tres etapas, la primera etapa es la elaboración de las redes de actividades, la segunda etapa es la aplicación de las redes a los profesores y la tercera etapa es la aplicación a los estudiantes.

En este escrito se reporta la primera etapa, que incluye redes de actividades de Cálculo y de Probabilidad y Estadística. Para dar respuesta a la pregunta de investigación: ¿Qué aspectos metodológicos son relevantes para el diseño de actividades de aprendizaje?

Pulido (2008) señala que un acercamiento al estudio del cálculo representa un carácter instrumental del sector curricular pues su función es brindar las herramientas matemáticas que serán requeridas en el análisis de situaciones enmarcadas en diversos contextos entre los cuales se desarrollan las especialidades de los alumnos del nivel superior. El desarrollo de habilidades, actitudes, aptitudes, conocimiento y valores permitirá al estudiante un mejor razonamiento de las ideas fundamentales del cálculo tales como: una aplicación práctica del entendimiento teórico; la capacidad para resolver problemas considerando la interacción entre el cálculo y las diferentes áreas de estudio y la construcción de estrategias propias del cálculo para enfrentar retos de su entorno.

En probabilidad y estadística se consideran la variable aleatoria como una de las ideas base para el desarrollo y entendimiento de la distribución de probabilidad y la distribución binomial, las cuales forman parte del contenido de los temas del currículo de matemáticas del bachillerato.

Marco teórico

Nuestro marco de referencia lo ubicamos en la literatura sobre la importancia del estudio del currículo para la mejora del sistema educativo. Desde el marco de los currículos, el currículo formal es la planeación del proceso de enseñanza-aprendizaje basado en el programa académico; los programas de un plan de estudio consideran los objetivos generales y particulares de aprendizaje; competencia general y competencias particulares; organización y secuencias de contenidos, estrategias de enseñanza y modalidades de evaluación.

Una estrategia para disminuir las distancias que existen entre los currículos: planeado y aplicado es visualizando un nuevo currículo: el currículo potencialmente aplicado (CPA). Schmidt, McKnight, Valverde, Houang y Wiley, (1997), proponen el currículo potencialmente aplicado que ofrece al docente una manera operativa para lograr las metas educativas institucionales. Suárez y otros (2012) mencionan que este CPA puede comprender materiales (paquetes didácticos), planes (de seguimiento, capacitación y evaluación) y dispositivos organizacionales (redes y comunidades, con un marco de operación explícito) que concretan el currículo planeado desde una perspectiva de sistema y profesional.

Este CPA destaca la importancia de que el docente cuente con materiales acordes al currículo planeado así como la necesidad de organizar talleres de familiarización con los materiales y las estrategias, y comunidades de seguimiento y evaluación para los profesores. La mejora en la calidad educativa requiere de la innovación educativa en la que se implique que el profesor realice cambios en su currícula. Los académicos que llevan a la práctica la Innovación Educativa identifican a los resultados de la investigación como una fuente sólida de ideas y mecanismos para concretar las transformaciones que se desean. En particular en el estudio de las matemáticas es importante conocer cómo es posible aprender los conceptos matemáticos y hasta donde utilizar la información para diseñar estrategias didácticas y lograr un aprendizaje significativo por parte de los alumnos (Trigueros, 2009).

Método

La Ingeniería Didáctica ha representado, para el área de la didáctica de la matemática una doble función: como metodología de investigación y como producciones de situaciones de enseñanza y aprendizaje, conforme mencionó Artigue (1995). Es una metodología que permite la intervención en el sistema completo del salón de clases pero establece lineamientos para tomar en cuenta los resultados de la investigación en las dimensiones que corresponden a la cognición, la epistemología y la didáctica.

A partir de un análisis a “priori” y diseño de actividades didácticas, se determinan que variables didácticas son pertinentes y sobre cuáles se actuará, se establece la hipótesis de trabajo, y una vez que se establecen se diseña la situación didáctica, donde es un “ proceso” en el cual el profesor implementa el producto y realiza los ajustes y adaptaciones necesarias según la dinámica de la clase lo exija y finalmente el análisis a posteriori y validación que consiste en la revisión de resultados, en las observaciones que se tuvo en la resolución de los profesores. Estas se confrontan en el análisis a priori.

De acuerdo a lo anterior, se revisará las investigaciones de cada ciclo, posteriormente se realizará de acuerdo a su contexto el diseño de estrategias, materiales o secuencias didácticas que integren redes que se involucren en diferentes áreas o ciencias afines. Posteriormente este material se implementará a profesores de nivel medio superior, para que posteriormente sean aplicados a los estudiantes.

El uso de la tecnología dentro de las actividades de aprendizaje

La incorporación de recursos tecnológicos tales como un software dinámico, calculadoras graficadoras o sensores de movimiento pueden favorecer la resolución de las redes de actividades, así como verificar, comparar y analizar lo realizado con lápiz y papel.

El uso de los objetos para el aprendizaje en la representación gráfica es la posibilidad de querer tanto estudiantes como profesores, adaptar los recursos didácticos de acuerdo a sus propias necesidades, inquietudes, estilos de aprendizaje y enseñanza variada, que va desde problemas, problemas guiados, ejercicios, lecturas, proyectos o autoevaluaciones. Los vínculos que se establecen entre las actividades, están en función de sus caracterizaciones según las ideas, nociones, procedimientos y heurísticas que se ponen en juego durante la realización de las actividades (Suárez, Ortega, Servín, Téllez y Torres, 2005).

Estándares para el área de matemáticas

En el diseño de las actividades de aprendizaje también se caracterizan a partir de las competencias genéricas, los estándares nacionales e internacionales para conformar la red de actividad de aprendizaje.

El Modelo Educativo del IPN propone una formación que garantice un proceso formativo centrado en el aprendizaje entre ellos que el estudiante combine equilibradamente el desarrollo de conocimientos, actitudes, habilidades y valores. La Reforma Integral de la Educación Media Superior (RIEMS) considera las competencias disciplinares del área de matemáticas. Las competencias disciplinares básicas de matemáticas buscan propiciar el desarrollo de la creatividad

y el pensamiento lógico y crítico entre los estudiantes. Un estudiante que cuente con las competencias disciplinares de matemáticas puede argumentar y estructurar mejor sus ideas y razonamientos (RIEMS).

El currículo, según los Estándares del Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas (NCTM, por sus siglas en inglés) de Estados Unidos, es un plan operativo el cual detalla la necesidad que deben conocer tanto profesores como alumnos para desarrollar los conocimientos matemáticos en la solución de problemas matemáticos, estas competencias desarrolladas involucran el uso de un razonamiento analítico y acorde a lo que los problemas plantean, esto se observa en como recopilan los datos para resolver el problema utilizando las herramientas necesarias.

Entre las evaluaciones internacionales que se aplican en México se encuentra el proyecto PISA (Programme for International Student Achievement) organizada por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE, por sus siglas en inglés) en el que evalúa el grado de conocimiento que tienen los estudiantes de un país en determinadas áreas de conocimiento, entre ellas matemáticas. Busca que los alumnos tengan la capacidad para analizar, razonar y comunicar de forma eficaz; a la vez de plantear, resolver, e interpretar problemas matemáticos en una variedad de situaciones que incluyen conceptos matemáticos cuantitativos, espaciales, de probabilidad o de otro tipo.

Resultados

Las sesiones trabajadas en los ciclos quinto, sexto y séptimo para el diseño de las redes de aprendizaje se toman en cuenta las relacionadas con Cálculo, por un lado, y probabilidad y estadística, por otro lado como podemos ver en la tabla siguiente.

Cálculo	S33 Desarrollo de competencias genéricas en matemáticas	S35 "Matemáticas y Biología: La dinámica de la sorpresa"	S36 Hacia un nuevo paradigma en la enseñanza del Cálculo en una institución educativa	S40 Reaprendiendo el Cálculo (lo que no nos enseñaron en la escuela)	
Probabilidad y Estadística	S38 Una compleja simplicidad: la variable aleatoria en los cursos de probabilidad y estadística	S39 Razonamiento con la Distribución Binomial	S47 Dificultades de comprensión de los intervalos de confianza y la validez de su instrumento de medición	S51 La simulación como herramienta pedagógica en probabilidad.	S62 Alfabetización estadística en profesores de matemáticas

Tabla I. Sesiones del SRM que consideran al cálculo y la probabilidad y estadística.

En la revisión de las sesiones se retoman las actividades planteadas por los investigadores para el diseño de las actividades de aprendizaje y poder conformar la red de actividades para cada área. La red de actividades de aprendizaje la conforman ejercicios, problemas, problemas con guía y lecturas.

Cada Actividad de Aprendizaje se considera la Caracterización de la actividad como se puede ver en la tabla 2.

Título	El razonamiento de la variable
1. Experiencia de aprendizaje	1.1 Resolución de problemas
2. Modalidad de trabajo	2.1 Individual; 2.2 Equipo
3. Lugar de realización	3.1 Salón de clases
4. Herramientas tecnológicas	4.3 Calculadora científica 4.4 Calculadora con poder de graficación
5. Tiempo	60 minutos (Este tiempo puede modificarse de acuerdo a las necesidades del docente)
6. Producto	6.1 Producto RP
7. Referencias curriculares	1.1 Contenidos 1.1.1 Conceptuales 1.1.2 Procedimentales 1.1.3 Actitudinales 1.2 Competencias del Sistema Nacional de Bachillerato de la RIEMS 1.2.1 Competencias genéricas de Matemáticas 1.3 Estándares (e1.2, e1.3, e2.1, e2.1.2, e2.1.3, e2.1.6, e2.2.3, e6, e8, e9, e10.1)
8. Representación	8.1 Textual; 8.2 Tabular; 8.3 Algebraica; 8.4 Grafica
9. Estrategias	<ul style="list-style-type: none"> • Identifica los intervalos • Identifica las variables • Realiza una tabla
10. Evaluación	<ul style="list-style-type: none"> > Evaluación del reporte > Evaluación de la representación
Observaciones	Se recomienda trabajar en dos fases: <ol style="list-style-type: none"> 1. Trabajo lápiz y papel, esto con el método tradicional sin involucrar las TIC, acompañar con una sesión de exposiciones donde se logre un debate entre los alumnos. 2. Trabajo con el uso de TIC, en este se utiliza la calculadora con poder de graficación (no limitado a algún otro instrumento), igualmente acompañar con una sesión de exposiciones donde se haga un debate entre los alumnos y sus diferentes puntos de vista.

Tabla 2. Caracterización de una actividad de aprendizaje.

En la tabla 3 muestra un ejemplo en la que la actividad de aprendizaje se vincula con la lectura correspondiente a la sesión 40 del Seminario Repensar las Matemáticas.

Horas	Problemas	Problemas con guía	Actividades en Internet	Ejercicios	Lecturas	Proyecto
0-1	El ritmo de tu corazón		Derivadas sucesivas	Resolver ejercicios con el uso de las TIC	Ficha COMIE Cálculo de una variable. Reconstrucción para el aprendizaje y la enseñanza. Sesión 40 del Seminario Repensar las Matemáticas	

Tabla 3. Ejemplo de una red de Actividades de Aprendizaje.

Conclusiones

El uso de los resultados de investigación en matemática educativa por parte de docentes interesados en innovar en su quehacer docente no es una tarea fácil. El desarrollo de la investigación a lo largo de cuarenta años ha pasado de ofrecer conceptos teóricos y estrategias a

construcciones más complejas en diversos marcos y perspectivas. De tal manera, como los resultados de investigaciones están íntimamente relacionados en el contexto en el que se producen, su uso en los salones de clase requiere de construir nuevos marcos que sean de significación para los docentes. Es por eso que los marcos curriculares: contenidos, competencias, modalidades, tipos de evaluación, parecen ser los adecuados para esta significación. El diseño de las redes de aprendizaje, producto de la primera etapa de este proyecto, será la base para trabajar en forma piloto con estudiantes y profesores para reportar los aprendizajes logrados a partir de estos materiales.

Agradecimientos El desarrollo es posible gracias al apoyo recibido por la Secretaría de Investigación y Posgrado del Instituto Politécnico Nacional asignado al proyecto 20140485 El currículo potencialmente aplicado en el área de matemáticas.

Referencias bibliográficas

- Artigue, M., Douady, R., Moreno, L., Gómez, P. (1995). *Ingeniería didáctica en educación matemática*. Bogotá: Grupo Editorial Iberoamericana.
- Flores, C (2007). *Variaciones simultáneas de primer y segundo ordenes en una situación de graficación y modelación de movimiento*. Tesis de maestría no publicada. CICATA-IPN, México.
- Schmidt, W., McKnight, C., Valverde, G., Houang, R., & Wiley, D. (1997). *Many Visions, Many Aims, Volume I: A Cross-National Investigation of Curricular Intentions in School Mathematics*. Dordrecht: The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Pulido, R., (2008). De la regla de 3 a la ecuación de continuidad (o la innovación en la enseñanza del cálculo). *Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: Un reporte iberoamericano*. (pp. 121 - 142). México: CLAME, Ediciones Díaz de Santos S.A.
- Suárez, L. (2013). Protocolo del Proyecto Multidisciplinario. La innovación didáctica en el currículo potencialmente, centrada en la interdisciplinariedad, aplicado para las áreas de matemáticas, física, bioquímica, cultura financiera y comunicación. Registro Secretaria de Investigación y Posgrado No. 1571. Documento de trabajo IPN.
- Suárez, L.; Cordero, F.; Daowz, P.; Ortega, P.; Ramírez, A.; Torres, J.L. (2005). De los Paquetes Didácticos hacia un Repositorio de Objetos de Aprendizaje: Un reto educativo en matemáticas. Uso de las gráficas, un ejemplo. *RIED-Revista Iberoamericana de Educación a Distancia*, Volumen 8, 307-333.
- Ruiz, B., Suárez, L., Ortega, P., Servín, C., Flores, C. y Torres, J. L. (2007). Actividades de aprendizaje de probabilidad y Estadística con uso de tecnologías de la información y la

comunicación. Actas de la XIII Jornadas sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas. Granada, España.

Suárez, L.; Torres, J.L.; Ortega, P. (2012). Las matemáticas del bachillerato en el instituto politécnico nacional. En C. Dolores. (Ed.) *¿Hacia dónde reorientar el currículum de matemáticas del Bachillerato?* México: Plaza y Valdés.

Torres, J.L., Suárez, L. y Ramírez, M.E. (2012). Vinculación entre la investigación y docencia. El uso de los resultados de la investigación en la docencia en un proyecto multidisciplinario. Ier Encuentro Nacional de Investigación Educativa, política educativa, resultados y tendencias. 1-15.

Trigueros, M. (2009). *¿Qué hemos aprendido de la enseñanza de las matemáticas a través de la investigación?* (pp. 27). México.: COMIE.