

## LA CONSTRUCCIÓN DEL CONOCIMIENTO DIDÁCTICO MATEMÁTICO. CASO DEL CONJUNTO Z

Hugo Parra S.  
Universidad del Zulia – Venezuela  
[parraortiz@cantv.net](mailto:parraortiz@cantv.net)

Campo de investigación: Formación de Profesores; Nivel educativo: Superior

### RESUMEN

Presentamos un proyecto de investigación cuyo objetivo es estudiar el proceso de construcción del conocimiento didáctico matemático relativo al conjunto de los números enteros, por parte de estudiantes de la Licenciatura de Educación mención Matemática y Física. Entendemos como conocimiento didáctico matemático, aquel saber que todo sujeto que vaya a ejercer la docencia debe poseer, a objeto de planificar, desarrollar y evaluar el saber matemático formal en situaciones de aprendizaje escolar. Para el estudio se asume un enfoque metodológico enmarcado en la etnografía educativa. Se espera recopilar información necesaria a través de entrevistas individuales, observaciones de campo, registros anecdóticos y revisión de las producciones escritas de los estudiantes.

La investigación que presentamos se propone el estudio de los procesos de construcción del conocimiento didáctico matemático en estudiantes que cursarán las dos últimas Prácticas Profesionales de la Licenciatura en Educación mención Matemática y Física. Con el fin de hacer factible dicho estudio, vamos a centrar la atención en el conjunto de los números enteros (Z); esta selección del conjunto de los enteros obedece a que los mismos son un tópico clave en el marco de la Educación Matemática, como lo explicaremos más adelante. En consecuencia, vamos a considerar dos grandes aspectos en la presente investigación: el conocimiento didáctico matemático y la didáctica de los números enteros. El primero, referido a lo que se denomina conocimiento de los profesores y el segundo, relativo a la enseñanza y el aprendizaje; ambos en el contexto de la Educación Matemática.

Las investigaciones sobre el conocimiento del profesor han pasado por tres grandes fases (Cooney, 1994). La primera, denominada como la de la “enseñanza eficiente”; la misma se centraba en estudiar los profesores – que desde la perspectiva de los alumnos y colegas – se consideraban exitosos; sin embargo, este tipo de estudio centrado en la personalidad de los docentes considerados exitosos pasó a una segunda fase cuando se compararon con los resultados académicos de sus alumnos y éstos no necesariamente coincidían con los esperados (Gómez & Carulla, 2001). Actualmente – en lo que se denomina una tercera fase – se ha comenzado a considerar que la actuación de los docentes depende de lo que saben y de lo que piensan y, más recientemente, se ha incorporado además el contexto donde este profesional se desenvuelve; esta última fase es la que se denomina del *pensamiento del profesor* (Gómez & Carulla, 2001; Parra, 2002).

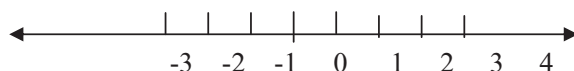
Es, entonces, en el marco de lo se denomina pensamiento de profesor que esta investigación se ubicará; esto implica considerar que el conocimiento didáctico matemático constituye un conocimiento de características complejas y que incluyen diversos tipos de conocimiento, además de los valores y creencias vinculadas a la Educación Matemática; nos referimos al conocimiento metadisciplinario, el disciplinario y el fenomenológico (Porlán y Rivero,

1998; Parra, 2002). El conocimiento metadisciplinario es aquel que contempla el aspecto epistemológico, - esto es, el cómo se construye el conocimiento - y lo referido a los procesos de aprendizaje en general. El segundo tipo de conocimiento - denominado disciplinario - contempla tanto el conocimiento matemático como la historia de las matemáticas y su didáctica. Por último, tenemos el conocimiento de tipo fenomenológico; el mismo está constituido por aquel saber referido a los sucesos naturales, sociales y matemáticos relativos en este caso en particular a los números enteros, su enseñanza y aprendizaje. Este tipo de conocimiento antes descrito, junto con los valores y creencias constituiría lo que denominaremos en esta investigación como *conocimiento didáctico matemático* (Parra, 2004).

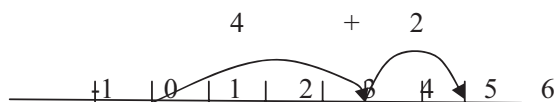
En el marco del conocimiento didáctico matemático, esta investigación contempla lo relativo al conjunto de los números enteros, su enseñanza y aprendizaje, como caso particular de este conocimiento. Al respecto, los estudios acerca de la enseñanza de los números enteros han sido poco frecuentes. Sin embargo, tal como lo reseñan las investigaciones y nuestra propia experiencia como profesores y formadores de docentes de matemáticas, los números enteros representan una dificultad evidente en la mayoría de nuestros alumnos. Gallardo (1996) señalaba la década pasada que las investigaciones respecto al conjunto  $Z$  se habían dirigido – fundamentalmente - en tres direcciones; una de ellas, como investigaciones desde una perspectiva teórica, entre las cuales destacaron los trabajos de Piaget (1960); otro tipo de investigaciones presentaban estudios de carácter experimental, entre los cuales se destacaron los trabajos de Vergnaud (1989) y, un tercer tipo, los referidos a la enseñanza, como, por ejemplo, los trabajos de Bruno & Martínón (1996) y Ribeiro (1996). Creemos que esta tendencia se mantiene aun. Sin embargo, los trabajos dirigidos a estudiar el papel de los docentes en formación o en ejercicio de la profesión son escasos. Dentro de este último tipo de investigaciones - las referidas a los docentes - nos parece importante destacar los trabajos de Bruno & García (2004). Al respecto, estos autores analizan – al igual de lo que en esta investigación pretendemos - una población de estudiantes próximos a trabajar en el campo de la docencia en matemática; sin embargo, ellos centran su atención en analizar la clasificación que éstos hacían respecto a los problemas aditivos con números enteros según las estructuras de los enunciados. Los autores estudiaron en los futuros profesores, las clasificaciones de los problemas aditivos con números negativos que éstos realizaban y los criterios para justificar la clasificación de dichos problemas. Las conclusiones del trabajo se pueden sintetizar en dos: la redacción de los enunciados son relevantes al momento de la clasificación de los problemas y, los criterios que utilizaron consideraron mayoritariamente las tres situaciones numéricas implicadas en los problemas aditivos; estos son, *los estados* “que expresan la medida de una cantidad de una cierta magnitud, asociada a un sujeto en un instante (debo 2) )” (Bruno & García, 2004: 27), *las variaciones* que en un enunciado expresan el cambio de un estado en un lapso de tiempo (perdí...) y, por último, que manifiestan las diferencias entre dos estados ( tengo “n” más que tu...). Esta investigación, relevante, no sólo por la clasificación de los enunciados que expresa, sino también por la población que estudia, nos parece pertinente considerarlo; ya que en el estudio del conocimiento didáctico matemático, este tipo de tareas son parte del mismo. Pero en el estudio del conocimiento didáctico matemático de los pasantes es importante considerar cómo ellos planean el desarrollo de situaciones de aprendizaje; por ello es igualmente relevante que estudiemos también lo que se denomina como los organizadores del currículo (Segovia & Rico, 2001). Estos investigadores del área de la educación matemática manifiestan que al momento de

concretar en una planificación lo que pretende el profesor realizar con los estudiantes, se hace necesario considerar varios aspectos, que implican diferentes significados que desde la matemática escolar deberían plantearse a los alumnos. Estos aspectos son lo que él denomina *organizadores del currículo* y que no son más que “aquellos conocimientos que adoptamos como componentes fundamentales para articular el diseño, desarrollo y evaluación de unidades didácticas” (Segovia & Rico, 2001: 88). Los organizadores del currículo son siete. El primero de ellos - la fenomenología - es el conjunto de fenómenos a los cuales un concepto matemático está relacionado. En nuestro caso, son todos aquellos fenómenos vinculados a los números enteros; por ejemplo: Al salir de mi casa tenía en mi haber tres lápices y al llegar por la tarde sólo me quedaba uno, es lo que Rudinitsky, A.; Etheredge, S.; Freeman, J.M. & Gilbert, T. (1995) denominan historia o situaciones aditivas simples y que nosotros denominamos situación - problema.

Otro organizador lo constituyen los sistemas de representación, que no son más que los símbolos y gráficos a través de los cuales se expresan los diferentes conceptos y procedimientos matemáticos; ejemplos de ellos en los números enteros lo representa un número  $n$  cualquiera (-1, 0, 76,...) o la recta numérica



Un tercer organizador son los modelos; ellos muestran la relación que existe entre los fenómenos y los conceptos. En nuestro caso, podría ser - por ejemplo - la adición en  $Z$  - veamos:



Un cuarto organizador lo constituyen los materiales, medios o recursos. De alguna manera estos elementos son los que considera un docente como herramientas que le permitan facilitar el logro de los propósitos que se aspiran obtener, desde una perspectiva donde el alumno juega un rol participativo en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Junto a estos organizadores, hallamos también uno generalmente olvidado, como lo son los posibles errores y dificultades que podrían generarse en el transcurso de una clase.

El quinto organizador es la historia de las matemáticas como elemento orientador del proceso de enseñanza, que a la vez permite una visión del conocimiento matemático como producto cultural de la humanidad.

Por último - y no por ello menos importante - está la resolución de problemas, el cual siendo una de las principales estrategias de la educación matemática, debería estar presente en toda planificación de cualquier situación de aprendizaje que se desee plantear a los alumnos.

Los organizadores del currículo - en definitiva - vienen siendo la concreción operativa del conocimiento didáctico matemático, que en nuestro caso se centrará en el conjunto de los números enteros. Con ello se busca por una parte, abordar el conocimiento del profesor de matemática - representado en esta investigación por los pasantes y, por otra parte, su concreción en los números enteros. Tanto el conocimiento del profesor centrado en los pasantes, como el estudio de los procesos de enseñanza de los números enteros han sido

trabajados de forma minoritaria en comparación con los profesores y otros conjuntos numéricos, como el caso de los Naturales (Parra, 2004, Raymond, 1996). De ahí la importancia de esta investigación.

### **Objetivo general**

Analizar la aplicación del conocimiento didáctico matemático relativo a los números enteros en estudiantes de las Prácticas Profesionales para la Docencia de la mención Matemática y Física

### **Objetivos específicos**

- Describir los proceso de construcción de conocimiento didáctico en el conjunto de los enteros por parte de los pasantes
- Identificar los aspectos contextuales que intervienen en el proceso de construcción de dicho conocimiento didáctico
- Obtener una tipología del proceso de construcción de dicho conocimiento didáctico
- Caracterizar el proceso de aplicación del conocimiento didáctico matemático
- Obtener una tipología del proceso de aplicación de dicho conocimiento didáctico

### **Metodología**

El enfoque que se asumirá será el cualitativo etnográfico, porque el mismo permite reconstruir el contexto, en el cual se encuentran presentes las actividades, creencias, valores y normas de los actores del proceso (Goetz & LeCompte, 1988). Para ello asumiremos el Estudio de Caso como el método más idóneo porque con él se estudian los actores en profundidad, permitiendo reconstruir la realidad desde la óptica de las teorías asumidas, indagando cualitativamente el escenario en su complejidad, tal y como se desarrolla (López, 2000). Las técnicas que asumiremos serán de carácter interactivo y no interactivo; entre las primeras se desarrollarán entrevistas estandarizadas no secuenciales y la observación participativa. Entre las segundas – técnicas no interactivas – aplicaremos la observación no participante y la revisión documental de las producciones escritas de los actores. Para el análisis de la información trabajaremos con el Método Comparativo Constante propuesto por Glasser y Strauss (1967) ayudándonos de la herramienta informática del Atlas. Ti; un software que facilita el análisis de la data cualitativa.

### **Viabilidad de la investigación**

La investigación que se propone es totalmente viable. En primer lugar, nuestros sujetos de estudio son los estudiantes de las Prácticas Profesionales para la Docencia, cátedra que coordina el investigador responsable; esto permite tener un acceso directo a las fuentes de información. En segundo lugar, como la investigación propuesta se desarrollará en los Centros Educativos que por más de cinco años han prestado sus instalaciones para el desarrollo de las Prácticas Profesionales, se garantiza el acceso directo a la información que se busca. Es de hacer notar que este acceso directo a la información requiere de dos condiciones básicas : confiabilidad y naturalidad en el actuar de los sujetos objeto de estudio (López, 2000); ambas condiciones están garantizadas ya que contamos con la confianza del personal docente que labora en estos Centros Educativos, porque por varios años hemos estado acompañándolos en un proyecto de extensión que busca mejorar la

calidad de la educación matemática, lo que ha permitido que al equipo de investigación se le vea como un grupo serio, cuyos fines son totalmente académicos.

### **Resultados esperados**

Al finalizar la investigación se espera contar con información suficiente en relación a los procesos que viven los estudiantes de las Prácticas Profesionales para la Docencia al momento de pensar, diseñar y aplicar situaciones didácticas relativas al conjunto de los números enteros. En razón de ello la investigación permitirá, en primer lugar, mejorar cualitativamente el desarrollo de las Práctica Profesionales para la Docencia en el área de matemáticas. En segundo lugar, los resultados permitirían proponer cambios curriculares en materias de carácter teórico – práctico relacionados con la enseñanza de las matemáticas, tales como las Tecnologías Didácticas y la Didáctica Especial contemplados en el plan de estudio de la Licenciatura en Educación mención Matemática y Física En tercer lugar, por estar vinculado este proyecto a actividades de extensión, permitirá aportar soluciones a los problemas planteados en la enseñanza de las matemáticas en la tercera etapa en los Centros Educativos donde se desarrollan las Prácticas Profesionales para la Docencia, especialmente en lo relativo al conjunto de los números enteros, aspecto altamente problemático en nuestros centros educativos que poseen tercera etapa de la Educación Básica. Finalmente se espera difundir los resultados a dos niveles; el primero en la comunidad académica regional, nacional y/o internacional, mediante ponencias y artículos en revistas arbitradas. El segundo, a través de talleres, seminarios o encuentros, con docentes de la tercera etapa de la Educación Básica de nuestra región.

### **Bibliografía**

- Bruno, A. & Martinón, A. (1996) “Números negativos: sumar = restar”. *Uno*. 10 (1), 123 – 133
- Bruno, A. & García, J. A. (2004) “Futuros profesores de primaria y secundaria clasifican problemas aditivos con números negativos”. *Relime*, 7 (1), 25 – 46
- Cooney, Thomas (1994). “Research and Teacher Education: In Search of Common Ground”. *Journal for Research in Mathematics Education*. 25 (6), 608 – 636
- Glaser, Barney & Strauss, Anselm (1967) *The Discovery of Grounded Theory*. Aldine Publishing Company. Chicago.
- Goetz, J.P. y LeCompte, M.D. (1988). *Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa*. Editorial Morata. España.
- Gómez, P. & Carulla, C. (2001) “Desarrollo didáctico de los profesores de matemáticas. El caso de los sistemas de representación y la función cuadrática”. *Educación Matemática*, 13, (2), 31 – 54.
- López, J.I. (2000) “Abriendo puertas. Los Estudios de Casos desde un enfoque innovador y formativo”. *Investigación en la escuela*, 41, 103 – 111.

Parra S., H. (2002) *Cultura escolar matemática y transformación de la práctica pedagógica*. Tesis Doctoral no publicada. Universidad del Zulia. Facultad de Humanidades y Educación. División de Estudios para Graduados. Doctorado en Ciencias Humanas. Maracaibo. Venezuela.

Piaget, J. (1960) *Introducción a la epistemología genética*. Paidós. Argentina

Porlán, R. y Rivero, A. (1998) *El conocimiento de los profesores*. Díada Editores. Sevilla. España.

Raymond, A. (1997). "Inconsistency Between a Beginning Elementary School Teacher's Mathematics Beliefs and Teaching Practice". *Journal for Research in Mathematics Education*. 28, (5), 550 – 576.

Rudnitsky, A.; Etheredge, S. ; Freeman, J.M. & Gilbert, T. (1995) "Learning to Solve Addition and Subtraction Problems". *Journal for Research in Mathematics Education*. 26, (5), 467 – 486.

Segovia, I. & Rico, L. (2001) "Unidades didácticas. Organizadores" en Castro, Enrique (Editor) *Didáctica de las Matemática en la Educación Primaria*. (pp. 83 – 104). Síntesis. España

Vergnaud, G. (1989) "L'obstacle des nombres négatifs et l'introduction à l'algèbre" en Bednarz, A. et Garnier, C. (Eds.) *Construction des savoirs*. (pp.76 – 83). Canadá. Cirade.