EL LENGUAJE MATEMÁTICO EN PROBLEMAS DE CINEMÁTICA

Felipe Matías, Aurora Gallardo
Cinvestav - IPN México
fmatias@cinvestav.mx, agallardo@cinvestav.mx

Resumen. Analizamos el desempeño de un alumno de 14 años que resuelve problemas de cinemática en entrevista video-grabada. Estos problemas conducen a resultados con números enteros y no solo "positivos" lo que permite la interpretación física de números menores que cero y el significado de soluciones negativas. El estudiante manifiesta un manejo fluido del lenguaje matemático de fórmulas, magnitudes y unidades de medición. Aún falta compresión en los fenómenos físicos involucrados.
Palabras clave: tendencias cognitivas, cinemática, enteros
Abstract. We analyze the performance of a 14 years old student who is solving kinematic problems in a videotaped interview. These problems lead to results with integer numbers, and not just "positive", which allows the physical interpretation of the meaning of numbers that are less than zero and the understanding of negative solutions. Student demonstrates a fluid use of mathematical language in formulas, quantities and units of measurement but he still doesn´t understand the physical phenomena involved.
Key words: cognitive tendencies, kinematics, integers

Introducción

Los estudiantes de secundaria cometen errores al resolver problemas de enunciado verbal debido en muchas ocasiones a que no extienden el dominio numérico de los naturales a los enteros Gallardo (2002). En este artículo se analiza el desempeño de un alumno de 14 años de edad en problemas de cinemática, específicamente del movimiento rectilíneo uniforme (M.R.U), movimiento uniformemente acelerado (M.U.A), caída libre y tiro vertical. Se realizó una selección de situaciones planteadas en libros de texto de Secundaria (SEP) que conducen a resultados con números enteros y no sólo "positivos" con el propósito de indagar la interpretación física de los números menores que cero y el significado que daba el estudiante a soluciones negativas. La investigación se llevó a cabo con un grupo de 27 alumnos de 13 a 15 años de edad de una escuela secundaria pública urbana de México, D. F. De esta población estudiantil, se eligió al alumno (Estudio de Caso) que tuvo más respuestas correctas en el cuestionario. Los diálogos sostenidos en la entrevista video-grabada, se dividieron en episodios cuyos nombres son metáforas que interpretan la concepción del estudiante.

Marco teórico

La perspectiva semiótica elegida en esta investigación es la de los Modelos Teóricos Locales (MTL), donde este autor introduce Tendencias Cognitivas (TC) ..."como una serie de hechos que siempre se presentan cuando en una situación de enseñanza se transita de un estrato de leguaje más concreto a otro más abstracto" (Filloy, 1999, p. 43).

Se describen a continuación:

TC 1. Presencia de un proceso de abreviación de los textos para producir reglas sintácticas nuevas.

TC 2. Dotación de sentido intermedios.

TC 3. Retorno a situaciones más concretas, cuando se presenta una situación de análisis.

TC 4. Imposibilidad de desencadenar operaciones que podían hacerse antes.

TC 5. Centración en lecturas hechas en estratos de lenguaje que no permitirán resolver la situación problemática.

TC 6. Articulación de generalizaciones erróneas.

TC 7. Presencia de mecanismos apelativos centrados en procesos erróneos de resolución.

TC 8. La presencia de mecanismos inhibitorios.

TC 9. Presencia de obstrucciones de la semántica sobre la sintaxis y viceversa.

TC 10. Generación de errores sintácticos debido a la producción de códigos personales intermedios, para dotar de sentido a las acciones concretas intermedias.

TC 11. Necesidad de dotar de sentidos a las redes de acciones cada vez más abstractas hasta convertirlas en operaciones.

"Los estudiantes de secundaria dotaban de sentidos intermedios [T.C. 2 para Filloy] a los números negativos en la resolución de tareas aritmético-algebraicas antes de lograr la extensión de los números naturales a enteros." (Gallardo, 2008, p. 19).

Los cuatro sentidos intermedios de los números negativos son:

- Número Sustractivo.- Donde la noción de número está subordinada a la magnitud. En la resta de dos cantidades **a - b**, siempre **b** será menor que **a**, donde **a** y **b** son números naturales, es decir, el signo menos sólo tiene carácter binario en el nivel de la operación de sustracción.

- Número Signado.- Es el número natural al que se le asigna un signo más o un signo menos. Surge la dualidad del signo: binario (signo de la operación de adición o sustracción) y unario (signo asociado al número natural).

- Número Relativo.- Se hace presente cuando se concibe la idea de opuestos en situaciones discretas, así como la idea de simetría en situaciones continuas.

- Número Aislado.- Surge cuando se acepta un número negativo como la solución de una operación, un problema o una ecuación. (Gallardo, 2008, p. 19).

Por otra parte, autores manifiestan que: "existe mayor dificultad en la compresión del fenómeno físico que en el lenguaje matemático utilizado" (Torigoe & Gladding, 2011, 138). Así también, afirman: "...en un fenómeno físico se puede cambiar su descripción matemática por medio del uso de un eje de referencia diferente pero también válido" (Mochón, 1997, p. 43). Además, mencionan: "las unidades de medida asociadas a las magnitudes deben mantenerse en la mente del estudiante durante todo el proceso de resolución del problema" (Encalada & Gallardo, 2001, p. 7).

A continuación se presentan los episodios del Estudio de Caso, manifestando las tendencias cognitivas surgidos en el análisis de los problemas. Las producciones escritas por el estudiante aparecen entre comillas.

M.U.A. "DEBEMOS CAMBIAR"

Problema: Un camión que iba a 60 km/h se detuvo frente a un semáforo en 10s. ¿Cuál fue su aceleración?

TC 2. Surge el Número signado.

" $A = \frac{0 - 16.6 \ m/s}{10s}$

TC 2. Surge el Número aislado.

$A = - 1.66 \ m/s^2$ "

TC 3. Al aplicar fórmulas, el estudiante reconoce la necesidad de convertir las unidades para trabajar en un mismo sistema.

M.U.A. "ARRASTRÁNDOLAS SIEMPRE"

Problema: Un auto se encuentra en reposo en la línea de arranque de una pista recta, después el conductor pisa a fondo el acelerador hasta alcanzar una velocidad de 72 km/h. El tiempo que tardó en alcanzar esta velocidad fue 10s. ¿Cuál es la aceleración del auto?

TC 2. Surge el Número sustractivo.

" $A = \frac{20 \ m/s - 0 \ m/s}{10s}$ "

TC 3. Aplicación directa de fórmulas. Mientras que el Entrevistador intenta convencer al Alumno que sólo coloque las unidades en el resultado, éste reconoce que el arrastrar las unidades durante el proceso de resolución del problema le sirve de guía.

M.R.U. "POR LÓGICA"

Problema: Si corres a 15 km/h durante 20 minutos y después caminas a 4 km/h durante media hora. ¿Qué distancia recorriste en total?

TC 3. Realiza una secuencia del comportamiento del movimiento y fracciona los datos en 1/3 y 1/2.

" 15 km / 60 min   4 km / 60 min

10 km / 40 min   2 km / 30 min

5 km / 20 min "

No aplica fórmulas físicas literalmente, es decir, relaciona distancia tiempo sin mencionar la velocidad.

M.U.A. "FRENAR SIN DETENERSE"

Problema: Un tren viaja en línea recta y cambia su velocidad de 60 km/h a 20 km/h en 8 segundos. ¿Cuál es su aceleración?

TC 2. *Surge el Número signado.* ***TC 2.*** *Surge el Número aislado.*

" $A = \frac{20\ km/h - 60\ km/h}{8\ s}$ $A = -1.3\ m/s^2$ "

TC 11. El Alumno reconoce la facilidad que lleva trabajar con fórmulas, una vez que dotó de sentido a las operaciones involucradas. Manejo de Velocidad, al frenar sin detenerse, es decir V_f diferente de 0 m/s.

M.U.A. "ME ESTÁS CONFUNDIENDO"

Problema: Un móvil viaja a 200 m/s aplica los frenos y se detiene después de recorrer 80 m. Calcula la aceleración y el tiempo que demora en detenerse.

TC 2. Surge el Número signado. **TC 2.** Surge el Número aislado.

" $A = \frac{0 - 200\ m/s}{.4\ s}$ $A = -\ 500\ m/s^2$ "

TC 5. Al no identificar el tipo de movimiento, usa fórmulas que no le permiten resolver el problema.

TC 6. Usa la fórmula para resolver un M.R.U. en lugar de un M.U.A.

M.U.A. "NO SIEMPRE DICE LO QUE PIENSA"

Problema: Los automóviles apasionan a Roberto y a Benito, y siempre consultan las ventajas de los nuevos modelos que salen cada año. En un anuncio, los fabricantes de un automóvil anuncian que éste acelera de 0 a 50 m/s en 10 s. ¿Cuál es su aceleración?

El auto anterior frena de repente y tarda 2 s en detenerse. ¿Cuál es su aceleración?

TC 2. Surge el Número signado.

" $A = \frac{0 - 50\ m/s}{2s}$

TC 2. Surge el Número aislado.

$A = -25\ m/s^2$ "

TC 8. No puede explicar la diferencia entre rapidez y velocidad.

TC 9. Escribe las unidades correctamente, pero verbaliza otras. Dice metros cuadrados (m^2) y escribe metros sobre segundo (m/s).

M.U.A. "AL MEJOR CAZADOR SE LE VA LA LIEBRE"

Problema: Un automóvil se desplaza en línea recta y cambia su velocidad de 2 m/s a 8 m/s en 4 segundos; después cambia nuevamente de 8 km/h a 16 m/s en 11 segundos. ¿Cuál es su aceleración en cada caso?

TC 2. Surge el Número sustractivo.

" $A = \frac{16\ m/s - 2.2\ m/s}{11s}$ "

TC 9. Colocación incorrecta de Velocidades inicial y final, al sustituir en la fórmula de aceleración.

TC 5. Conversión parcial de unidades para el caso 2. Aunque domina las conversiones y la identificación de datos, convierte la distancia a metros y el tiempo lo deja igual, colocando las unidades correctas como si hubiese hecho la conversión completa.

CAÍDA LIBRE. "CUANDO DEJE DE CAER, SERÉ LA MISMA"

Problema: Un globo aerostático se eleva verticalmente con una velocidad constante de 5 m/s. Cuando este se encuentra a 30 m del piso se deja caer una piedra. ¿Con qué velocidad y después de cuantos segundos caerá la piedra al piso?

TC 2. Surge el Número sustractivo.

" $t = \frac{24.49\ m/s - 0\ m/s}{10\ m/s^2}$ "

TC 5. Indica que el valor de la velocidad inicial y final en caída libre son iguales, cuando parte del reposo y se detiene al dejar de caer, sin recordar que antes de tocar el suelo la piedra lleva cierta velocidad.

TC 9. No reconoce que la piedra al compartir el movimiento del globo, tiene una velocidad diferente de cero, ya que no parte del reposo. **"Aunque dejes de empujarme me seguiré moviendo".**

CAÍDA LIBRE. "ABUSANDO DEL TIEMPO"

Problema: Una piedra cae desde una altura de 100 metros. Calcular la velocidad y el tiempo que demora en llegar al piso.

TC 2. Surge el Número sustractivo.

" $t = \dfrac{44.72\ m/s - 0\ m/s}{10\ m/s^2}$ "

TC 5. No reconoce la fórmula para resolver el problema. Usando la correspondiente a un movimiento rectilíneo uniforme.

TC 6. Asigna erróneamente el valor del tiempo.

Reflexiones finales

Algunas observaciones adicionales surgidas a partir de la resolución de problemas y la entrevista video-grabada son:

- El alumno no diferencia entre rapidez y velocidad.
- Él concluye que en caída libre la V_i y la V_f tienen el mismo valor, pues el móvil iniciaría en reposo y terminaría igual. Este hecho es incorrecto porque el objeto antes de tocar el suelo, lleva una velocidad diferente de cero.
- Cuando se le pide encontrar simultáneamente aceleración y tiempo, el sujeto recurre a la fórmula ($\mathbf{a = V_f - V_i / t}$). Si bien esta expresión corresponde a la situación física del problema, no le sirve para resolverlo porque tiene dos incógnitas "**a**" y "**t**". Busca entonces otra fórmula ($\mathbf{V = d/t}$) con una de estas variables alterando la situación del movimiento original.
- Rescata la igualdad de velocidades en tiro vertical cuando el móvil pasa por el punto inicial del movimiento pero en sentido contrario.

- Menciona de forma errónea que en caída libre la velocidad del cuerpo corresponde a la gravedad.
- Reconoce que si una velocidad es constante la aceleración sería igual a cero.

Referencias bibliográficas

Encalada, N. & Gallardo, A. (2001). Difficulties with negative solutions in kinematics problems. Proceedings of the 25th Conference, *3, 1-9.*

Filloy, E. (1999). Aspectos teóricos del álgebra educativa. *México: Grupo Editorial Iberoamérica.*

Gallardo, A. (2002). The extension of natural-number domain to the integers in the transition from arithmetic to algebra, *Educational Studies in Mathematics. An International Journal, Anna Sierpinska (ed.)*, 49, (2), 171-192.

Gallardo, A. (2008). Historical epistemological analysis in mathematical education: negative numbers and the nothingness, En Figueras, O., Cortina, J. L., Alatorre, S., Rojano, T. y Sepulveda, A. (Editors), *International Group for the Psychology of Mathematics Education. Proceedings of the Joint Meeting of PME 32 and PME-NA XXX*, Vol. 1, 17-29 Morelia, México.

Mochón, S. (1997). ¿Qué signo tiene realmente la "g"? el significado y la enseñanza del signo negativo en la física. *Educación Matemática,* 9, (3), 64-76.

Torigoe, E. & Gladding, E. (2011). Connecting simbolic difficulties with failure in physics. Physics Education Research Section. *79 (1), 133-140.*