

## IDEAS FUNDAMENTALES DE PROBABILIDAD Y ESQUEMA COMPENSATORIO VISUAL: EXPERIENCIA CON EL SÍNDROME DOWN

José Marcos López Mojica y Ana María Ojeda Salazar

CAM 18; DME; Cinvestav-IPN

[jmlopez@cinvestav.mx](mailto:jmlopez@cinvestav.mx), [amojeda@cinvestav.mx](mailto:amojeda@cinvestav.mx)

México

**Resumen.** Para responder a las preguntas de cuáles esquemas compensatorios favorecen el pensamiento probabilístico de niños de educación especial y cómo caracterizar su desempeño en tareas de estocásticos, consideramos los ejes *epistemológico, cognitivo y social*. En el informe, se presentan los resultados de cómo el uso del esquema visual favoreció el desarrollo de nociones de estocásticos de niños con síndrome Down, de primaria y secundaria. De las tres fases de la investigación, en parte de la segunda enfocamos en la enseñanza de la probabilidad en aulas de educación especial. Los instrumentos fueron los guiones de enseñanza y de bitácora; los datos se registraron con videograbación y con escritura en papel. Los resultados conciernen a la adquisición de nociones de espacio muestra, medida de probabilidad y variable aleatoria (frecuencia absoluta). El esquema visual orientó las acciones hacia el registro de las frecuencias y a dotarle de sentido. Se identificó la contribución entre pares para explicar y facilitar la tarea.

**Palabras clave:** estocásticos, esquema visual, síndrome Down

**Abstract.** To answer the questions about 'what compensation schemes favor the probabilistic thinking of children of special education and how to characterize their performance in tasks about stochastics, we considered the epistemological, cognitive and social points of view. We report the results of the use of visual scheme favoring the development of notions of stochastics of children with Down syndrome, at primary and secondary levels. Among the three phases of the research, in part of the second one stochastics were introduced in the special education classroom. The instruments were teaching scripts and a script log, the data were videotape recorded and the writing on paper. The results concern the notions of sample space, probability and random variable (absolute frequency). The visual scheme guided the actions towards the registration of frequencies and to make sense of them. The contribution among peers to explain and facilitate the task.

**Key words:** Stochastic, visual scheme, syndrome Down

### Introducción

Este informe se deriva de un proyecto de investigación más amplio que enfoca, de forma cualitativa y *en curso*, los esquemas compensatorios y el pensamiento probabilístico de niños con discapacidad, así mismo la pertinencia de introducir los estocásticos en la educación especial básica. Su principal antecedente fue la investigación de López-Mojica (2009), que se refirió a la comprensión de ideas fundamentales de estocásticos de niños del segundo grado de la educación especial. Aquí presentamos los resultados de cómo el uso del esquema perceptual visual favorece nociones de espacio muestra, medida de probabilidad y variable aleatoria, para los casos de síndrome Down en el nivel primaria y secundaria especial. Particularmente se plantea la pregunta de qué esquemas compensatorios favorecen el desarrollo del pensamiento probabilístico de niños de educación especial.

### Perspectiva teórica: tres ejes rectores

En el orden epistemológico, Heitele (1975) ha propuesto diez ideas fundamentales de estocásticos como guía de un curriculum en espiral, para lo que consideró, entre otros aspectos,

las etapas de constitución de la idea de azar en el niño, propuestas por Piaget e Inhelder (1951). En el orden social, el triángulo epistemológico para la constitución del concepto matemático (Steinbring, 2005) proporciona un referente para examinar las interacciones en el aula durante la enseñanza de las matemáticas. En el orden cognitivo, consideramos a las fuentes intuitivas del pensamiento probabilístico (Fischbein, 1975); por otra parte, Vygotski (1997) consideró a los esquemas compensatorios como los que asumen la función de los que por ciertas circunstancias no fueron desarrollados o son deficientes en los individuos y señaló que el desempeño de los niños se ajusta a su contexto social; en ese sentido se toma en cuenta la insuficiencia, ante el tipo de tarea y en un ambiente dado. Por ejemplo, la atención, la información en forma auditiva, la memoria a corto plazo y la memoria de trabajo son deficientes para el Down (Bower y Hayes, 1994), pero pueden ser compensadas si se presenta la información de forma visual, si el mensaje es repetitivo, simplificado y capta la atención de los niños (García-Alba, 2010). La referencia a las funciones del cerebro (Luria, 2005) permite interpretar la ficha médica de cada niño, respecto a los procesos cognitivos y a su base neural, particularmente la zona prefrontal para la atención y el hipocampo para la memoria en el síndrome Down (García-Alba, 2010).

### Método

El órgano operativo y la célula de análisis de la enseñanza (Ojeda, 2006) se aplicaron a las tres fases de la investigación. En la segunda de tales fases, la experienciación (Maturana, 2003) del investigador se desarrolló durante dos actividades de estocásticos que propuso al 5°-6° de primaria y 3° de secundaria de educación especial ante su docente titular, y de los resultados de otra actividad desarrollada por la docente en su aula, sin la presencia del investigador. En las aulas de educación especial participantes confluyeron distintas afecciones, pero enfocamos sólo el desempeño de los niños con síndrome Down (Tabla 1).

Aula	Nivel-grado	Casos SD	Estudiantes
<i>Normal</i>	1° B primaria	Vi, Di, Is	7
<i>Alterna</i>	5°-6° primaria	W, MA, MM, GM	13
<i>Alterna</i>	3° secundaria	An, Gu	9
	Totales	9 SD	29

Tabla 1: Niños con síndrome Down en las aulas participantes.

Los datos se recolectaron con los guiones de las actividades y las hojas de control; las técnicas de registro fueron la escritura con lápiz y papel, o en pizarrón, la videograbación y su transcripción.

### Las actividades de referencia

El diseño de las actividades se rigió por el triángulo epistemológico (Steinbring, 2005), con el objetivo de introducir el enfoque frecuencial de la probabilidad. “La carrera” consiste en realizar giros de una ruleta con seis sectores iguales distinguidos por figuras de círculos, triángulos y cuadrados; el resultado de cada giro indicado por la flecha se registra en una tabla impresa en papel, marcando una celda de la fila correspondiente a la figura resultante, desde la línea de partida hasta que, para alguna figura, se alcanza la fila de meta por primera vez. “Distribuciones centradas y uniformes” (Piaget e Inhelder, 1951) consiste en 20 ensayos de acomodación aleatoria de 20 canicas iguales en casillas provistas en la parte inferior de bandejas rectangulares, con embudos en la parte superior para la liberación de las canicas; de una bandeja con dos casillas (I) para la distribución uniforme, se pasa a la distribución centrada con otra bandeja con tres casillas (II), otra con cuatro (III) y al tablero de Galton (IV) y luego a la distribución sesgada con el embudo en un extremo superior (V). “Las paletas de sabores” consistió en recolectar información sobre la preferencia de los niños de un conjunto de seis paletas de hielo de sabor. “Águila o sol” consiste en registrar el resultado de 20 lanzamientos de una moneda en una tabla de doble entrada, proporcionada por la docente. Se aplicaron cinco criterios de análisis a las actividades (ver Tabla 2): ideas fundamentales de estocásticos, otros conceptos matemáticos, recursos semióticos, términos que aluden a estocásticos y la situación de referencia (Ojeda, 2006).

	La carrera (Aula con el investigador)	Distribuciones centradas y uniformes (Aula con el investigador)	Águila o sol (Aula sin el investigador)	Las paletas de sabores (Aula sin el investigador)
Situación	Giros de una ruleta con sectores iguales y diferentes cantidades de figuras: círculos, triángulos y cuadrados.	Distribución aleatoria de canicas en casillas.	Lanzamiento y registro del resultado de una moneda ordinaria.	Elección, recolección y registro de datos en una tabla propuesta, según la elección de una paleta de entre un conjunto de seis sabores distintos
Ideas fundamentales de estocásticos	Espacio muestra, medida de probabilidad, variable aleatoria, equiprobabilidad.	Espacio muestra, medida de probabilidad, variable aleatoria, ley de los grandes números.	Espacio muestra, medida de probabilidad, independencia y variable aleatoria.	Espacio muestra, muestra, variable aleatoria(frecuencia absoluta), medida de probabilidad.
Otros conceptos matemáticos	Números naturales, adición, razones.	Números naturales, proporción.	Números naturales, orden de los números naturales.	Números naturales, orden de los números naturales, plano cartesiano.

Recursos semióticos	Tablas, lengua natural escrita, figuras geométricas, signos numéricos.	Figuras, lengua natural escrita.	Lengua natural, tabla, signos numéricos, figuras.	Lengua natural, tabla, figuras, signos numéricos.
Términos empleados	“del total de giros, cuántas veces”, “marca con”, “elegir”, “lo que indique la flecha”, “gira la ruleta”, “llena una casilla”, “más o menos igual”, “muchas veces”	“Quedan”, “acomodan”, “distribuyen”, “curva”, “caen”, “chocan”, “más fácil que”.	“más veces”, “menos veces”, “salió”, “resultó”, “cayó”, “lanzar”.	“más preferida”, “menos preferida”, “escogen”, “elige” “más gustó”, “menos gustó”, “todos los niños del”.

Tabla 2: Caracterización de las actividades y su conductor.

### Ideas fundamentales de estocásticos en las aulas

Los niños evidenciaron el uso de los esquemas visual y motriz para espacio muestra, medida de probabilidad y variable aleatoria (frecuencia absoluta). Si bien se tuvo un acercamiento a la idea de azar, en general el espacio muestra se consideró como los resultados del fenómeno (aleatorio) y no como el conjunto de resultados posibles.

### Espacio muestra

En *Distribuciones centradas y uniformes* en el sexto grado, se tuvo un acercamiento a la idea de espacio muestra **MM** y **GM** (ambos síndrome Down) dibujaron canicas desde el embudo hasta la base de la bandeja, lo que sugiere su comprensión de las instrucciones y la advertencia de las casillas posibles. **GM** advirtió que una canica podía caer en cualquiera de las dos casillas, porque dibujó una secuencia de canicas también hacia la casilla de la izquierda (véase la Figura 1b). Si bien el dibujo se debió a una petición, los trazos de **GM** y **MM** de las canicas (a manera de ir cayendo) compensaron el problema de lenguaje para comunicar su anticipación del fenómeno. Además, **GM**, **MM** y **MA** (Síndrome Down) dibujaron la misma cantidad de canicas en ambas celdas de la bandeja I (véase la Figura 1).

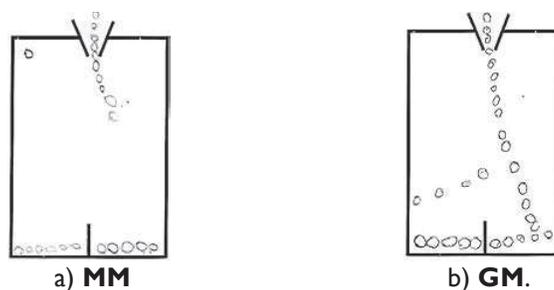


Figura 1: Producción de los casos síndrome Down. Bandeja I.

La *carrera de dados*, en el tercer grado de secundaria, consistió en lanzar dos dados ordinarios, sumar los puntos de las caras superiores del dado y tachar una celda de la suma correspondiente en una tabla de frecuencias dadas. **JO** (síndrome Down) se acercó a la discriminación del espacio muestra, pues después de cada lanzamiento contaba *uno a uno* y *repetidamente*, los puntos de cada una de las caras superiores de los dados, identificaba el numeral y asignaba el registro en la celda correspondiente (ver Figura 2).



Figura 2. Registro paso a paso de las frecuencias de las sumas.

### Medida de probabilidad

En *Distribuciones centradas y uniformes*, **GM** dibujó la misma cantidad de canicas en las bandejas I y II, y en la bandeja III en las casillas centrales y en la de la izquierda (véase la Figura 3). Particularmente, para la bandeja II el dibujo de la misma cantidad de canicas para las tres casillas corresponde al sesgo de equiprobabilidad; ya que para **GM** las tres casillas tienen la misma posibilidad de ser ocupadas, siendo la casilla central la que tiene más posibilidad. Para la bandeja V no pareció haber confusión alguna, pues **GM** dibujó acomodos sesgados (ver Figura 3).

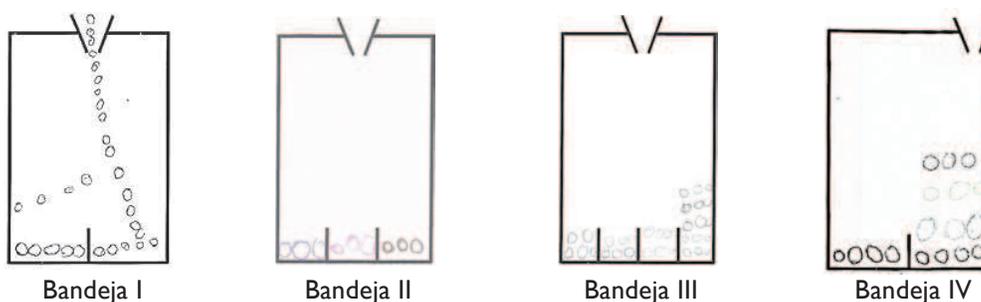


Figura 3: Sesgo de equiprobabilidad por parte de GM.

### Variable aleatoria (Frecuencia absoluta)

Para variable aleatoria obtuvimos evidencia de una primera noción, de manera cualitativa, al identificar las frecuencias absolutas de los eventos del fenómeno aleatorio. Por ejemplo, en *La carrera* **MM** contó *una a una* las celdas de su figura; en cambio **W** asignó el valor de la frecuencia de su figura:

- [221] I: MM, del total de giros, ¿cuántos son para tu figura?
- [222] MM: [Ríe].
- [223] I: MM, contesta: ¿cuántos [giros] son de tu figura?
- [224] MM: Uno, dos, tres [señalando las celdas].
- [225] I: Tres, bien. W, ¿cuántos son para tu figura?
- [226] W: [Callada].
- [227] I: Dime, ¿cuántos son para tu figura? ¿Cuántas celdas marcadas tiene tu figura?
- [228] W: Tre [murmurando].
- [229] I: Tres, bien. Ye, ¿cuántos tiene tu figura?
- [230] Ye: Tres veces.
- [231] I: Salió tres, bien.

En *Águila o sol* los niños con síndrome Down recurrieron insistentemente al esquema visual para identificar la frecuencia absoluta de las categorías águila y sol. El esquema visual de **GM** y de **MM** articuló sus acciones paso a paso cada vez: observaban el resultado, identificaban la celda correspondiente al resultado y seguían con el dedo índice la celda en la cual tenían que registrarlo (véase la Figura 4).



Figura 4. Registro de frecuencias orientado por el esquema visual.

En *La carrera*, **W** tachaba las celdas (véase la Figura 5) en una tabla de doble entrada, según la ocurrencia de las figuras de la ruleta; a diferencia de sus compañeros que realizaban en cada celda los dibujos de las figuras. Lo anterior, según Steinbring (2005), permite distinguir el objeto (variación de resultados al girar la ruleta) del signo (frecuencia registrada en tabla), lo cual acerca al concepto matemático (enfoque frecuencial de la probabilidad).

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	
P											M E T A
A											
R											
T											
I											
D											
A											

Figura 5. Registro de frecuencias de niños de sexto grado

### Esquema compensatorio visual del síndrome Down

Se identificó el uso del esquema visual en acciones que apelaron a las ideas de espacio muestra, medida de probabilidad y, de manera cualitativa, variable aleatoria. El mismo patrón se identificó en el 1er grado, una niña de 6 años, y en el grupo de 5°-6° grados, niñas de 13-14 años. Los niños con síndrome Down identificaban el resultado del fenómeno aleatorio, establecían la relación con su signo en las hojas de control y dejaban una marca para registrar las veces en que ocurrieron los eventos.



Figura 6: **Di** coloca su figura en la celda.

Para la actividad *La carrera*, **MM** y **W** (5°-6° grado) fijaban su mirada en la ruleta y en el resultado para realizar su registro (véase la Figura 7), así como en la tabla para identificar las frecuencias absolutas. Cuando se pidió el valor de las frecuencias, **MM** y **W** contaban *uno a uno* los registros para cada figura, la señalaban con el dedo índice y realizaban la correspondencia con el numeral (véase la Figura 7). Es decir, el esquema visual fue un factor importante en el desarrollo cognitivo lento, pues orientó los procedimientos de las niñas.

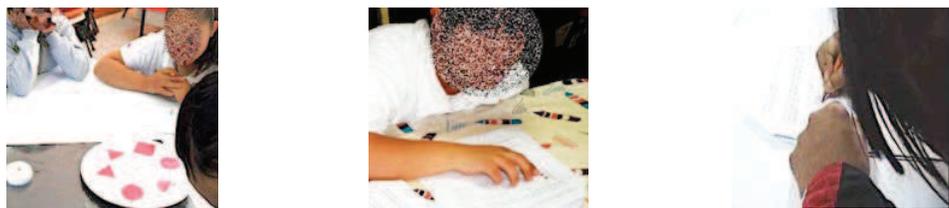


Figura 7: Uso del esquema perceptual visual para identificar las frecuencias absolutas.

Las acciones (esquema motriz) como “girar la ruleta” permitieron a los niños dotar de sentido a la situación de enseñanza propuesta, pues al realizarlas esperaban que la ruleta se detuviera para registrar el resultado en la tabla. Una estrategia de enseñanza que favoreció este esquema fue utilizar expresiones cortas, precisas y repetitivas, para llamar la atención de los alumnos.

En la misma actividad, *La carrera*, **A** (discapacidad intelectual) utilizó expresiones gestuales para ayudar a **MM** (síndrome Down) a responder una pregunta. Éste fue un ejemplo de que se puede utilizar la contribución entre pares para facilitar el acceso al conocimiento, a lo que Vygotski (1997) se refiere como la zona de desarrollo próximo (véase la Figura 8).



### Un acercamiento a la idea de azar

En *Distribuciones centradas y uniformes*, al preguntarle a **MA** en qué casillas de la bandeja III era más fácil que quedaran las canicas, señaló las separaciones entre ellas e hizo un movimiento indicando las dos casillas centrales. Lo anterior sugiere que **MA** identificó los choques de las canicas con las separaciones (véase la Figura 9).



Figura 9: Señalamiento de los muros por parte de MA.

Lo anterior es un acercamiento a la idea de azar, en el sentido propuesto por Cournot como la “interferencia de series causales independientes” (citado en Piaget e Inhelder, 1951, p. 11). Las respuestas de los niños fueron más allá de una simple expresión de “no sé”, “no se puede”, sus argumentos se orientaron a otras manifestaciones del fenómeno aleatorio como los choques entre las canicas, contra las paredes de la bandeja y con los muros de las casillas.

### Conclusiones

De la aplicación de las actividades en las aulas alternas, los niños tuvieron un acercamiento a la idea de espacio muestra, variable aleatoria, medida de probabilidad y combinatoria. En un primer acercamiento, con las actividades se propuso a los niños el contacto con fenómenos aleatorios y medios para su estudio. En acuerdo con Steinbring (2005) consideramos necesario incluir en la enseñanza actividades como éstas, referidas a una diversidad de situaciones azarosas concretas [urnas, tómbolas, dados] y de la cotidianeidad de los niños, para que, mediante el enfoque frecuencial de la probabilidad, les suministren una base para introducir más adelante el enfoque clásico.

Los esquemas compensatorios surgen ante la insuficiencia que cierto individuo tiene en su desempeño. En la enseñanza realizada, las niñas con síndrome Down utilizaron el esquema visual compensando su desarrollo cognitivo lento, para lo cual fue necesaria la repetición de las acciones y la presentación de información en forma visual.

El esquema compensatorio visual orientó las acciones para las nociones de espacio muestra y de frecuencia absoluta. En todas las actividades que requerían el registro de los resultados del fenómeno aleatorio, fue fundamental la situación de referencia planteada para comenzar a develar el objeto por su correspondencia con el signo requerido para el acercamiento a las nociones estocásticas. Fue marcado el mismo proceso respecto al registro, no hubo diferencia en la rapidez con la que los niños realizaban las acciones. De la experienciación, se señala la importancia del uso del material concreto y de las hojas de control con instrucciones simplificadas para compensar las memorias de trabajo y a corto plazo. De paso, se ejercitó la noción de número.

### Referencias bibliográficas

- Bower, A. & Hayes, A. (1994). Short-term memory deficits and Down syndrome: A comparative study. *Down Syndrome Research and Practice*, 2(2), 47-50.
- Fischbein, E. (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. Holanda: Reidel.
- García-Alba, J. (2010). Déficit Neuropsicológicos en Síndrome de Down y Valoración por Doppler Transcraeal. (Tesis de Doctorado inédita). Universidad Complutense de Madrid. España.
- Heitele, D. (1975). An Epistemological View on Fundamental Stochastic Ideas. *Educational Studies in Mathematics*, 6(2), 187-205.
- López-Mojica, J. M. (2009). Estocásticos en el Segundo Grado de Educación Especial. (Tesis de Maestría inédita). DME, Cinvestav-IPN. México.
- Luria, A. R. (2005). *Las funciones corticales superiores del hombre*. México: Fontamara.
- Maturana, H. (2003). *Desde la Biología a la Psicología*. Argentina: Lumen.
- Ojeda, A.M. (2006). Estrategia para un perfil nuevo de docencia: un ensayo en la enseñanza de estocásticos. En Filloy (Ed.) *Matemática Educativa, treinta años* (pp. 257-281). México: Santillana-Cinvestav.
- Piaget, J. & Inhelder, B. (1951). *La Génèse de l'idée de Hasard Chez l'enfant*. París: PUF.
- Steinbring, H. (2005). *The Construction of new Mathematical Knowledge in Classroom Interaction*. USA: Springer.
- Vygotski, L. S. (1997). *Fundamentos de la Defectología. Obra Escogidas V*. España: Visor Dis.