

SOBRE OS CONHECIMENTOS DE UM GRUPO DE PROFESSORES PARA ENSINAR EQUAÇÕES

Angélica da Fontoura Garcia Silva y Etienne Lautenschlager
Universidade Bandeirante Anhanguera, UNIBAN
angelicafontoura@gmail.com, elautens@yahoo.com.br

Brasil

Resumen. Este artigo tem como objetivo de investigar os conhecimentos necessários ao professor de Matemática, para ensinar equações. Trata-se de uma pesquisa qualitativa que envolveu um grupo formado por 10 professores que lecionam para os Ensinos Fundamental e Médio, da rede pública do Estado de São Paulo- Brasil, participantes de uma formação continuada. A coleta de dados inclui um questionário – de caráter diagnóstico. Para tanto, sustenta-se em contribuições teóricas de obras Shulman e Ball. A análise dos dados indicou lacunas nos conhecimentos dos sujeitos envolvidos relacionadas aos processos de ensino e de aprendizagem das equações

Palabras clave: conhecimento profissional docente, equações

Abstract. This article aims to investigate the knowledge necessary to mathematics teacher, to teach equations. This is a qualitative study involving a group of 10 teachers who teach for primary and secondary education in public schools in the state of São Paulo-Brazil, participating in a continuing education. Data collection includes a questionnaire - the diagnostic character. Therefore, it is argued on theoretical inputs works Shulman and Ball et al. Data analysis indicated gaps in knowledge of the subjects involved related to the processes of teaching and learning equations

Key words: professional content knowledge, equations

Introdução

Neste estudo apresentamos resultados parciais de uma pesquisa em que se preocupou em investigar os conhecimentos necessários ao professor de Matemática, para ensinar equações. Trata-se de uma pesquisa que envolveu um grupo colaborativo formado por 10 professores dos Ensinos Fundamental e Médio, da rede pública do Estado de São Paulo- Brasil. Para a realização da pesquisa, desenvolvemos um curso de formação continuada que priorizou o estudo, a análise e a discussão das diferentes concepções de Álgebra, sobretudo no que se refere às diferentes formas de ver e de tratar a noção de equação. Discutimos também noções relativas aos processos de ensino e aprendizagem de equações. Para esta comunicação apresentamos resultados da aplicação de um questionário – de caráter diagnóstico, visando identificar as concepções dos professores sobre esse tema e sobre seu ensino na Educação Básica.

Relevância e Fundamentação Teórica

No que se refere ao objeto matemático “equação”, observamos que há um grande número de pesquisas no Brasil ou no exterior voltadas a esse tema. Ball, (1990), Attorps (2003, 2008), Ribeiro (2007) entre outros, indicam que muitos professores de matemática não possuem a compreensão conceitual de muitos tópicos de matemática elementar e, por isso, acaba por

privilegiar em suas aulas o desenvolvimento de habilidades algorítmicas e a memorização de regras, dando menor ou nenhuma atenção ao desenvolvimento do conhecimento conceitual. Para elaborar o questionário e realizar a análise dos resultados, consideramos as categorias de conhecimentos para o ensino propostas por Shulman (1986) – conhecimento do conteúdo específico; conhecimento pedagógico do conteúdo e conhecimento curricular do conteúdo –, que foram refinadas por Ball, Thames e Phelps (2008).

Attorps (2003), por exemplo, desenvolveu um estudo com dez professores que lecionavam matemática para o ensino secundário. A investigação buscou analisar a concepção dos docentes acerca da noção de equação. Seus resultados são fundamentais para a nossa pesquisa, uma vez que a autora identificou dentre outras concepções que a maioria dos professores tinha uma concepção de equação muito ligada aos procedimentos, ou seja, à forma de resolução da equação. Durante as entrevistas realizadas pela pesquisadora também foi possível verificar que tais concepções eram fortemente influenciadas pela forma como esses professores aprenderam equações na escola.

Essa mesma autora, em 2006, realizou outro estudo com cinco professores de matemática no início de carreira, cinco professores experientes e setenta e cinco estudantes de licenciatura em matemática. Attorps utilizou dados coletados em questionários, entrevistas gravadas, gravação de vídeo de seis aulas de matemática e observações. No estudo, segundo a autora, a abordagem fenomenográfica foi utilizada a fim de revelar as diferenças entre as concepções e experiências dos professores sobre equações. Os resultados da pesquisa indicaram que para os sujeitos deste estudo as equações estavam intimamente relacionadas com os símbolos x e y e com os procedimentos de solução. E da mesma forma que no estudo anterior as experiências de ensino e aprendizagem da matemática dos professores quando eram estudantes podem ter influenciado suas concepções. Ficou evidente para Attorps (2008), que para os professores não estava claro, de acordo com o currículo, o que os alunos deveriam saber em álgebra na escola básica.

Resultados como os de Attorps (2003, 2008) foram também encontrados nos estudos de Ball (1990) e Ribeiro (2007). Esses estudos também observaram que professores de matemática privilegiavam, muitas vezes, no ambiente escolar o desenvolvimento de habilidades algorítmicas em detrimento ao desenvolvimento do conhecimento conceitual e, indicaram com uma das causas a falta de compreensão conceitual de tópicos da matemática elementar.

Como fundamentação para a elaboração do instrumento de coleta e respectivas análises dessa investigação optamos pelos estudos de Ball, Thames e Phelps (2008) e Shulman (1986). Ball e colegas discutiram questões relacionadas à forma pela qual os professores necessitam saber

determinado conteúdo para ensiná-lo e, além disso, “o que mais” os professores precisam saber sobre Matemática e seu ensino. Esses autores refinaram as categorias definidas por Shulman (1986) em: conhecimento do conteúdo (comum/especializado); conhecimento do conteúdo e dos estudantes e finalmente, conhecimento do conteúdo e do ensino. A correspondência entre as categorias estabelecidas por Ball et al(2008) e Shulman (1986) e Ball são apresentadas pela autora na imagem a seguir:

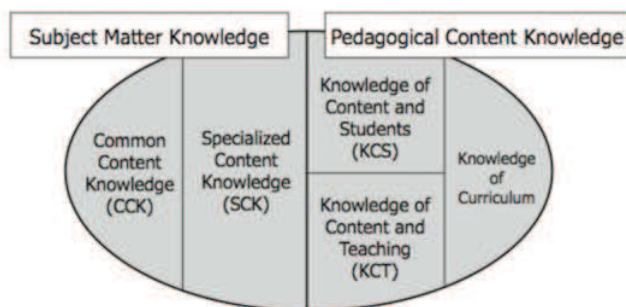


Figura 1: Comparação entre as categorias propostas por Shulman (1986) e Ball et al(2008)

Fonte: Ball et al (2008, p.393)

Como para esse estudo analisaremos, em especial, a nossa interpretação do que seriam os *Conhecimentos Especializados* e o de *Conteúdo e de Ensino* apresentados pelos docentes, nos ateremos a descrever como Ball et al (2008) os define. Os autores definem o *Conhecimento Especializado do Conteúdo* como o “[...] conhecimento distintamente matemático, mas ele não é necessariamente conhecimento matemático familiar aos matemáticos” (Ball et al, 2008, p.394). Já, o *Conhecimento do Conteúdo e do Ensino*, segundo os autores, “[...] combina o saber sobre o ensino e o saber sobre a Matemática” (Ball et al, 2008, p.401). Nesse sentido, conforme já afirmado, para elaborar as questões aqui apresentadas e analisar os resultados obtidos, levamos em conta estas duas categorias.

Procedimentos Metodológicos

Para este estudo fez-se uso da metodologia qualitativa, que se desenvolveu por meio da análise dos protocolos dos professores participantes de todo processo formativo.

O questionário aplicado aos professores constituiu-se de seis itens que versavam sobre as equações, em suas distintas representações e interpretações. Os protocolos apresentados a seguir, ilustram duas questões enunciadas em nosso estudo:

1-Um professor de matemática propôs ao seu aluno que resolvesse a seguinte equação do 2º grau:	2- Para resolver a equação $x(x+2) = 5$, um aluno deu a seguinte resolução:
--	--

$4x^2 - 20x + 26 = 0$ $4x^2 - 20x = 0 - 26$ $4x^2 - 20x + 25 = -26 + 25$ $(2x - 5)^2 = -1$ <p><i>Discuta a resolução dada pelo aluno. Justifique sua resposta. O que você diria ao aluno que apresentou essa resolução?</i></p>	$x(x + 2) = 5$ $x = 5 \text{ ou } x + 2 = 5$ $x = 5 \text{ ou } x = 3$ <p><i>Discuta a resolução dada pelo aluno. Justifique sua resposta. O que você diria ao aluno que apresentou essa resolução?</i></p>
---	---

Figura 2: Questões apresentadas aos professores antes da formação

A questão 1 foi selecionada para avaliar o que Ball et al (2008) considera como *Conhecimento de Conteúdo e de Ensino*. Esperávamos que o professor observasse o método utilizado e que o aluno não validou a resposta encontrada. O que se esperava era que nossos sujeitos reconhecessem um procedimento de resolução além da “fórmula de Báskara”. Esperávamos que o professor discutisse, por exemplo, a importância de que o aluno também resolva por meio da fatoração e que analisasse também a conclusão do resultado apresentado pelo estudante e propusesse possíveis intervenções. Já com a questão 2 buscávamos analisar o *Conhecimento Especializado do Conteúdo*, ou seja, verificar se o professor identificava propriedades associadas às estruturas algébricas afim de identificar causas de erros cometidos pelos estudantes ao resolver a equação

Análise e discussão dos resultados

Para a *questão 1* observamos que dentre os 10 professores analisados, nenhum deles indicou o método de completar quadrados, mas 9 mencionaram o trinômio quadrado perfeito. A nosso ver o reconhecimento de que esta equação pode ser resolvida pela fatoração é importante visto que tal procedimento poderia favorecer o encaminhamento dado à resolução de algumas equações de grau maior que dois.

Além disso, observamos que nem todos os sujeitos investigados observaram a falta de validação do resultado: somente 3 docentes apresentaram tal indicação. Quanto aos encaminhamentos, observamos também que somente esses 3 professores os apontaram. Dentre eles, observamos haver por parte dos docentes propostas distintas:

(...) *Parabéns por ter conseguido enxergar um quadrado perfeito, mas cadê o conjunto solução?*
(Professor E)

(...) *basta fazer a verificação e dizer ao aluno a importância da equivalência.* (Professor H)

(...) *Diria a ele que utilizasse Bhaskara; ele encontraria o valor do discriminante e com isso observaria que Δ seria negativo e diria que não existe uma resposta no $U \mid \mathbb{R}$ [referindo-se a universo Reais]* (Professor I)

Houve por parte dos professores E e H a concordância quanto à preocupação com a falta de validação do resultado, todavia somente a apresentam; o Professor E reitera a necessidade da problematização. Já o professor I mostrou-se preocupado em apresentar outro procedimento de Cálculo ao aluno. Observamos que as respostas ao questionário indicaram lacunas nos conhecimentos dos professores investigados, em relação à análise do da resolução da equação, como por exemplo, quando o professor F não reconhece a resolução pela estratégia apresentada. Nosso sujeito de pesquisa declara: “Nos itens 1, 2, 3, 4 foi mantido a igualdade, mas não houve resolução do problema caso ele procurasse a resolução iria encontrar o $\Delta = -16$, onde a resposta é (nenhum número real) $^2 = -16$ ” (Professor F).

Para o docente, a resolução passaria necessariamente pelo cálculo do Δ . Nesse sentido, assim como o professor F, a maioria dos professores não menciona o que diria ao aluno. Dessa forma, pudemos observar que os professores se restringem somente a analisar o aspecto processual assim como descrito por Attorps (2003, 2006). Analisando esse resultado sob o ponto de vista de Shulman (1986) e de Ball et al (2008), observa-se que a ausência de compreensão de procedimentos para resolução de equação implicaria igual falta de conhecimentos para o seu ensino.

Reiteramos que para a questão 2, reapresentada a seguir, procuramos analisar o *Conhecimento Especializado do Conteúdo*:

2- Para resolver a equação $x(x+2) = 5$, um aluno deu a seguinte resolução:

$$x(x+2) = 5$$

$$x = 5 \text{ ou } x + 2 = 5$$

$$x = 5 \text{ ou } x = 3$$

Discuta a resolução dada pelo aluno. Justifique sua resposta.

O que você diria ao aluno que apresentou essa resolução?

Na análise da questão esperávamos verificar se o professor identificava, por exemplo, que o produto 5 era um número primo, e desta forma permitiria como fatores somente os números 1 ou 5, o que resultaria em um número reduzido de combinações de respostas.

Os professores poderiam também chamar a atenção para o fato de que a equação do tipo $x(x+a) \neq 0$, com x e $a \in \mathbb{R}$ tem sua forma muito próxima a equações do tipo $x(x+a) = 0$, o que poderia ter gerado tal equívoco por parte do aluno, uma vez que tais equações são comuns em livros didáticos. Analisando as respostas dos professores observamos que dois professores estabeleceram tal relação:

Ele utilizou o conhecimento em resolução para equações incompletas. Mas na verdade não trata-se de uma equação incompleta e sim de uma equação completa que foi apresentada em sua forma fatorada. (PROFESSOR G)

Ele imaginou a solução da equação do 2º grau com igualdade zero e não observou que a resposta é cinco. O aluno lembrou que o produto de dois fatores é zero quando um dos termos é zero e resolveu esta equação pensando assim. (PROFESSOR I)

Consideramos que os conhecimentos destes professores contribuíram para identificar as causas do erro cometido pelo aluno. Todavia esperávamos que ao sugerir a intervenção o professor indicasse que faria uma discussão sobre esse tipo de equação e utilizaria as propriedades associadas às estruturas algébricas para justificar a validação deste procedimento para resolução. Neste caso, a análise dos dados nos permitiu observar que a maioria dos professores se restringiu apenas em analisar se o procedimento realizado pelo aluno estava ou não correto. Com exceção dos professores E, H e I, que apresentaram sua intervenção diante do que foi apresentado:

Então eu retomaria a explicação à parte para ele e entregaria em suas mãos com uma etapa resolvida. (PROFESSOR E)

Diria para ele fazer a verificação dos valores das raízes para ver se satisfaz, ou se é verdadeira, depois igualar a zero a equação. (PROFESSOR H)

Diria que ele deveria fazer a distributiva e resolver por outro método, por exemplo, Bhaskara. (PROFESSOR I)

Analisando os três encaminhamentos, observamos que os três professores demonstraram preocupar-se com retomada do conteúdo, porém, somente o Professor H, foi além ao demonstrar sua preocupação em problematizar o erro do aluno. Todavia, vale ressaltar que não houve menção às propriedades.

Analisando os resultados das respostas as duas questões observamos que as concepções dos professores envolvidos estavam próximas aos indicados por Ball (1990), Attorps (2003, 2008) e Ribeiro (2007). Desta forma, essa investigação mostra que há necessidade de rediscutir as formas como os conteúdos matemáticos, em especial, os da equação vem sendo desenvolvidos nos cursos de formação inicial e continuada.

Nesse sentido a partir resultados encontrados no questionário aqui apresentado, que foi respondido no início da formação continuada, foi possível constituir uma visão da possível influência de dificuldades relativas ao conhecimento matemático na prática docente. Assim,

procuramos por meio do processo formativo, que não foi descrito neste artigo, superar essa ausência de conhecimento de forma a permitir que houvesse a (re)construção do conceito de equações.

Considerações Finais

Analisando os dados coletados antes da formação continuada aqui apresentado é possível afirmar que os professores não tinham total compreensão de conceitos, propriedades e procedimentos de resolução de equações e isso, provavelmente, limitava sua prática docente.

Assim sendo, analisando este resultado sob o ponto de vista de Shulman (1986) e de Ball et al (2008), observamos os conhecimentos adquiridos por esses profissionais até então parecem não contribuir de forma significativa para a efetivação do seu ensino. De tal modo, este estudo indica que há necessidade de rediscutir as formas como os conteúdos matemáticos e, em especial, as equações são introduzidos tanto nos cursos de formação inicial, quanto em cursos de formação continuada.

Referências Bibliográficas

- Attorps, I. (2003). Teachers' images of the 'equation' concept. *European Research in Mathematics Education*.
- Attorps, I. (2006). *Mathematics teachers' conceptions about equations*. Doctoral dissertation, University of Gävle.
- Ball, D.L. e Wilson, S. (1990). Knowing the subject and learning to teach it: examining assumptions about becoming a mathematics teacher. *Research Report N.C.R.T.E.*
- Ball, D. L., Thames, M. H. & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching What Makes It Special?. *Journal of teacher education*, 59(5), 389-407.
- Chazan, D. & Yerushalmy, M. (2003). On appreciating the cognitive complexity of school algebra: Research on algebra learning and directions of curricular change. *A research companion to principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Garcia Silva, A. F. (2007). *O desafio do desenvolvimento profissional docente: análise da formação continuada de um grupo de professores das séries iniciais do ensino fundamental, tendo como objeto de discussão o processo de ensino e aprendizagem das frações*. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

- Lautenschlager, E. (2012). *Discutindo os multesignificados de equação num curso de formação continuada de professores*. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Bandeirante de São Paulo.
- Ribeiro, A. J. (2007). *Equação e seus multesignificados no ensino de Matemática: contribuições de um estudo epistemológico*. (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational researcher*, 15(2), 4-14.