

## ESTUDIO TEÓRICO Y EXPERIMENTAL SOBRE DIFICULTADES EN LA COMPREENSIÓN DEL CONTRASTE DE HIPÓTESIS EN ESTUDIANTES UNIVERSITARIOS

María Inés Rodríguez

Departamento de Matemática. Facultad de Ciencias Exactas, Fis.-Químicas y Naturales.  
Universidad Nacional de Río Cuarto. Córdoba ARGENTINA  
[mrodriguez@exa.unrc.edu.ar](mailto:mrodriguez@exa.unrc.edu.ar)

Campo de Investigación: Probabilidad, estadística y combinatoria; Nivel Educativo:  
Superior.

### RESUMEN

Existe en la actualidad una demanda creciente de formación estadística, para una variedad cada vez mayor de disciplinas no necesariamente relacionadas con las matemáticas. Es muy compartida la idea de que en esto, tiene mucho que ver, la gran disponibilidad, de microordenadores y paquetes estadísticos fácilmente manejables que posibilitan la aplicación de procedimientos estadísticos complejos de manera rápida. Sin embargo, esta facilidad de aplicación no siempre trae aparejado el uso correcto de las nociones estadísticas empleadas. Mientras que el cálculo estadístico se halla al alcance de la mayor parte de los usuarios, no puede decirse lo mismo de lo que autores como Hawkins (1990), denominan razonamiento estadístico. En este campo, Wild y Pfannkuch (1999), describen un modelo teórico que pretende ser útil para analizar el razonamiento estadístico envuelto en la resolución de problemas. En este trabajo resumimos un proyecto de investigación centrado en la resolución de problemas de contrastes de hipótesis estadísticas, utilizando como referente teórico para el análisis del razonamiento empleado por los estudiantes, el modelo descrito por estos autores.

### INTRODUCCIÓN

En el campo de la estadística se recomienda, con carácter general, la enseñanza mediante la realización de proyectos que incluyen la definición del problema, el plan de resolución, la toma de datos, su análisis y conclusiones, que constituyen la solución aportada al problema propuesto. Este largo proceso involucra un *razonamiento estadístico* complejo, no definido y, probablemente, difícil de definir. Al respecto, dice Snee (1999), “el desarrollo del razonamiento estadístico es el próximo paso en el desarrollo de la disciplina estadística”. Consideramos que es tarea de la investigación educativa específica tratar de dar soluciones a este problema con aportaciones que aproximen al menos, una caracterización del mismo con el fin de que pueda ser empleado en la enseñanza de la estadística, principalmente aunque no exclusivamente, en el nivel universitario. Esta idea comenzó a difundirse en la última década del siglo XX, por algunos miembros de la American Statistical Association (ASA), como así también por investigadores en educación estadística integrantes de la Internacional Association for Statistical Education (IASE).

Por otra parte, encontramos en Vallecillos (1996), que, aunque escasas, existen precedentes de investigaciones que alertan sobre las dificultades específicas que experimentan los estudiantes universitarios en la resolución de problemas y en las aplicaciones de los métodos estadísticos en sus campos de actuación profesional. Muchas veces su origen está situado en errores conceptuales que están relacionados con la epistemología de la propia ciencia o con la enseñanza recibida. En cualquier caso, es la educación estadística la que debe atender a solucionar estos problemas detectados mediante la investigación y su aplicación a la mejora de la enseñanza en las aulas.

En este trabajo se presenta un proyecto de investigación que se está llevando a cabo en la Universidad Nacional de Río Cuarto, Córdoba, Argentina, (aprobado y subsidiado por la Secretaría de Ciencia y Técnica de la UNRC), centrado en la resolución de problemas de contrastes de hipótesis estadísticas. Utilizamos como referente teórico para el análisis, del razonamiento estadístico empleado por los estudiantes, el modelo descrito por Wild y Pfannkuch (1999).

### **PROBLEMÁTICA**

Por lo general todo curso elemental de estadística, incluye el tema de la Inferencia por considerarlo como básico, tanto por su capacidad de ayudar en la toma de decisiones, como en la predicción. Estos dos tipos de cuestiones no son independientes pues a menudo, la toma de decisiones está ligada a algún tipo de predicción, siempre en determinadas condiciones. Así encontramos que los actuales currículos universitarios de casi todas las carreras, contienen prácticamente todos ellos, en sus primeros cursos una asignatura de Estadística Aplicada, que si bien tiene por objetivo, realizar una introducción a los métodos estadísticos más elementales, cabe mencionar al respecto, lo que sostiene Moore (1998): “Uno de los problemas principales en un curso introductorio de estadística a nivel universitario es hacer la transición del análisis de datos a la inferencia”.

Dentro de la Estadística Inferencial los grandes temas de estudio son: los métodos de estimación y el contraste de hipótesis. En este caso, la decisión de estudiar el contraste de hipótesis ha sido tomada teniendo en cuenta razones de tipo didáctico, señaladas por otros investigadores y que compartimos, como así también por considerar que en la actualidad es la metodología inferencial más utilizada por la mayoría de los investigadores de todas las disciplinas, encontrándose grandes confusiones conceptuales en su aplicación, que traen aparejados grandes riesgos en sus conclusiones.

### **EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN**

Considerando que gran parte de las dificultades en la utilización de los métodos de inferencia estadística, pueden solucionarse con nuevas propuestas en su enseñanza, se pretende en este trabajo detectar las dificultades que lleva consigo la aplicación por parte de los estudiantes, de los contrastes de hipótesis.

Por lo tanto la investigación se dirige a completar algunos trabajos realizados en el campo de la didáctica de la estadística, sobre errores conceptuales referidos al nivel de significación y a la lógica de los métodos de contrastes de hipótesis, que se presentan en estudiantes universitarios, particularmente en su proceso de resolver problemas. También interesa conocer más de cerca la naturaleza de estos problemas y persigue como meta brindar elementos a los profesores de Estadística y Matemáticas de distintos niveles educativos, que contribuyan a superar algunos obstáculos existentes en el proceso de enseñanza-aprendizaje de este tema. Esta meta se concretará, principalmente, con los objetivos que describimos a continuación.

#### **Objetivos**

- Completar los análisis teóricos, conceptuales y procedimentales de la resolución de problemas estadísticos en estudiantes universitarios ya existentes que nos permitirán desplegar la complejidad del tema, aparentemente no trivial. Asimismo, el análisis del concepto de “resolución de problemas” nos proporcionará una información útil para la interpretación de los errores y destrezas de los alumnos.
- Construir para aplicar en una muestra de alumnos un instrumento de determinación de estrategias de resolución, errores y destrezas de los alumnos,

sobre el concepto de contraste de hipótesis con una validez de contenido Thorndike, (1989), que nos permita obtener un diagnóstico que pueda ser comparable con otros resultados obtenidos en otras latitudes.

- Elaborar una propuesta didáctica innovadora, teniendo en cuenta el análisis realizado de las principales concepciones erróneas detectadas, realizando su implementación experimental con una muestra de profesores y alumnos.

## **MARCO TEÓRICO**

Como hemos indicado anteriormente, el razonamiento estadístico implicado en la resolución de problemas del que profesores y alumnos hablan constantemente en las aulas, es algo inaprensible, no definido y, probablemente, difícil de definir. Wild y Pfannkuch (1999) describen una investigación realizada, con el objetivo de conocer la naturaleza del razonamiento estadístico, sobre una muestra de estudiantes de estadística y estadísticos profesionales. Estos autores analizan los procesos de pensamiento implicados en la resolución de problemas estadísticos y, a partir de los datos obtenidos, desarrollan un esquema teórico para explicar el pensamiento estadístico implicado en la investigación experimental. Describen un marco para los patrones de pensamiento implicados en la resolución de problemas y la integración de elementos estadísticos en ellos, que consta de cuatro dimensiones:

### **Dimensión 1: Ciclo investigativo.**

El cual comprende: Interpretación del problema, planificación y diseño de la experiencia o muestra, determinación del tipo de datos, análisis de resultados y conclusiones.

### **Dimensión 2: Tipos de pensamiento.**

Plantean por un lado, la presencia de un tipo de pensamiento general: estratégico, con búsqueda de explicaciones y aplicación de técnicas.

Por otro lado, cinco tipos específicos de pensamiento estadístico, que a continuación se describen brevemente:

- **Reconocimiento de la necesidad de datos:** la investigación estadística se basa en la idea de que muchas situaciones reales no pueden ser juzgadas sin la recopilación y el análisis de los datos adecuados. Se debe promover en los estudiantes, explorar los datos por diferentes caminos.
- **Transnumeración:** “La idea fundamental en la aproximación estadística al aprendizaje es que, formar y cambiar la representación de los datos o aspectos de un sistema, conduce a comprender mejor el sistema. Nosotros hemos acuñado la palabra transnumeración para referirnos a esta idea”, (Wild y Pfannkuch, 1999, pág. 227).

Este fenómeno ocurre en el proceso de transformación de una representación numérica a otra, que facilite la comprensión. Esto sucede cuando hay una descripción cuantitativa del sistema real, cuando los datos son transformados en el sistema estadístico, y cuando los resúmenes estadísticos se combinan en formas que se relacionan más directamente con el problema real

- **Consideración de la variación:** el pensamiento estadístico, en cualquier acepción moderna, se refiere al aprendizaje y la toma de decisiones bajo incertidumbre que, en la mayor parte de las ocasiones procede de la ‘variación’ o la ‘variabilidad’. La variación forma parte del problema concreto que no se reduce a ‘medir y modelar’, incluye también estrategias de aleatorización.
- **Modelos estadísticos propios:** cualquier tipo de razonamiento usa modelos. La principal aportación de la estadística al mundo del pensamiento han sido los modelos de pensamiento propios. En particular, los modelos para el diseño de

experimentos han sido desarrollados a partir de modelos matemáticos con la inclusión de componentes aleatorios. Recientemente hay una tendencia creciente a considerar la estadística como ciencia independiente de las matemáticas, Moore (1998), y es necesario extender el alcance de los métodos estadísticos.

- **Conocimiento del contexto, conocimiento estadístico y síntesis:** los elementos con los que se trabaja en esta disciplina son, el conocimiento del contexto, el estadístico y la información contenida en los datos. El razonamiento consiste en la síntesis de estos tres elementos para producir conocimiento y conjeturas. Muchos sostienen que la estadística es la disciplina que se dedica al estudio de los datos, pero sostiene Moore (1998), “debemos tener presente que los datos no son sólo números sino números en un contexto”. Por tal motivo se considera que los estudiantes no pueden adquirir razonamiento estadístico sin conocer *por qué* y *cómo* fueron obtenidos los datos.

#### **Dimensión 3: Ciclo interrogativo.**

Lo describen los autores como un proceso recursivo por el que las ideas previas y la información obtenida se van destilando y encapsulando para obtener la información relevante mientras se va descartando la información inútil.

#### **Dimensión 4: Disposiciones.**

Incluyen las aptitudes del resolutor: escepticismo, imaginación, curiosidad y capacidad de observación, apertura de mente, capacidad de profundizar en los significados, ser lógico, con compromiso y perseverancia en la tarea.

Estas cuatro dimensiones operan simultáneamente, es decir, en un determinado momento se puede estar operando en el ciclo investigativo (dimensión 1), manejando aspectos relacionados con la variación (dimensión 2), etc. Finalmente destacan, como importante característica emergente del pensamiento estadístico puesto en juego en la investigación experimental, la integración de la comprensión del problema real y el estadístico.

Por otra parte, Pfannkuch y Rubick (2002), identificando cada uno de estos elementos de razonamiento estadístico, especifican cinco cuestiones que deberían considerarse para determinar la manera en que los estudiantes construyen significados a partir de los datos:

- conocimiento contextual inicial y conocimiento estadístico;
- los estudiantes son capaces de pensar en un nivel más alto de lo que indican las representaciones construidas;
- representar y construir activamente (la activación de un diálogo constante entre los datos y ellos mismos, ayuda a los estudiantes a obtener información de los datos;
- entrelazar pensamiento local y global, y
- el cambio de pensamiento estadístico a través de diferentes representaciones.

### **METODOLOGÍA**

El proyecto de investigación está planteado para ser realizado en las siguientes etapas, encontrándonos en la actualidad desarrollando las dos primeras:

**Etapa 1:** Es la fase de estudio previo, que comprende los aspectos estadísticos, epistemológicos y didácticos del tema. En particular, en esta fase se está realizando el análisis de los resultados derivados de la investigación de Vallecillos, (1994) y del modelo descrito por Wild y Pfannkuch,(1999).

**Etapa 2:** Construcción de un cuestionario y ensayo en una muestra piloto. Dicho instrumento de recogida de datos es una adaptación del utilizado por Vallecillos, cuya validez y fiabilidad han sido estudiadas y justificadas.

**Etapa 3:** Elaboración y aplicación de la encuesta definitiva, teniendo en consideración los resultados obtenidos en la muestra piloto. Análisis didáctico y cognitivo de los resultados.

**Etapa 4:** Comparación de los resultados obtenidos con los publicados por otros investigadores. Elaboración de una ingeniería didáctica innovadora.

**Muestra:** Utilizamos una muestra voluntaria de alumnos de la Universidad Nacional de Río Cuarto (UNRC) que han cursado la asignatura Estadística durante los años comprendidos entre 2003 y 2005. Esta muestra piloto, está integrada por un total de 96 alumnos, 29 de la carrera de Biología, 22 de Microbiología y 45 de Agronomía.

**Cuestionario:** Interesados en identificar obstáculos epistemológicos, conceptuales y procedimentales de los alumnos y sus interrelaciones, se ha elaborado una encuesta piloto la cual consta de dos partes. Una destinada a establecer el conocimiento conceptual de los estudiantes, con 11 ítems, algunos para optar por Verdadero-Falso y otros para elegir la opción correcta. La otra parte la conforman tres problemas de aplicación, contextualizados en el currículo de los estudiantes de la muestra.

Los elementos conceptuales a que hacen referencia los ítems de la encuesta son los siguientes:

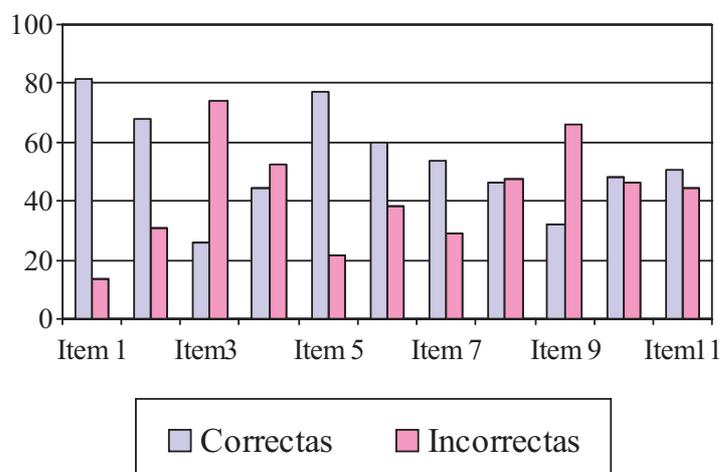
- Formulación de hipótesis: Ítems 1 y 2
- Interpretación del nivel de significación: Ítems 3, 6 y 10
- Error de tipo I: Ítem 4
- Establecimiento del nivel de significación: Ítem 5.
- Distribución muestral del estadístico: Ítem 7
- Interpretación de resultados: Ítem 8.
- Definición del nivel de significación: Ítems 9 y 11.

## SÍNTESIS DE RESULTADOS

### PARCIALES

El siguiente gráfico muestra el porcentaje de respuestas correctas e incorrectas para cada ítem del cuestionario aplicado en la muestra piloto de 96 alumnos de la UNRC.

**Distribución de los porcentajes de respuestas correctas e incorrectas para cada ítem**



La bibliografía consultada revela la existencia de concepciones erróneas muy generalizadas tanto entre estudiantes universitarios, como entre científicos que usan la inferencia estadística en su trabajo diario. Estas concepciones erróneas se refieren principalmente al nivel de significación, siendo la más generalizada, el no considerarlo como la probabilidad condicional de un suceso. En coincidencia con las investigaciones de Birnbaum (1982), Falk (1986) y de Vallecillos (1994), nosotros hemos identificado en nuestro estudio piloto, que existe gran dificultad en la interpretación del nivel de significación (ítem 3) y del error de tipo I (ítem 4). Al respecto, también cabe mencionar, que un error destacable en los estudiantes encuestados fue el de intercambiar los dos términos de la probabilidad condicional. Esto se comprobó con las respuestas a los siguientes ítems planteados:

**Ítem 9:** Un nivel de significación del 5% significa que, en promedio, 5 de cada 100 veces que rechazamos la hipótesis nula estaremos equivocados. *V/F*

**Ítem 11:** Un nivel de significación del 5% significa que, en promedio, 5 de cada 100 veces que la hipótesis nula es cierta, la rechazaremos. *V/F*

En el ítem 11 se presenta una interpretación frecuencial del nivel de significación y es correcto, mientras que en el ítem 9 se han intercambiado los dos sucesos que definen la probabilidad condicional y es incorrecto. Sin embargo sólo el 27,5% de los alumnos de Biología y Microbiología, y el 40% de los alumnos de Agronomía, respondió correctamente el ítem 9. Mientras que al ítem 11 lo respondieron correctamente sólo el 57,5% de los alumnos de Biología y Microbiología y el 40% de los de Agronomía. De este modo corroboramos que la mayoría de los estudiantes no son capaces de discriminar entre una probabilidad condicional y su inversa, mientras que gran parte de ellos consideran que ambos ítems son correctos, es decir no distinguen las diferencias entre las dos probabilidades condicionales.

Estos resultados obtenidos nos hace pensar que una de las maneras de corregir estos errores, puede ser introducir innovaciones en la manera de presentar la enseñanza de la probabilidad, en particular, la probabilidad condicional. Por lo tanto una de las innovaciones que estamos estudiando para introducir el año próximo, con miras a evitar estas confusiones en la comprensión e interpretación del nivel de significación, se refiere a la temática de probabilidad.

En cuanto al modelo utilizado, hay tres implicaciones prácticas del mismo que merecen ser mencionadas: Primero los docentes y los investigadores necesitan llegar a un consenso acerca de lo que ellos entienden por *razonamiento estadístico*, para estar en condiciones de comunicarse. Segundo: los docentes necesitan hacer una reflexión crítica acerca de sus modos corrientes de enseñar e identificar áreas que están actuando como barreras para el desarrollo del razonamiento estadístico de los alumnos. Tercero: se deben conocer y reconocer las trabas externas que se imponen a la enseñanza de la estadística. Esto permitirá que docentes e investigadores construyan nuevas maneras de transponer el conocimiento estadístico.

Para terminar, sólo queda agregar que este modelo teórico para describir el razonamiento puesto en juego en la resolución de problemas estadísticos, aporta un esquema que nos permitirá analizar en profundidad las respuestas de los estudiantes y entender las dificultades que encuentran y por qué. Esperamos que la información obtenida nos sirva para desarrollar nuevas propuestas de enseñanza que puedan facilitar la labor de los profesores y mejorar el aprendizaje de los estudiantes.

## **REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- Birnbaum, I. (1982). Interpreting Statistical Significance. *Teaching Statistics*, Vol. 4. 24-27.
- Falk, R. (1986). Misconceptions of Statistical Significance. *Journal of Structural Learning*, Vol.9, 83-96
- Hawkins, A. (1990). Success and Failure in Statistical Education. A UK Perspective. *Actas de la ICOTS III* (pp. 1-14). University of Otago, Dunedin, Australia.
- Moore, D.S. (1998). *Estadística Aplicada Básica*. Barcelona. Antoni Bosch editor.
- Pfannkuch, M., y Rubick, A. (2002). An exploration of students' statistical thinking with given data. *Statistics Education Research Journal* 1(2), 4-21.
- Snee, R. (1999). Discussion: development and use of statistical thinking: a new era. *International Statistical Review* 67(3), 255-258.
- Thorndike, R. L. (1989). *Psicometría aplicada*. México: Limusa
- Vallecillos, A. (1994). *Estudio teórico-experimental de errores y concepciones sobre el contraste estadístico de hipótesis en estudiantes universitarios*. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.
- Vallecillos, A. (1996). *Inferencia estadística y enseñanza: un análisis didáctico del contraste de hipótesis estadísticas*. Granada: Comares.
- Wild, C. y Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review* 67(3), 223-265.