

FUNCIONES CON DERIVE... A DISTANCIA: CATEGORIZACIÓN Y ANÁLISIS DE ERRORES MATEMÁTICOS

Mercedes Anido, Susana Marchisio, Patricia Có, Sandra Mansilla, Marisa Piraíno, Mónica del Sastre, Ana Sadagorsky, Graciela Paván, Erica Panella

Facultad de Cs. Exactas, Ingeniería y Agrimensura. Univ. Nacional de Rosario. (Argentina)
co@fceia.unr.edu.ar, delsas@fceia.unr.edu.ar, panella@fceia.unr.edu.ar

Campo de investigación: formación de profesores, educación a distancia. Nivel educativo: superior
Palabras clave: categorización de errores, entorno educativo virtual, formación docente, DERIVE

Resumen

En el presente trabajo mostramos una categorización de los errores matemáticos que creemos más significativos, detectados en el curso de capacitación a distancia con instancias presenciales para docentes de EGB y Polimodal “La herramienta computacional DERIVE en el estudio de funciones y su aplicación en la resolución de problemas del Análisis Matemático”. se desarrolló entre octubre de 2003 y abril de 2004. Su dictado integró el uso de software para la enseñanza de la Matemática y se desarrolló empleando el entorno educativo virtual de la Facultad. El diseño del dictado incluyó trabajo presencial en talleres y una planificación tutorial que permitió un seguimiento casi personalizado de los docentes – alumnos.

A partir de un análisis del mismo intentamos la formulación de una propuesta superadora de la situación diagnóstica

Introducción

En el marco de las actividades que tienen por objetivo mejorar la articulación entre la enseñanza media y la universidad, la Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura de Universidad Nacional de Rosario, a través de la Escuela de Postgrado, implementó el curso a distancia para docentes de EGB y Polimodal “*La herramienta computacional DERIVE en el estudio de funciones y su aplicación en la resolución de problemas del Análisis Matemático*”.

El mismo se desarrolló con el soporte tecnológico “c-virtual” de la Facultad. Su diseño incluyó la realización de instancias presenciales de trabajo en taller, el empleo de materiales estructurados en Módulos, accesibles en soportes papel, CD-ROM y archivo en plataforma, el uso de software DERIVE y una planificación tutorial que permitió un seguimiento casi personalizado.

Los destinatarios del curso fueron profesores en actividad que se desempeñan en el tercer ciclo de la EGB y el Polimodal en el área de Matemática, en su gran mayoría mujeres que cuentan con escasa disponibilidad de tiempo para la asistencia a cursos presenciales, debido a cuestiones laborales o familiares. Algunos de ellos residen en localidades alejadas de los habituales centros de formación, siendo la modalidad de educación a distancia una alternativa de cursado que favorece el acceso a la capacitación.

La duración del curso fue de seis meses y se diseñó con cinco instancias presenciales alternadas con períodos destinados a estudio autónomo, con apoyo tutorial permanente a cargo del equipo docente autor de los materiales a los que se sumó un equipo de profesores – tutores.

El plan de acción tutorial incluyó el uso del entorno virtual de tecnología “e-ducativa.com”, con empleo del correo interno grupal e individual de la plataforma y espacios en foros, la posibilidad del chat para intercambios informales, el fax, el teléfono y, de resultar conveniente a los destinatarios, eventuales consultas cara a cara en la propia institución.

Los treinta profesores-alumnos del curso se integraron en grupos de dos, tres o cuatro integrantes. Cada grupo tenía asignado un tutor responsable del seguimiento del grupo como tal y de cada integrante en particular, de brindar el apoyo necesario, de corregir y devolver los trabajos.

Todos los tutores estaban coordinados a su vez por un equipo integrado por dos profesores, autores del curso, los que cumplieron roles de tutor general de contenidos y tutor - coordinador.

En el marco de la acción tutorial se propusieron nuevas actividades cuando la situación lo aconsejaba; se asesoró sobre bibliografía y la búsqueda de fuentes de información alternativas; se supervisaron y evaluaron los trabajos requeridos; se coordinaron encuentros con grupos de estudio. La investigación que se presenta en este trabajo forma parte del conjunto de estrategias evaluativas para la mejora continua del curso en cuanto a diseño y desarrollo en sus distintas fases (Pérez Juste, 1992; Gento Palacios, 1994; Aguerro, 1993).

Problema de investigación y objetivos

Como parte de este conjunto de estrategias, en una primera etapa centramos nuestra investigación en el análisis de los errores y problemas detectados en base al procesamiento de las consultas y la ejercitación presentada por los docentes – alumnos a lo largo del curso.

En tal oportunidad encontramos que el mayor porcentaje de errores (37%) correspondía a la categoría de aquellos relacionados con los contenidos y procedimientos matemáticos, y no con cuestiones referidas al software o a la Plataforma como habíamos supuesto (Mansilla-Panella-Paván-Sadagorsky, 2005).

Nos proponemos ahora realizar el análisis de estos errores matemáticos para responder a la pregunta ¿qué tipo de errores conceptuales y procedimentales se detectan?

Encuadre Teórico de la Metodología

A lo largo de los estudios de investigación en educación matemática podemos encontrar gran variedad de métodos para el estudio de los errores en Matemática. Mulhern los agrupa en cuatro categorías:

- ♦ Conteo del número de soluciones incorrectas a una variedad de problemas.
- ♦ Análisis de los tipos de errores cometidos.
- ♦ Análisis de patrones de error.
- ♦ Construcción de problemas de tal modo que puedan provocar errores en los individuos

Para nuestro análisis elegimos encuadrarnos en la segunda de estas categorías, clasificando en distintos tipos los errores cometidos por los docentes-alumnos del curso y reflexionando sobre los factores que pueden haber conducido a los mismos.

La clasificación adoptada comprende seis categorías descriptivas y resulta de un proceso de análisis, puesta a prueba y adaptación de otras clasificaciones hechas por distintos autores como por ejemplo Movshovitz – Hadar, Invar y Zaslavsky, (1987).

A continuación exponemos dicha clasificación de errores, junto con un ejemplo textual extractado de los distintos registros de consultas, respuestas y correcciones relativas a las actividades que proponía el desarrollo del curso:

- *E1*: Errores debido a la realización incorrecta de una operación o un proceso de cálculo. Por ejemplo: “Falta una solución de la ecuación $e^x = x^3$. Te sugiero que además grafiques

ambas funciones y observes que hay dos puntos de intersección entre las curvas correspondientes.”

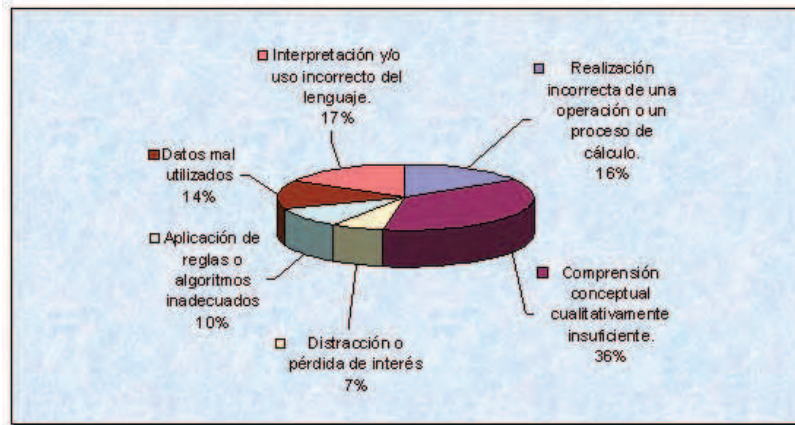
- E2: Errores por una comprensión conceptual cualitativamente insuficiente. Por ejemplo: “Así como está definida g no es función, por lo tanto realizaste cálculos carentes de sentido sin efectuar previamente una restricción en el dominio ...” o “Decís que el dominio de la función son los reales menores o iguales que 1, por lo tanto no puede existir el límite cuando $x \rightarrow 1$ y sí puede existir el límite por izquierda.”
- E3: Errores mecánicos por distracción o pérdida de interés. Por ejemplo: “En las ecuaciones 7, 9 ...tenés errores de copia en los signos al ingresar las mismas.”
- E4: Errores debidos a la aplicación de reglas o algoritmos inadecuados. Este tipo de errores surge con frecuencia por aplicar con éxito reglas o estrategias similares en áreas de contenidos diferentes. Por ejemplo: “A través del planteo expresado no queda verificada la periodicidad pedida para $\text{cosec } x$ ”
- E5: Datos mal utilizados. Se incluyen aquí aquellos errores que se han producido por alguna discrepancia entre los datos que aparecen en una cuestión y el tratamiento que le ha dado el docente – alumno. Por ejemplo: “Las últimas dos soluciones que da el programa para esta ecuación son extrañas al problema y se puede salvar este error del programa eliminando primero los denominadores como se hace con lápiz y papel”.
- E6: Interpretación y/o uso incorrecto del lenguaje. Se incluyen en este caso los errores debidos a una traducción incorrecta de hechos matemáticos descriptos en un lenguaje simbólico a otro lenguaje simbólico distinto, por ejemplo al poner un problema en ecuaciones expresando una relación diferente de la enunciada o al interpretar incorrectamente símbolos gráficos como términos matemáticos y viceversa. Por ejemplo: “La fórmula de la función no se corresponde con el enunciado y no representa la cantidad de cuadradas caminadas.”

Desarrollo de la investigación

A raíz de un exhaustivo análisis de los errores relacionados con los contenidos y procedimientos matemáticos detectados al comienzo de nuestra investigación, realizamos el siguiente conteo:

Errores relacionados con los contenidos y procedimientos matemáticos:		
E1	Realización incorrecta de una operación o un proceso de cálculo.	37
E2	Comprensión conceptual cualitativamente insuficiente.	84
E3	Distracción o pérdida de interés	15
E4	Aplicación de reglas o algoritmos inadecuados	23
E5	Datos mal utilizados	32
E6	Interpretación y/o uso incorrecto del lenguaje.	38
Total		229

Para una mejor visualización de estos resultados mostramos a continuación el gráfico de torta correspondiente:



El resultado obtenido es coherente con lo que sospechamos al concluir la primera fase, dado que no habiendo hecho en esa oportunidad una clasificación y recuento de los errores matemáticos en particular, ya habíamos detectado que muchos de ellos eran de tipo conceptual y correspondían en su mayoría a la comprensión de los conceptos de: dominio de una función, composición de funciones, límite y continuidad en un punto.

Reflexión y líneas futuras

Con miras a cumplir parte de los objetivos generales que nos fijamos al comienzo de nuestra investigación:

- 1) Realizar aportes a la articulación entre la enseñanza media y la universidad,
- 2) Modificar nuestras concepciones previas acerca del nivel de conocimientos matemáticos que posee un profesor de Matemática, ya que partir de un diagnóstico más preciso y real respecto a su formación, nos permitirá enfocarnos en la resolución de las deficiencias detectadas
- 3) Abocarnos al diseño y aplicación de estrategias conjuntas con los institutos de formación docente, que contribuyan a mejorar la calidad del profesional egresado,
- 4) Reeditar este curso de Formación Docente

Entre las propuestas superadoras referidas al re-diseño e implementación de este curso consideramos las siguientes:

- Incluir mayor cantidad de elementos de evaluación reguladores del proceso: como por ejemplo mayor cantidad de instancias presenciales, actividades integradoras y de diagnóstico al finalizar y comenzar cada módulo respectivamente.
- Desglosar el módulo que contiene los fundamentos teóricos e intercalarlo en cada uno de los módulos donde se trabajan los contenidos correspondientes con el software Derive.
- Reelaborar las actividades incluidas en cada módulo buscando incorporar más propuestas que se enfoquen en lo netamente conceptual. Por ejemplo incorporar más actividades que trabajen el concepto de límite y no tanto el cálculo del mismo.
- Ordenar las actividades de tal manera que primero se trabajen aquellas que requieren del dominio de los conceptos matemáticos por parte de los docentes – alumnos, y sólo una vez corregidas éstas, se planteen las que requieran mayor operatoria y cálculo.

- Ampliar los tiempos de entrega de las actividades (sobre todo del primer tipo) para favorecer el estudio, las consultas y la investigación por parte de los docentes – alumnos y poder realizar un mejor seguimiento de las mismas por parte de los tutores del curso.

Éstas son sólo algunas de las propuestas sobre las cuales trabajaremos a medida que continuamos avanzando en esta investigación, incorporando los elementos de análisis que se desprendan de las próximas fases.

Creemos además muy importante abrir y mantener un espacio de diálogo entre la Universidad y los Institutos de Formación Docente que garantice la retroalimentación de estos resultados y posibilite el planteo de necesidades desde ambas Instituciones, y propuestas que busquen su satisfacción.

Referencias bibliográficas

- Aguerrondo, I. (1993). La calidad de la educación: ejes para su definición y evaluación. *Revista Interamericana de Desarrollo Educativo*. Año XXXVII, , num 1166, III. Washington: Organización de Estados Americanos.
- Brousseau, G. (1983). Les obstacles épistémologiques et la didactique des mathématiques. *Recherches en didactique de les mathématiques Vol 4, num 2*: 165-198.
- Gento Palacios, S. (1994). Participación en la gestión educativa. Buenos Aires: Edit Aula XXI. Santillana.
- Kilpatrick, Jeremy. (1992). A History of Research in Mathematics Education. En Grouws, D. A. (Ed.). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. (pp. 3-38). New York: Macmillan.
- LLinares, S. (1998). La investigación “sobre” el profesor de Matemáticas: aprendizaje del profesor y práctica profesio
nal. *Aula Vol.10*, 153-179.
- Mansilla, Panella, Paván, Sadagorsky. (2005). Funciones con Derive ... a distancia: categorización y análisis de errores. *Acta latinoamericana de Matemática Educativa (ALME)*. Vol 19: 886–891.
- Movshovitz - Hadar, N.; Inbar, S.; Zaslavsky, O. (1987). Un modelo empírico de clasificación de errores en matemáticas de high schools. *Journal for Research in Mathematics Education*. Vol. 18, num 1: 3-14.
- Pérez Juste, Ramón; Martínez Aragón, Lucio. (1992). Evaluación de centros y calidad educativa. Madrid: Editorial Cincel.
- Rico, L. (1995). Educación Matemática. *Errores en el aprendizaje de las matemáticas*. Colombia: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Radatz, H. (1980). Student’s errors in the mathematical learning process: a survey. *For the learning of Mathematics*.