"APRENDER A APRENDER" – UNA EXPERIENCIA EN GEOMETRIA ANALITICA

Mónica B Caserio; Martha E. Guzmán; Ana María Vozzi
UNR- FCEIA; UTN- FRR – Argentina
mbcaserio@yahoo.com.ar; guzmartha@yahoo.com ; amvozzi@fceia.unr.edu.ar
Campo de investigación: Pensamiento Geométrico ; Nivel educativo: Superior

Resumen:

El análisis de las manifestaciones de los alumnos, registradas a través de encuestas y entrevistas, acerca de sus dificultades para asumir con autonomía el propio aprendizaje, nos llevó a iniciar una investigación con el objetivo de elaborar actividades facilitadotas para aprender significativamente, para "aprender a aprender".
Constituimos un equipo, involucrando a oros docentes de las cátedras de Álgebra y Geometría Analítica, orientando nuestras acciones por una parte a la discusión sobre los obstáculos que traban el aprendizaje, atribuibles a dificultades intrínsecas de la disciplina en estudio o a las propias posibilidades del alumnos o a errores pedagógicos y por otra parte a la búsqueda y selección de metodologías válidas para el logro de nuestro objetivo.

Introducción

El conocimiento es necesario para pensar. Con el fin de pensar en un dominio específico, una persona necesita conocimientos sobre ese dominio. Las conexiones entre saber, pensar y aprender son "profundas e inseparables" (Nickerson, 1988 Pág. 35). Uno no puede aprender o pensar sin conocimientos sobre los cuales pensar. (Como enseñar estrategias cognitivas en la escuela – Irene Gaskind y Thorne Elliot – Editorial Paidós Educador –Pág.85.
En el trabajo que se expone completa, en cierta forma, los resultados que fueran expuestos y publicados, como reportes en Relme 15 "Una estrategia didáctica para el aprendizaje de superficies" y Relme 17 "Evaluación de una experiencia didáctica".
En esta última etapa atendemos fundamentalmente a las dificultades que manifiestan los alumnos para asumir tareas de aprendizaje autónomo. Estas fueron expresadas por ellos en las encuestas y entrevistas ya referidas en nuestro reporte publicado en el Relme 17.
Un aspecto recurrente que constatamos en dichas entrevistas estuvo dado por los comentarios de los alumnos sobre los problemas para comprender aquellas temáticas que no hayan sido desarrolladas por los docentes. Estos remiten a:

- ✓ Dificultades para comprender lo que se lee.
- ✓ Dificultades para decodificar (interpretación del lenguaje matemático)
- ✓ Inseguridad respecto de lo estudiado y/o aprendido.
- ✓ Dificultades para separar lo importante de lo accesorio.

A partir de esta realidad revisamos nuestras acciones. Expusimos en reuniones de cátedra las ideas vertidas por los alumnos, a partir de ahí un número considerable de docentes se involucró en la experiencia. Constituimos un equipo de trabajo en el cual se discutió para lograr una puesta a punto sobre el concepto de aprendizaje significativo y de las metodologías facilitadotas para el logro de dicho aprendizaje. También reflexionamos sobre los obstáculos que se presentaron, los que podrían clasificarse en:
Dificultades intrínsecamente atribuibles al tema de estudios, o a las posibilidades de aprendizaje del alumno o a errores pedagógicos

Marco Teórico

Matemáticas es la única asignatura que se estudia en todos los países del mundo y en todos los niveles educativos. Supone un pilar básico de la enseñanza en todos ellos. La causa fundamental de esa universal presencia hay que buscarla en que las matemáticas constituyen un idioma «poderoso, conciso y sin ambigüedades» (según la formulación del Informe Cockroft, 1985). Ese idioma se pretende que sea aprendido por nuestros alumnos, hasta conseguir que lo "hablen". En general por medio de la contemplación de cómo los hacen otros (sus profesores), y por su aplicación a situaciones muy sencillas y ajenas a sus vivencias (los ejercicios).

La utilización de un idioma requiere de unos conocimientos mínimos para poder desarrollarse, por supuesto. Pero sobre todo se necesitan situaciones que inviten a comunicarse por medio de ese idioma, a esforzarse en lograrlo, y, desde luego, de unas técnicas para hacerlo.
Es la enseñanza de la matemática en carreras de ingeniería, con alumnos que necesitan ser formados en ella para hacer uso de la misma como instrumento de modelización y resolución de situaciones problemáticas, uno de los desafíos más importantes que debe ser encarado por los docentes de esa disciplina, ya que uno de los principales propósitos de la educación pre-graduada de los estudiantes de ingeniería es favorecer la independencia y creatividad del alumno, especialmente las destrezas para proponer y resolver problemas.
Cuando un estudiante se enfrenta a un problema matemático no se hace evidente el camino a seguir; incluso puede haber varios; y desde luego no está codificado y enseñado previamente. Hay que apelar a conocimientos dispersos, y no siempre de matemáticas; hay que relacionar saberes procedentes de campos diferentes, hay que poner a punto relaciones nuevas
Los algoritmos que se suelen explicar en clase, o que aparecen en los libros de texto, resuelven grupos enteros de problemas. Lo que pasa es que si no situamos previamente los problemas a los que responden, estamos dando la respuesta antes de que exista la pregunta. Y en ese contexto no es difícil de adivinar el poco interés con que se recibe la misma

Esta idea nos la concretan autores como Schubauer, M., Anne L. y Clermont entre otros, (citados por Mugny, G y Pérez, J. 1988) quienes plantean la importancia de generar investigaciones sobre las categorías de pensamiento del estudiante y Nickerson, R y Perkins, quienes declaran que en la solución de problemas matemáticos y en la "enseñanza" de habilidades de resolución de estos; los procesos más relevantes son el razonamiento, la creatividad y la metacognición.
Estos tres procesos, consideramos, definitivamente se ven involucrados cuando una persona se enfrenta a un problema matemático. Por ejemplo ante determinado problema, el resolutor desde su saber matemático tiene que establecer relaciones y saber porque las establece (razonamiento), pero eso no es suficiente; tiene también, que ser capaz de generar alternativas de solución posiblemente nuevas para él (creatividad) y además debe tener la habilidad de saber cuando usar una información que ya posee (metacognición)
La metodología utilizada se enmarca en la ingeniería didáctica caracterizada por la experimentación en clase basada en el registro de casos y la forma de validación que es en esencia interna, fundada en la confrontación entre el análisis a priori y a posteriori.

Experiencia

Para elaborar las situaciones de aula, con la intención de que los alumnos superen las dificultades, elegimos como contenido la sub unidad superficies de revolución y preparamos:

- Material bibliográfico.
- Guías de aprendizaje.
- Trabajos prácticos
- Cuadernillo electrónico para la utilización de un soft.

La situación a experimentar consiste en:

1. Formar grupos de trabajo para el abordaje de la unidad temática.
2. Distribuir entre los grupos los ejercicios y problemas que deberán resolver y presentar.
3. Planificar las entrega y defensas de los TP
4. Evaluar la experiencia de cátedra.

En el trabajo de aula se trató de verificar las etapas que, respecto del desarrollo de la percepción espacial, señalan R. Pallascio y otros:

- **Visualización**: después de haber observado un objeto, poder memorizar (suficientemente) imágenes parciales a fin de reconocerlos que son iguales o semejantes por cambio de posición o escala, entre una diversidad que posean el mismo croquis
- **Estructuración**: luego de haber visualizado un objeto, su "estructuración" consiste en poder reconocer y reconstruirlo a partir de sus elementos básicos constituyentes.
- **Traducción**: reconocer un objeto a partir de una descripción analítica y viceversa.
- **Clasificación**: reconocer clases de objetos equivalentes según diferentes criterios de clasificación.

Estas etapas permiten a su vez desarrollar las habilidades de observar (visualización), abstraer (estructuración), comunicar (traducción) y organizar (clasificación).
Un ejemplo representativo de la ejercitación solicitada es:
Obtener la ecuación de una superficie de revolución a partir de distintas curvas planas con el mismo eje de giro. Se pretende que el estudiante observe que la generatriz de una superficie de revolución no es única.
Se observa que, en general, los alumnos tienden a realizar una sustitución directa sin llegar a comprender el porqué de tal acción.
En los ejercicios se puede decidir con rapidez si se saben resolver o no; se trata de aplicar un algoritmo, que pueden conocer o ignorar. Pero, una vez localizado, se aplica y basta. Justamente, la proliferación de ejercicios en clase de matemáticas ha desarrollado y arraigado en los alumnos un síndrome generalizado; en cuanto se les plantea una tarea a realizar, tras una somera reflexión, contestan: "lo sé" o "no lo sé", según hayan localizado o no el algoritmo apropiado. Ahí acaban, en general, sus elucubraciones.
Cuando el alumno aborda el estudio del tema, teniendo como objetivo la resolución de uno o más problemas tiende a buscar en el texto (libro y/o apunte) alguna situación similar a la planteada, de modo tal de "copiar" el procedimiento, sin intentar en demasía "comprender" los porqué de ellos. Por ejemplo cuando necesitan obtener la ecuación de una superficie de revolución conociendo una curva generatriz contenida en un plano coordenado ($F(x,z) = 0$, $y = 0$) realizan en forma "automática" la sustitución de "x" por $\sqrt{y^2 + x^2}$ sin profundizar en las razones de la misma. Esta circunstancia nos motivó a incorporar problemas que tiendan a "sacar" al estudiante de esa rutina impulsándolo a

que, a través de la visualización logre ubicarse espacialmente comprendiendo mejor el concepto.
En la práctica: Dadas las curvas C1; C2 y C3 obtener en cada caso la superficie de revolución que se genera al girar cada una de ellas alrededor del eje y.

$$C_1 \begin{cases} y = x^2 \\ z = 0 \end{cases} \qquad C_2 \begin{cases} y = z^2 \\ x = 0 \end{cases} \qquad C_3 \begin{cases} y = z^2 + x^2 \\ x - z = 0 \end{cases}$$

Para las curvas contenidas en planos coordenados (C1 y C2) la acción del alumno es sustituir mecánicamente y obtiene correctamente la ecuación de la superficie. En este caso la sorpresa es que en ambos casos la superficie es la misma. Cuando trabaja con la curva C3, se evidencia la aparición de un conflicto cognitivo (no responde al ejemplo teórico), la curva no está contenido en un plano coordenado y debe dejar de lado la sustitución automática para retomar la lectura comprensiva del texto.
En casi todas las oportunidades los estudiantes recurren a la consulta con el docente, poniéndose de manifiesto la dificultad para la comprensión de la situación planteada.
Observamos que los inconvenientes se sitúan en la ubicación espacial y en la correcta utilización del lenguaje matemático (ecuaciones).
La orientación brindada por el docente en esta circunstancia se basa en sugerirle que efectúe la representación gráfica (con el soft elegido) de ambas superficies con su correspondiente intersección, de modo tal que el aporte de la "visualización" ayude a la correcta interpretación de la situación planteada, utilizando recursos y conocimientos que aquellos han incorporado, y de la búsqueda de información en diversas fuentes. En particular, en el contexto de la investigación, la utilización de la herramienta informática (Computadora con acceso a Internet) juega un rol determinante para el desarrollo de la percepción visual.
La Facultad dispone de un laboratorio de informática con programas de cálculo simbólico (MATHEMATICA, MAPLE, DERIVE, etc.), al que los alumnos acuden con el objetivo de familiarizarse con su manejo, ya que los mismos admiten papeles muy variados en las interacciones entre los tres elementos fundamentales, (alumnos, profesor, instrumentos didácticos) constitutivos del proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática.
Es en esta instancia en que el alumno, si bien asistido por el docente, logra comprender la propiedad intrínseca de las superficies de revolución, pudiendo entonces justificar matemáticamente aquella acción antes automática y ahora razonada y visualizada.
Logrando entender que aquella expresión algebraica utilizada representa el radio de giro de la superficie de revolución en cada punto del eje de revolución y no una mecánica sustitución de variables.

A modo de conclusión:

Uno de los principales aportes que observamos es un avance importante respecto de la comprensión del lenguaje matemático, la relación entre las expresiones algebraicas (ecuaciones) y los lugares geométricos que representan (gráficas), ya no leen expresiones algebraicas (abstractas), sin contenido "registrable" sino que las han incorporado en su lenguaje cuasi habitual, cuando leen una ecuación realizan casi inmediatamente las relaciones representadas en ella y hasta consiguen en muchos casos "ver" la superficie o la curva en cuestión.
Aprovechando el diferente manejo del tiempo, docentes que colaboraron con nuestra propuesta, manifestaron que el abordaje de algunas unidades temáticas a través de esta estrategia les daba la oportunidad de interactuar con el alumno desde otro lugar, permitiéndole la profundización de los contenidos sin la urgencia que debido a la falta

de tiempo, la extensión de los programas y las multitudinarias clases deriva en la algoritmización prematura sin el debido proceso de maduración de los conceptos.
Una función siempre importante en el rol del profesor es crear situaciones de aprendizaje y fomentar la motivación para aprender. El papel del profesor consiste, cada día más en enseñar a aprender, a entresacar información, a investigar; en ayudar al alumno a trabajar.
El eje de toda actividad educativa es el alumno, para lo cual lo que interesa es desarrollar habilidades en él para que aprenda a aprender, a investigar, a comunicarse, a saber escuchar, a saber discutir, a experimentar, a actuar en grupo.
Hoy lo que se transmite está en cambio, vivimos una cultura dinámica cuya característica es la movilidad. Por esto nos parece más interesante que el hombre tenga habilidades para descubrir datos que necesita.

Bibliografía

Camargo, L. (1997). Aportes de la Psicología del Procesamiento de la Información a la Educación Matemática. *Revista EMA*. Vol. 2.

Dorado, C. (2000). Aprender a Aprender. Artículo de Internet. E-mail: cdorado@pie.xtec.es

Flores, A. (1991). ¿Qué es la educación Matemática?. Volumen 3.

Gómez, P (1992). Profesor No Entiendo. Una Empresa Docente: Universidad de los Andes:

González, C. Creatividad en el escenario Educativo Colombiano. Pedagogía y Currículo.

González, F. (2001). Acerca de la Metacognición. Artículo de Internet: e-mail: fgonzalez@dino.conicit.ve

Mialaret, G. Las Matemáticas Cómo se Aprenden, Cómo se enseñan. Aprendizaje Visor

Mugny, G. y Pérez, J. (1988). Psicología Social del Desarrollo Cognitivo. Antrhopos: España.

Moreno, L. Matemáticas y Educación : Matemática Educativa. Cinvestav-IPN. México. DF.

Nickerson. R., Perkins D. Y Smith E. Enseñar a Pensar

Orozco, M. (1997). "Comentario al Artículo Razonamiento Lógico Matemático en Contextos Culturales de Andalucía Shliemann." En Debate: Centro de Investigaciones y Estudios Avanzados en Psicología, Cognición y Cultura. Revista Colombiana de Psicología N 5 y 6. Universidad del Valle: Colombia.

Rico, L. (1990) Investigación sobre errores de aprendizaje en Educación Matemática. Universidad de Granada, España.
Vergnaud. El niño y la realidad

Rizo, C y Campistrous, L (1996). Aprender a Resolver Problemas Aritméticos. Editorial Puebla: Ciudad de la Habana.

Romo, M. (1997). Psicología de la Creatividad. Paidós.

Santos, T. (1997). Principios y Métodos de la Resolución de Problemas en el Aprendizaje de las Matemáticas. Iberoaméricana: México.

Shoenfeld, A. (1992). Learning to think Mathematically: Problem solving, Metacognition, and sense making in Mathematics. Handbook. Journal for Research in Mathematics Education. Vol. 23 N°3, May 1992.

Someren, M y Sandberg. J. (1994). The think aloud Meted a practical Guide to Modelling Cognitive Processes San diego CA Academic Press Inc.