

MÉDIA ARITMÉTICA – UMA ANÁLISE DAS ATIVIDADES DO LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA ADOTADOS NO BRASIL

José Ivanildo Felisberto de Carvalho y Verônica Gitirana
Universidade Federal de Pernambuco
ivanfcar@hotmail.com; veronica.gitirana@gmail.com

Brasil

Resumen. Nesse trabalho discutimos os resultados de uma dissertação de mestrado que analisa a abordagem da média aritmética nos livros didáticos de matemática utilizados em escolas públicas do Brasil dos anos finais do Ensino Fundamental. O estudo, que tem como referencial a Teoria dos Campos Conceituais, levanta os significados, as propriedades e as representações que constituem o campo conceitual da média aritmética que aparecem nas atividades propostas em tais livros. Os invariantes são investigados com uma análise teórica que podem ser mobilizados a partir de propriedades exploradas nas atividades. Concluímos que o campo conceitual da média nos livros didáticos é visto sem propiciar uma compreensão da média como uma medida estatística. Há poucas atividades nos livros didáticos de Matemática que propiciem a compreensão por parte do aluno da função estatística da média aritmética.

Palabras clave: média aritmética, teoria dos campos conceituais, livro didático

Abstract. In this paper, we discuss some of the results of a master dissertation that analyzes Brazilian mathematics textbook approaches of arithmetic mean. The maths textbooks analysed were the ones used in state schools in Brazil. On the basis of the Conceptual Fields Theory, this study investigated meanings, properties and representations, which comprise the conceptual field of arithmetic mean promoted by solving the proposed activities. The invariants are investigated within a theoretical analysis of the activities. It is discussed those that can be mobilized while dealing with the properties explored in the activities. We conclude that the conceptual field of the arithmetic mean in the textbooks does not propitiate an understanding of the mean targeting your character as a statistical measure. Very few activities provide students' understanding of the statistical function of arithmetic mean.

Key words: arithmetic mean, conceptual fields theory, textbook

Introdução

Dentre os saberes estatísticos, a média aritmética é uma medida crucial para a análise e compreensão do comportamento de dados estatísticos. Com a média aritmética permite-se ter uma noção do grupo como um todo. Permite também comparar diferentes grupos, saber qual sua tendência. Podemos ainda, lançar mão da média, como uma boa estimativa de quantidades desconhecidas em situações envolvendo erros de medida ou utiliza - lá em situações na qual uma distribuição uniforme faz-se necessária.

Apesar da simplicidade do algoritmo do cálculo, “somar todos os números e então dividir pela quantidade de números somados”, este é um conceito que apresenta suas complexidades quando objetiva-se uma compreensão conceitual mais ampla. Pesquisas revelam um bom domínio do algoritmo da média pelos estudantes nos diversos níveis do ensino, ao mesmo tempo, revelam dificuldades de compreensão conceitual deles sobre diversos aspectos deste conceito (Strauss e Bichler, 1988; Mayén et al, 2007; Cazorla, 2003; Melo, 2010).

Uma das dificuldades refere-se ao significado que média assume nos contextos. Os estudantes que já estudaram média conseguem utilizá-la adequadamente? Quando se fala do número médio

de pessoas por residência em uma dada avenida, o que esta informação significa? Que tipo de uso pode-se fazer dela?

É nesse sentido que se defende uma abordagem do conceito voltada para o desenvolvimento do seu significado e uso. Na escola, um dos trabalhos importantes com a média aritmética é propiciar situações para o estudante refletir sobre o resultado obtido, sobre o significado desse resultado, não ficando restrito a procedimentos de cálculo. É preciso ter espaço para a discussão dos valores obtidos e construir argumentos compreendendo a função da média numa análise de uma situação. Por exemplo, pode-se calcular a média de acesso a um determinado site por semana. Esta medida pode ser usada para comparar aceitação de diferentes sites, e assim, servir para se discutir o quanto se precisa investir em divulgação do site.

Além disso, o entendimento conceitual, atrelado ao entendimento do algoritmo da média, permite o uso mais apropriado de propriedades da média aritmética. Esse é outro aspecto bastante discutido nas pesquisas são as propriedades do conceito. Os estudantes, ao lidarem com a solução de situações de média, elaboram invariantes alguns válidos, e correspondentes a teoremas e propriedades da média, e outros sem validade matemática. Por exemplo, é comum observar estudantes elaborando invariantes inválidos sobre média ao considerar que: “A altura média dos estudantes de uma sala tem que ser igual a altura de algum deles; o número médio de moradores por residência de uma cidade tem que ser um número natural. A falta de situações que permitam que ponham esses tipos de invariantes, matematicamente inválidos, em cheque, levam o estudante a sedimentar tais conhecimentos como válidos. Além disso, é importante que a média possa ser lida e interpretada pelo estudante a partir de diferentes representações do conceito.

A partir do olhar dessas dimensões que apresentam dificuldades para o entendimento do conceito de média, decidimos tomar a Teoria dos Campos Conceituais (Vergnaud, 1991) como base para analisar as atividades sobre média aritmética em livros didáticos de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental.

Vergnaud (1991, p.157) considera a formação de um conceito a partir do tripé de três conjuntos, a saber: $S =$ conjunto das situações que dão sentido ao conceito; $I =$ conjunto dos invariantes sobre os quais repousa a operacionalidade (objetos, propriedades e relações) do conceito ou o conjunto de invariantes que podem ser reconhecidos e usados pelos sujeitos para analisar e dominar as situações do primeiro conjunto e $R =$ conjunto de representações simbólicas que podem ser usadas para indicar e representar esses invariantes e, conseqüentemente, representar as situações e os procedimentos para lidar com elas.

Vergnaud chama de esquema a organização invariante do comportamento para uma determinada classe de situações (Vergnaud, 1991, p. 157). Segundo ele, é nos esquemas que se devem pesquisar os conhecimentos-em-ação do sujeito, isto é, os elementos cognitivos que fazem com que a ação do sujeito seja operatória. “Não é o comportamento que é invariante, mas a organização do comportamento” (Vergnaud, 1998, p. 172). Como componentes dos esquemas, os invariantes podem ser implícitos, quando estão ligados aos esquemas de ação do aluno, ou explícitos, quando estão ligados a uma concepção. Nesta pesquisa, ao investigar os invariantes do conceito, estaremos nos referindo aos invariantes explícitos.

Marco Teórico

Apresentamos aqui, algumas pesquisas que contribuíram com o nosso estudo. Iniciamos com os estudos de Straus e Bichler (1988) em que investiga o conceito de média com estudantes entre 8 e 12 anos a partir de sete propriedades que listamos abaixo:

P1. A média está localizada entre os valores extremos

P2. A soma dos desvios a partir da média é igual a zero

P3. A média é influenciada por cada um e por todos os valores

P4. A média não precisa, necessariamente, coincidir com um dos valores a partir do qual foi calculada

P5. A média pode ser um valor que não pode corresponder a um dado dentre o conjunto de dados reais

P6. No cálculo da média, devem ser incluídos os valores nulos e os negativos

P7. A média é um valor representativo dos dados, ou seja, é o valor que está mais próximo de todos (aspecto espacial)

Strauss e Bichler (1988) para cada propriedade utilizaram diversas tarefas variando o tipo de dados e o meio de apresentação. Seus resultados demonstram diferentes dificuldades na compreensão das propriedades, no entanto, são nas propriedades P2, P6 e P7 que os estudantes pesquisados apresentaram maiores dificuldades. Essas propriedades foram base em nossa análise.

Batanero (2000) pontua quatro significados do conceito de média que devem ser ensinados desde o Ensino Básico, a saber:

S1 - a média como uma estimativa de uma quantidade desconhecida, em presença de erros de medida;

S2 - a média como uma quantidade equitativa a repartir, para conseguir uma distribuição uniforme;

S3 - a média como elemento representativo de um conjunto de valores dados;

S4 - a média como necessidade de conhecer o valor que se irá obter com maior probabilidade, ao contar com um dado faltando em uma distribuição.

Em nosso estudo pontuamos também o estudo de Melo (2010) que discorre sobre propriedades, significados e representações da média com professores e estudantes do Ensino Básico brasileiro (crianças de 7 e 9 anos). Pesquisas que têm como objeto o estudo da média nos livros didáticos também foram discutidas tais como as de Anjos e Gitirana (2008) e Cobo e Batanero (2004), esse último que investiga a média nos livros didáticos no contexto espanhol. No Ensino Médio e Superior fizemos referência à pesquisa realizada por Cazorla (2003) com estudantes universitários, em seguida, Mayén et al (2007) com investigação no ensino secundário mexicano, e por fim Garret e Cruz (2008) com estudantes de dois níveis de ensino em Angola. Os estudos discutem, por um lado, a importância da compreensão da função estatística da média aritmética pelos estudantes, e, por outro, as fragilidades e lacunas no ensino-aprendizagem deste conceito. Os referidos estudos têm contribuição significativa para o nosso trabalho por apresentar resultados de pesquisas que corroboram os nossos resultados.

No Brasil, a avaliação dos livros didáticos já tem tradição, com o Programa Nacional do Livro Didático – PNLD. Programa este destinado a adquirir e distribuir livros didáticos para todos os estudantes de Escolas Públicas do Brasil. Assim, decidiu-se analisar todos os livros didáticos de Matemática aprovados no PNLD 2011, destinados aos anos finais do Ensino Fundamental que já passaram por uma primeira avaliação qualitativa dos livros que é dada por este programa nacional. Neste sentido, a pesquisa teve como objetivo responder “Como se dá a abordagem da média aritmética, ancorada na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1991), nas coleções de livros didáticos de matemática dos anos finais aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático – PNLD 2011?”

Escolhas Metodológicas

Decidiu-se por uma estatística censitária, na qual todos os quatro volumes pertencentes a todas as coleções aprovadas no âmbito do PNLD 2011 foram analisados, perfazendo um total de 40 volumes de 10 coleções de livros didáticos de Matemática, cada uma com 4 volumes. Um total de 454 atividades foram identificadas, dentro e fora dos capítulos e/ou seções destinados ao Tratamento da Informação.

Todas as atividades foram categorizadas, segundo propriedades, significados e representações. Para análise das atividades tomamos os estudos de Strauss e Bichler (1988) que apresentam sete propriedades do conceito de média aritmética. Em relação aos significados, trabalhamos com as situações pontuadas por Batanero (2000), além de outras situações construídas por nós no contato com as atividades, tais como a média de uma amostra como uma boa estimativa para a média de uma população e a média como uma estimativa da variável para tempo futuro. No que concerne ao levantamento das representações utilizadas nas atividades, as categorias de análise foram construídas mediante o contato com as atividades, a saber: linguagem materna, representação tabular, representação gráfica.

A partir de tal categorização, uma análise estatística foi realizada.

Discussão dos Resultados

Uma análise da quantidade de atividades que exploram cada propriedade por coleção é apresentada no Boxplot da figura 1. Dentre as 454 atividades analisadas, observa-se nas obras uma maior exploração de duas propriedades

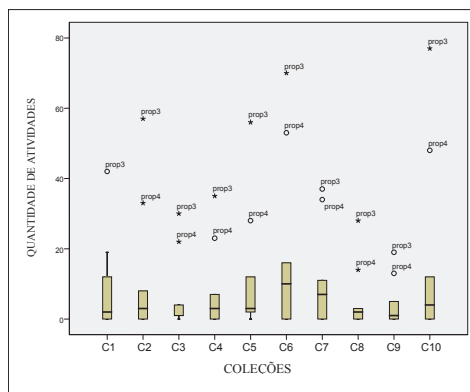


Figura 1: Distribuição das propriedades por coleção

A média de atividades na coleção por propriedade é bastante baixa. No entanto, as propriedades 3 e 4 aparecem em nove das dez coleções como outlines. No caso da propriedade 3 - *a média é influenciada por cada um e por todos os valores* o quantitativo é bem superior às outras propriedades. No entanto, ao se investigar tais atividades encontra-se que o foco é no cálculo da média. A grande maioria das atividades (63%) não promove reflexão de qualquer das propriedades como mostra o gráfico da figura 2 abaixo. Percebeu-se que menos de 1% das atividades promovem uma reflexão mobilizando três propriedades.

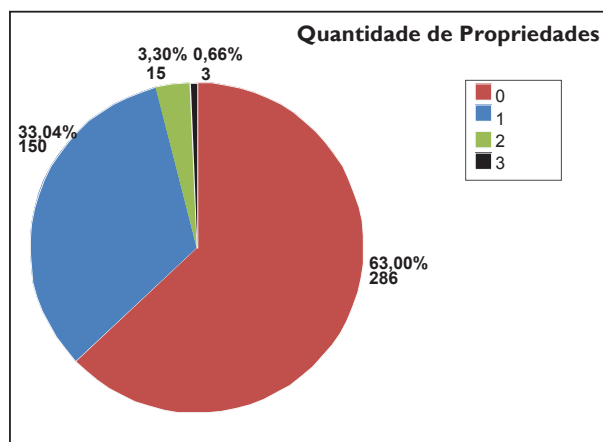


Figura 2: Porcentagem e total de atividades por quantidade de propriedades exploradas com reflexão

Fica explícita a necessidade de uma abordagem que explore mais as outras propriedades tais como as que discorrem que *a média está localizada entre os valores extremos; a média pode ser um valor que não pode corresponder a um dado dentre o conjunto de dados reais; o de que no cálculo da média devem ser incluídos os valores nulos e os negativos e a propriedade da representatividade da média como o valor que está mais próximo de todos*. A propriedade *a soma dos desvios a partir da média é igual a zero* não é explorada em nenhuma das atividades, entretanto o mesmo poder ser desenvolvido juntamente com o conceito de desvio padrão no Ensino Médio.

Com relação aos significados observou-se que o significado mais explorado é o significado da média como um elemento representativo de um grupo (86,8%). Os outros são explorados num percentual muito baixo e ainda há uma lacuna na abordagem de alguns significados: *a média como um valor mais provável quando aleatoriamente tomamos um elemento de uma população e a média de uma amostra como uma boa estimativa para a média de uma população*. As atividades apenas de cunho procedimental, utilizando apenas o cálculo numérico em si, não devem ser enfatizadas, uma vez que conforme literatura pesquisada, os alunos podem até dominar o procedimento do algoritmo do resultado da média, no entanto a dimensão estatística do conceito não é dominada por eles. Logo, o trabalho com as situações que conferem significados ao conceito de média deve passar por situações que sejam análogas ao surgimento da média como conceito até as situações mais atuais.

Em relação ao último elemento do tripé da Teoria dos Campos Conceituais temos as representações. A representação mais utilizada no geral foi a da linguagem materna (56%), seguida da representação tabular (30%) e da representação gráfica (14%). Asseveramos, a partir dos dados encontrados, que os livros didáticos devem desenvolver um trabalho mais urdido com as representações nas atividades de média, principalmente no tocante às gráficas e tabulares, mais

entrelaçado com os diversos significados e invariantes da média. Os alunos, por exemplo, podem ser colocados diante de situações onde necessitem localizar dados em gráficos, calcularem a média e interpretar as informações advindas destas representações.

No estudo também lançamos um olhar com relação aos contextos apresentados nas atividades. Estes foram categorizados conforme contato com as atividades nos livros pesquisados. Apesar de termos mais de 90% das atividades contextualizadas, o que podemos considerar como um avanço ao olhar as coleções como um todo, mas na observação dos contextos, os mesmos não são diversificados. Concentram-se nos contextos escolares, preços/comércio, velocidade média e contextos esportivos. A maior frequência está expressa nos contextos escolares. A diversidade dos contextos nas atividades possibilitará aos alunos o contato com tipos distintos de problemas de média e a apropriação de diferentes significados.

Mapeamos também o tipo de dado das atividades, classificados em discreto, contínuo e sem contexto. Encontramos que o que tem maior frequência é o do tipo *contínuo*. Este tipo aparece nas atividades independentes dos significados. Alguns invariantes utilizam especificamente o dado do tipo *discreto* como é o caso em que *a média pode ser um valor que não pode corresponder a um dado dentre o conjunto de dados reais*. Este caso se deve a necessidade de enfatizar o aspecto no qual o invariante procura desenvolver.

Considerações Finais

Diante de todos os dados encontrados, constatamos que a abordagem da média aritmética nos livros didáticos dos anos finais aprovados pelo PNLD 2011 apresenta avanços, mas também limitações. Avança quando todas as coleções abordam de alguma forma a média aritmética. A localização destas atividades também tem um caráter positivo em boa parte dos livros como pudemos constatar, não aparecendo, por exemplo, apenas no último capítulo do livro. E como já mencionado, é positivo o aumento na abordagem por ano e o não aparecimento de coleções que não tratem a média em nenhum dos volumes.

No que tange aos conjuntos dos invariantes, significados e representações, os livros apresentam limitações na exploração dos elementos destes conjuntos. Logo, o campo conceitual da média nos livros didáticos é visto sem propiciar uma compreensão da média visando o seu caráter como uma medida estatística, ou seja, há poucas atividades na composição da abordagem das coleções que propiciem a compreensão por parte do aluno da função estatística da média aritmética. Aventamos que se a partir dos livros didáticos, professores e alunos, entram em contato com o campo conceitual da média, iremos avançar no ensino e aprendizagem deste conceito.

Referências bibliográficas

- Anjos, D. e Gitirana, V. (2008). Exploração do conceito de média em livros didáticos das séries finais do Ensino Fundamental. *Anais do 2º Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática-SIPEMAT*, pp.1-9.
- Batanero, C. (2000). *Significado y comprensión de las medidas de posición central*. Departamento de Didáctica de La Matemática, Universidade de Granada. UNO, 2000, pp. 41-58. Acessado em 07 de dezembro de 2009 em <http://www.ugr.es/~batanero>.
- Cazorla, I. M. (2003) Média aritmética: um conceito prosaico e complexo. *Anais do IX Seminário IASE de Estatística Aplicada*, Rio de Janeiro, pp 1-14.
- Cobo, B e Batanero, C. (2004) Significado de La média em los libros de texto de secundaria. *Ensenanza de las Ciências*, 22(1), pp 5-18.
- Garret, A.J e Cruz, J.A.G. (2008). Algunos resultados sobre promedios con estudiantes de Luanda Y Tenerife. *Actas de las XII Jornadas para el Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas*. Albacete, pp. 683-690. Acessado em 20 de dezembro de 2009 em <http://webpages.ull.es/users/jagcruz/>.
- Mayén, S., Cobo, B., Batanero, C. e Balderas, P. (2007). Compreensão das medidas de posição central em estudantes mexicanos. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 9(1), pp.187-201.
- Melo, M. C. M. (2010). *Fazendo média: compreensões de alunos e professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental*. Dissertação de mestrado não publicada, Universidade Federal de Pernambuco. Recife, Brasil.
- Eugênio, R. S. (2013). *Exploração sobre média no software tinkerplots 2.0 por estudantes do ensino fundamental*. Dissertação de mestrado não publicada, Universidade Federal de Pernambuco. Recife. Brasil.
- Strauss, S. e Bichler, E. (1998) The development of children`s concepts of the arithmetic average. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19(1), 64-80.
- Vergnaud, G. (1991). A teoria dos campos conceituais. *Recherches em didactique des mathématiques*, 10(23), 133-170. In: Didáctica das Matemáticas. Direcção de Jean Brun. Horizontes Pedagógicos.
- Vergnaud, G. (1998). A comprehensive theory of representation for mathematics education. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(2), 167-181.