UNA FORMA DIVERTIDA DE EXPERIMENTAR Y JUGAR CON LA ESTADISTICA

Esteban Szigety, Javier E. Viau y Alejandra Tintori Ferreira
Facultad de Ingeniería. Universidad Nacional de Mar del Plata. Argentina
grupodidacticadelaciencia@gmail.com

Resumen. La Estadística tiene cada vez más influencia en la sociedad. Las razones para incluir su enseñanza en el nivel medio superior (16-18 años) se ha subrayado repetidamente durante los últimos 20 años.
La Física emplea un tratamiento estadístico (Mecánica Estadística) cuando se trata de analizar sistemas que están compuestos por un gran número de partículas.
El trabajo es un reporte de un taller para docente llevado a cabo en la Vigésimo Séptima Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa. El mismo se fundamenta en la utilización de una actividad experimental basada en un modelo didáctico para ser implementada en el aula con el objetivo de que los alumnos accedan a los conocimientos estadísticos necesarios para interpretar el movimiento Browniano.
Palabras clave: estadística, capacitación docente, pensamiento matemático
Abstract. The statistic has increasing influence in society. The reasons for including its teaching at the high school level (16-18 years) have been suggested repeatedly over the past 20 years.
Physics employs a statistical processing (Statistical Mechanics) when analyzing systems that are composed of a large number of particles.
The work is a report of a workshop for teacher carried out in the Twenty-seventh Latin-American Meeting of Educational Mathematics. The same one is based on the utilization of an experimental activity based on a didactic model to be implemented in the classroom by the aim that the pupils accede to the statistical necessary knowledge to interpret the movement Browniano.
Key words: statistics, educational training, mathematical thought

Introducción

La Estadística tiene cada vez más influencia en la sociedad. En los periódicos aparecen diariamente resultados estadísticos sobre economía, salud, opinión, política.

La estadística hace acto de presencia cuando el grado de conocimiento de un fenómeno es impreciso. La Física emplea un tratamiento de tipo estadístico al analizar sistemas que están compuestos por un gran número de elementos minúsculos, ante la imposibilidad de estudiar sistemáticamente las trayectorias de las partículas. Así, la Mecánica Clásica deriva en lo que conocemos como Mecánica Estadística, que es la aplicación de la estadística para el tratamiento de grandes poblaciones en el campo de la Mecánica en lo que concierne al movimiento de partículas u objetos cualesquiera sometidos a interacciones. Suministra una base de relación de las propiedades microscópicas de los átomos y moléculas individuales con las propiedades macroscópicas de los cuerpos.

Son muchas las razones presentadas en la literatura respecto a la necesidad de actualizar los currículos de física, en particular en secundaria, contemplando temas de mecánica estadística y física moderna (Gil Pérez, Senent, y Solbes, 1986; Barojas, 1988; Terrazzan, 1992).

La enseñanza de temas actuales de la física puede contribuir para transmitir a los alumnos una visión más correcta de esa ciencia y de la naturaleza del trabajo científico, superando la visión lineal, netamente acumulativa del desarrollo científico que impregna los libros de texto y las clases de física hoy utilizados.

Al abordar temas de mecánica estadística en el aula de Física, el docente se enfrenta con la existencia de una problemática educativa, que tiene su raíz en la falta de conocimiento de conceptos estadísticos por parte de los alumnos (Meletiou-Mavrotheris y Stylianou, 2003).

Las razones para incluir la enseñanza de la estadística en el nivel secundario se ha subrayado repetidamente durante los últimos 20 años (Wild y Pfannkuch, 1999; Gal, 2002), basadas en la utilidad de la estadística y probabilidad en la vida diaria, su papel instrumental en otras disciplinas, la necesidad de un conocimiento estocástico básico en muchas profesiones y el papel de la estadística en el desarrollo de un razonamiento crítico.

En el trabajo se presenta el reporte de un taller para docentes, fundamentado en la utilización de una actividad experimental, basada en un modelo didáctico (Viau, Moro, Zamorano y Gibbs, 2008), que puede ser desarrollada en el aula con el objetivo de que los alumnos tengan acceso a los conocimientos estadísticos necesarios para interpretar el movimiento Browniano.

El movimiento Browniano fue observado por primera vez por el botánico Robert Brown en 1827, cuando estaba estudiando la polinización de un cierto tipo de planta, Clarkia pulchella, para lo que observaba bajo el microscopio una suspensión de granos de polen en agua. Observó que había unas pequeñas partículas alrededor de los granos de polen que estaban en constante e irregular movimiento. El origen de este movimiento es debido a los impredecibles choques de las moléculas, en este caso de agua, con las partículas de polen.

El modelo didáctico utilizado en el taller se basa en el denominado "Paseo del borrachín" (Gamow, 1948). Mediante este modelo didáctico se desarrollan contenidos científicos relacionados con el movimiento Browniano, en forma integrada con contenidos matemáticos, en el marco de la ciencia escolar, (Gellon, Rosenvasser Feher, Furman, y Golombek, 2005).

Marco Teórico

a) Introducción al cálculo de probabilidades y estadística: El problema más sencillo del cálculo de probabilidades se presenta cuando se lanza al aire una moneda. Todos sabemos que es igual la probabilidad de que la moneda caiga cara o cruz. Pero ¿cuál será la situación si se deja caer consecutivamente la moneda dos veces seguidas, o lo que es lo mismo, si se dejan caer dos monedas simultáneamente? En la Figura 1 se muestran los gráficos que utilizamos en el aula a modo de imagen a los efectos de construir en el alumno la idea de repetición de eventos equiprobables.

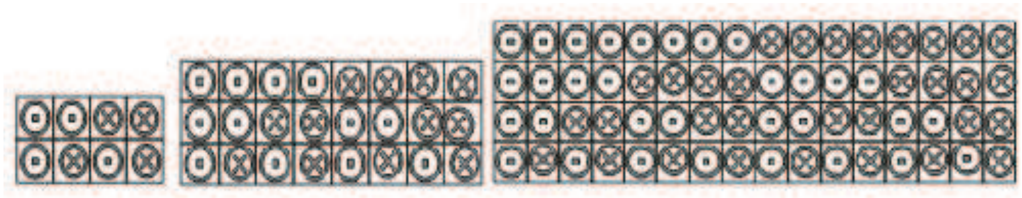

Figura 1: Distribución de caras y secas al arrojar 2, 3 y 4 monedas

Este juego con monedas, particularmente sencillo, permite no sólo abordar e introducir las simples leyes del cálculo de probabilidades sino que proporciona un buen ejemplo de lo que se entiende al decir que las leyes de la probabilidad se hacen más exactas a medida que aumenta el número de ensayos. A partir de la experiencia con lanzamientos se presenta el siguiente gráfico (Figura 2), que muestra las probabilidades de obtener números diferentes de caras y cruces para dos, tres, cuatro y un centenar de ensayos. La figura permite visualizar cómo a medida que aumenta el número de pruebas se hace cada vez más nítida y pronunciada la curva de la probabilidad, mostrando claramente un valor máximo para número iguales de caras y cruces.

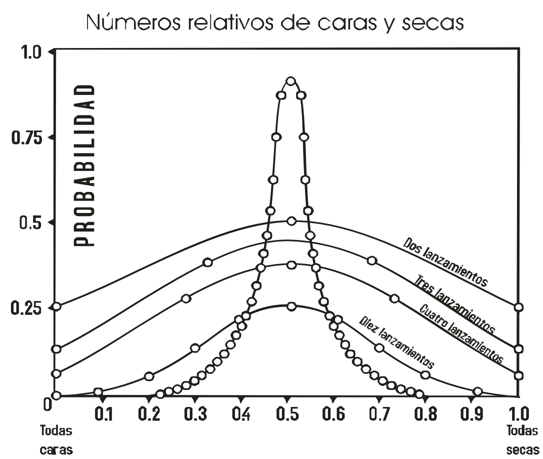

Figura 2: Probabilidad de distribución de caras y secas

b) El modelo físico estadístico: Al estudiar sistemas compuestos por un número muy grande de componentes atómicos, la Física abandona el proyecto de analizar detalladamente trayectorias, y lo substituye por un tratamiento estadístico. Maxwell introduce el nombre mecánica estadística en 1879 y la probabilidad comienza a reemplazar a la certeza. Sin embargo, paradójicamente, es justamente el enorme número de elementos microscópicos que componen los materiales, el que permite resultados estadísticos de gran precisión y confiabilidad.

El darse cuenta de la imposibilidad de una descripción detallada, determinista, de un sistema macroscópico, abre las puertas para otras descripciones más útiles y quizás con más poder de predicción efectivo. Einstein, en uno de los artículos de su "annus mirabilis" de 1905 introdujo una de tales descripciones para tratar el problema del llamado movimiento Browniano. Por métodos estadísticos obtiene una ecuación que representa el movimiento de las moléculas de agua golpeando a los granos de polen o de cualquier otro cuerpo minúsculo suspendido en un fluido.

c) El modelo didáctico "El paseo del borrachín": Debido a la dificultad que presentan los alumnos de enseñanza secundaria frente a la posibilidad de incorporar conceptos estadísticos, las estrategias didácticas que vayan a ser elaboradas en torno a la enseñanza de la Estadística, no pueden ser concebidas dentro de un marco rígido sino que deben estar libres a la creatividad, donde tanto docentes como estudiantes fomenten su capacidad creadora y espíritu crítico.

El abordar temas de mecánica estadística en al aula de Física, en este caso bajo una actividad que deriva de una analogía didáctica, ("El paseo del borrachín"), permite conceptualizar adecuadamente al modelo microscópico del movimiento Browniano.

En el aula una vez introducido el concepto de cálculo de probabilidades, se plantea el siguiente problema: imaginemos a un borracho que, apoyado sobre un farol decide comenzar a caminar y desplazarse. Bajo esta situación problemática analógica se pretende despertar la motivación y el interés por parte de los alumnos, lo que permitirá posteriormente abordar el problema planteado con un lenguaje matemático adecuado.

Objetivos del taller docente

El principal objetivo fue presentar a la estadística como un conjunto de herramientas (métodos y técnicas) disponibles para la interpretación del conocimiento científico. Como así también, compartir con los asistentes al taller una propuesta didáctica que permite en la práctica relacionar y vincular la física con la matemática.

Metodología del taller docente

Participantes y contextualización: el taller se realizó en el marco de la celebración de la Vigésimo Séptima Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa, RELME 27, en Buenos Aires (Argentina), del cual participaron 22 docentes que desarrollan sus prácticas en diversas áreas científicas (matemática, física y química) en el nivel secundario y universitario.

Actividades: Dentro de las actividades desarrolladas se pueden señalar: experiencias de laboratorio con materiales sencillos y cotidianos, la observación y discusión de simulaciones en videos, la experimentación con juegos de azar, el análisis de los propios procesos de pensamiento y la confección y análisis de gráficos estadísticos.

Implementación de la propuesta

La implementación de la propuesta se organizó en tres etapas:

1º) *Presentación del fenómeno que caracteriza al movimiento Browniano.*

Se comenzó con la visualización e interpretación de un video (http://www.youtube.com/watch?v=Eeu6H_AQRek) en el cual está modelizada la observación realizada por Robert Brown.

A partir de la discusión del contenido científico aportado por el video y con la finalidad de recrear el fenómeno descripto, se trabajó con una actividad experimental consistente básicamente en dejar caer unas gotas de tinta en dos recipientes con agua que se encontraban a distintas temperaturas, observando que la tinta se difunde por el agua al cabo de un tiempo dependiendo de la temperatura. La difusión de la tinta se debe al movimiento aleatorio de las moléculas de agua que aumenta con el incremento de la temperatura.

Con estas actividades los asistentes lograron una primera aproximación y conceptualización del movimiento Browniano, para luego comenzar a trabajar con el modelo didáctico.

2º) *Presentación de un modelo didáctico: El paseo del borrachín (Gamow, 1948).*

Presentamos a los participantes la analogía entre la caminata errática de un borracho desde un farol y el movimiento Browniano. La pregunta instaurada fue: ¿a qué distancia del farol es más probable encontrar al borracho luego de dar por ejemplo 100 pasos, imaginando que cada paso tiene una longitud promedio de 1 metro? Al principio se podría pensar que, a causa de la imprevisibilidad de cada cambio de dirección, no hay manera de contestar esta pregunta.

Esta instancia se desarrolló dentro del marco teórico correspondiente instaurando la idea de que cada paso puede pensarse como un vector, en donde la dirección y sentido son totalmente aleatorias y equiprobables, al igual que el arrojar una moneda al aire, pero con infinitas direcciones y sentidos posibles. Un gráfico de los pasos representado por vectores permite geométricamente visualizar la necesidad de realizar una suma vectorial de 100 vectores, que se deben sumar componente a componente: 100 componentes X y 100 componentes Y. La imagen que crea un gráfico vectorial de este tipo, como muestra la Figura 3, fortalece la idea de lograr una formulación matemática adecuada de la problemática planteada.

La formulación matemática, para n pasos, lleva a la siguiente expresión para la distancia final más probable: $R = \sqrt{N} \bullet Lmed$

Este resultado significa que la distancia más probable entre el borrachín y el farol después de un número grande de pasos irregulares en su caminata, es igual a la longitud media de los trayectos rectos que camina (*Lmed*), por la raíz cuadrada de su número (*N* = N° de pasos).

Dentro de los comentarios que genera el resultado obtenido mediante la matematización de la problemática, se encuentra el hecho de que si el borracho da un paso promedio de 1 metro, antes de cambiar de dirección, lo más probable será encontrarlo a 10 metros del farol después de una caminata de 100 pasos. Aquí es donde entra en juego la naturaleza estadística del problema. Esto no significa que no exista una probabilidad de encontrarlo a 100 metros si todos los pasos los hubiera dado en la misma dirección y sentido, como tampoco significa que no exista una probabilidad de encontrarlo en el mismo farol.

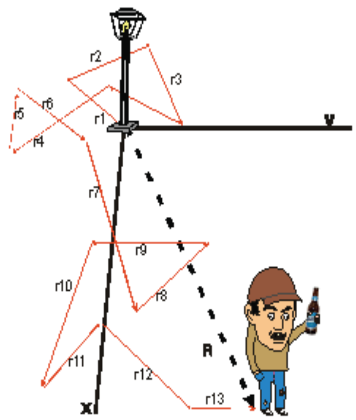

Figura 3: Gráfico vectorial de la caminata del borrachín

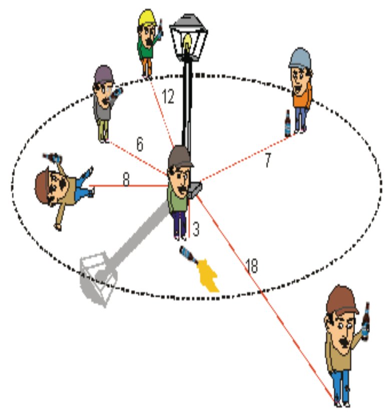

Figura 4: Distribución estadística 6 borrachines

Simplemente significa que, habiendo un gran número de caminatas, o de borrachines, lo más probable es encontrar que los mismos están distribuidos de tal forma que la distancia promedio al farol es de 10 metros luego de realizar 100 pasos.

Cuanto mayor sea el número de borrachines, y mayor el número de cambios de dirección en sus paseos desordenados, más exacta es la predicción. La Figura 4 muestra esta situación para seis borrachines que caminan.

Si se observa a través de un microscopio el movimiento browniano de un gran número de pequeñas partículas de polen suspendidas en una gota de agua, y si se fija la atención sobre un cierto grupo de ellas concentradas en una pequeña región dada, se notará que en el transcurso del tiempo se dispersan gradualmente por todo el campo visual, y que su distancia media desde el origen aumenta en proporción a la raíz cuadrada del intervalo de tiempo transcurrido, tal como lo requiere la ley matemática por la cual se calcula la distancia del paseo del borrachín.

3º) *Representación del modelo propuesto por Gamow.*

Proponemos mediante dispositivos sencillos simular la aleatoridad de la caminata del borracho. Se pensó en dar 8 direcciones posibles a la misma, analogándolas a las siguientes direcciones geográficas: N, S, E, O, NE, NO, SE, SO. Se solicitó a los asistentes que construyeran algún dispositivo o idearan algún método para obtener estas 8 alternativas en forma equiprobable. Esta actividad estuvo fundada en mostrar un suceso aleatorio diferente a lo que puede ser una simple moneda. Con el dispositivo ideado, los docentes representaron en un papel milimetrado el resultado de graficar 100 pasos del borrachín. Cada paso fue analogado con un vector de 1 cm (longitud media del paso) y con la dirección y sentido obtenidas de 100 tiradas del dispositivo propuesto. Con los gráficos obtenidos, se sugirió a los docentes que realizaran al menos 3 caminatas, y registraran las distintas posiciones para 20, 40, 60, 80 y 100 pasos. La idea fue que con las caminatas de 100 pasos realizadas por cada docente, obtengan un diagrama similar al de la Figura 3 en donde se pudiera visualizar la distribución de los distintos borrachos luego de sus caminatas

Actividades realizadas y resultados obtenidos en el taller

La actividad fue organizada según los siguientes pasos experimentales:

Paso1: Diseñar un método con el cual se pueda obtener equiprobablemente ocho eventos. Los métodos propuestos fueron: 1-dado de ocho caras y 2- una ruleta.

Paso2: Realizar cien "tiradas" (pasos) con el método diseñado. En la tabla 1 se muestran algunos de los resultados obtenidos por los participantes.

CAMINATA	MÉTODO	DISTANCIA (cm)				
		20 pasos	40 pasos	60 pasos	80 pasos	100 pasos
A	1	3,2	2,9	9,3	14,2	11,4
B	1	3,9	5,3	7,6	5,1	12,1
C	2	2,4	3,8	6,3	10,4	15,9
D	2	3,6	5,9	3,5	2,1	3,4

Tabla 1: Distancias recorridas por los caminantes a los 20, 40, 60, 80 y 100 pasos

Paso3: Graficar los cien pasos del borrachín considerando cada paso como un vector de 1 cm de longitud, orientado según indique la tirada correspondiente. Luego calcular la distancia desde el punto de partida hasta la posición final. El gráfico 1 muestra las gráficas realizadas por los participantes del taller.

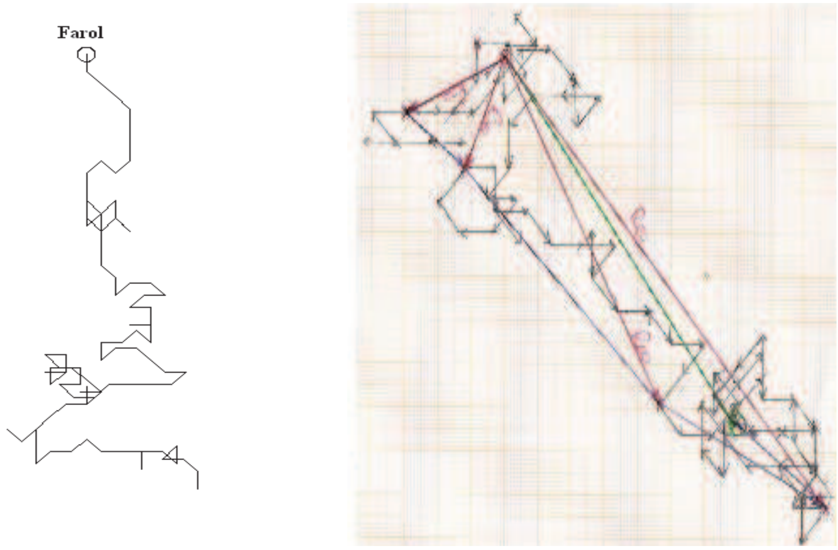

Gráfico 1: Posición final de cada borrachín alcanzada luego de 100 pasos.

Paso 4: Comparar los resultados obtenidos por este método estadístico (haciendo un promedio de todas las distancias) con los resultados obtenidos por la ecuación matemática.

En la tabla 2 se muestran los datos obtenidos en el desarrollo de la propuesta.

	Posición teórica ($R=\sqrt{N}\cdot$longitud del paso)	Posición experimental (Promedio de las distancias)
20	$\sqrt{20}=4,47$	4,42
40	$\sqrt{40}=6,32$	5,84
60	$\sqrt{60}=7,75$	6,75
80	$\sqrt{80}=8,94$	9,05
100	$\sqrt{100}=10,00$	9,78

Tabla 2: Comparación entre la posición teórica y posición experimental obtenidas.

Consideraciones finales

Los verdaderos protagonistas del proceso de mejoramiento de la enseñanza son los docentes que logren planificar distintas formas de enseñanza que promuevan la motivación de su alumnado.

En el taller los docentes fueron participes activos en el desarrollo de una propuestas didáctica innovadora, que les permitió despertar su imaginación y creatividad para abordar distintas actividades que integran la física con la matemática. Creemos que mediante esta metodología de trabajo resulta posible promover su utilización en el aula.

Referencias bibliográficas

Barojas, J. (ed.) (1988). *Cooperative networks in physics education*. Nueva York: American Institute of Physics (AIP Conference Proceedings, 173).

Gal, I. (2002). Adult's statistical literacy. Meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70 (1), 1-25.

Gamow, G. (1948). *Uno dos tres infinito*. Buenos Aires: Espasa – Calpe.

Gellon, G., Rosenvasser Feher, E., Furman, M. y Golombek, D. (2005). *La ciencia en el aula*. Buenos Aires: Paidós.

Gil Pérez, D., Senent, F. y Solbes, J. (1986). Análisis crítico de la introducción de la física moderna en la enseñanza media. *Revista de Enseñanza de la Física*, 2(1), 16-21.

Meletiou-Mavrotheris, M. y Stylianou, D. (2003). On the formalist view of mathematics impact on statistics instructions and learning. En *Proccedings of the III Conference of the European Society for Research in Mathematics Education*. Belaria, Italia. Recuperado de http://www.dm.unipi.it/~didattica/ CERME3/proceedings/ Groups/TG5/TG5_list.html

Terrazzan, E. (1992). A inserção da física moderna e contemporânea no ensino de física na escola de 2º grau. *Caderno Catarinense de Ensino de física*, 9 (3), 209-214.

Viau, J., Moro, L., Zamorano, R. y Gibbs, H. (2008). La transferencia epistemológica de un modelo didáctico analógico. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias,* 5 (2), 170-184.

Wild, C. y Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67 (3), 221-248.