

DEL RECONOCIMIENTO DE PATRONES A LA GENERALIZACIÓN

Noelia Londoño Millán, Alibeit Kakes Cruz y Ana Lilia Álamo Acevedo

Universidad Autónoma de Coahuila

México

noelialondono@uadec.edu.mx, alibeitkakes@uadec.edu.mx, lili.alamo@hotmail.com

Resumen. En este artículo se dan a conocer una serie de dificultades algebraicas que presentan los estudiantes de nivel medio superior cuando se enfrentan a situaciones de identificación de patrones, así como para construir expresiones algebraicas que representen un proceso de generalización. En el estudio participaron alumnos de diferentes semestres de bachillerato tecnológico, quienes ya habían aprobado el primer curso de álgebra elemental, el cual habían recibido durante el primer semestre de su plan de estudios. Los resultados ponen de manifiesto en alto porcentaje, la idea que tienen los alumnos de siempre representar lo que debería ser una expresión general como una expresión particular. Por otro lado es persistente la incoherencia existente entre un patrón hallado y su respectiva expresión simbólica.

Palabras clave: variable, interpretación, hallar patrones, generalización

Abstract. This paper discloses a series of algebraic problems, presented by high school level students, when faced with situations of identifying patterns, also to build algebraic expressions that represent a generalization process. The study involved students from different semesters of technical high school, who had approved the course of elementary algebra during the first semester. The results show a high percentage; the idea that students have always represented what should be general expression as a particular expression. On the other hand is persistent inconsistency between a pattern found and their respective symbolic expression.

Key words: variable, interpretation, find patterns, generalization

Introducción

Son varias las investigaciones que se han realizado en torno al concepto, interpretaciones y usos de las variables (Álamo 2012, Ursini, Trigueros y otros 2005, Kieran 1983, Kücherman 1978, entre otros) y cada una de ellas coincide en la presencia de dificultades y diferentes interpretaciones que los alumnos otorgan a las letras.

Se considera que durante su paso por la escuela cada alumno debería estar en condiciones de identificar las variables que intervienen en cierto problema, identificar los cambios que se manifiestan en las variables (patrones) y las relaciones entre las variables, y poder representarlas mediante expresiones algebraicas, que correspondan a la situación planteada y no ver el álgebra como una fusión de números y letras que se operan siguiendo un conjunto de leyes incomprensibles. Se espera que al álgebra que se estudia proporcione herramientas que le permitan identificar reglas de procesamiento, esto se logrará empezando por relaciones funcionales sencillas como funciones en un estado preliminar como son las lineales y cuadráticas (NCTM 2000).

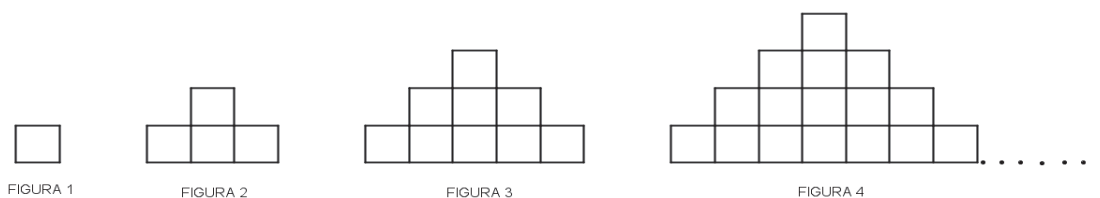
El marco teórico utilizado en la investigación corresponde a la interpretación de la letra, que de acuerdo a Kücherman (1978) se trata de: letras ignoradas, letras como objetos, letras evaluadas, letras como incógnitas específicas, letras como números generalizados y letras como variables. En este estudio se ha centrado la atención en las letras como números generalizados, en el cual se

entiende la letra n como un número particular sino como un conjunto de números, representados en ella. Se esperaba que siendo alumnos del nivel medio superior, habiendo cursado y aprobado los cursos de algebra de la secundaria y el curso de algebra en el bachillerato tuvieran elementos que les permitiera, sino a todos, por lo menos a la mayoría, encontrar las expresiones algebraicas plantadas en cada problema.

Aspecto metodológico

Sobre las personas: Esta investigación se llevó a cabo en el centro de estudios técnicos industrial y de servicios (Cetis No. 48) de la ciudad de Saltillo, Coahuila, México. Esta institución se ubica en la colonia Valle de las Flores y ofrece el bachillerato técnico de tres años con las siguientes especialidades: administración, administración de recursos humanos, laboratorista químico, soporte y mantenimiento de equipo de cómputo e informática. Los alumnos estaban cursando 2°, 4° y 6° semestre. Sus edades fluctuaban entre los 16 y 19 años de edad. Todos, 130 alumnos, habían cursado y aprobado la asignatura de algebra elemental en el nivel medio superior.

Sobre el instrumento: Se diseñaron y aplicaron de forma individual varias actividades tendientes a identificar los diferentes usos de las variables y aquí se reporta solamente lo que respecta a la identificación de la variable como número general. Convencidos que el álgebra y la geometría son áreas complementarias, se propusieron actividades que involucran situaciones geométricas, proporcionando en cada pregunta información gráfica y escrita: En la primera se dan cuatro figuras en las cuales van aumentando el número de cuadrados de lado una unidad, cada alumno individualmente debía contarlos, hacer los registros en una tabla, observar, comparar y encontrar la cantidad de cuadrados para la figura n ésima. Como se observa a continuación:



| No. de Figura | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 7 | n |
|---------------------------------|---|---|---|---|---|---|-----|
| Cantidad de cuadrados de lado 1 | 1 | | | | | | |

Figura1. Primer problema

En la segunda pregunta se pretendió que los alumnos lograran encontrar el patrón existente entre el la suma de los ángulos internos de un polígono y los lados del mismo. Se esperaba que generalizara el resultado, es decir, pudieran expresarlo simbólicamente. Ver figura 2.

Enunciado: De acuerdo al número de lados de los polígonos que se te muestran, indica la suma total de sus ángulos internos en la tabla que se te presenta:

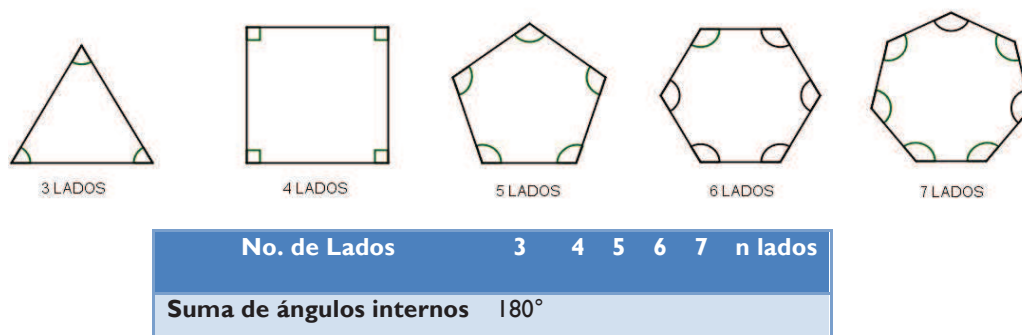


Figura 2. Segundo problema

Otra actividad que desarrollaron fue identificar el teorema del ángulo central a partir de la información proporcionada. Lo que se esperaba era que el alumno a través de la observación y aplicando un proceso deductivo encontrara los patrones, presentes en este teorema y pudieran representarlos mediante una expresión algebraica. Ver figura 3.

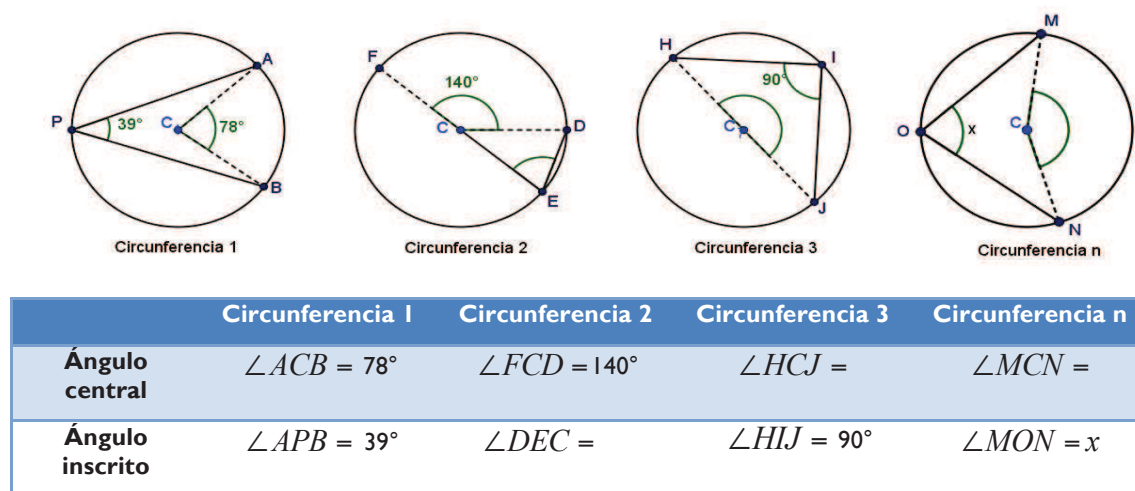


Figura 3. Problema tres

Posterior a cada problema se dejó un espacio para que cada alumno explicara, usando sus propias palabras, cómo resolvió el problema.

Otra fuente de información utilizada en la investigación fue la entrevista clínica que se aplicó a algunos alumnos luego que habían respondido el cuestionario.

Discusión de resultados

Luego de analizar los resultados de cada una de las actividades planteadas, de forma cuantitativa y cualitativa, se realizaron varias entrevistas a los alumnos mediante las cuales pudieron expresar más a detalle y profundidad lo que habían contestado en la prueba escrita. En la siguiente tabla se puede observar los resultados cuantitativos obtenidos en cada una de las actividades planteadas, notándose mayormente un mal desempeño en el problema de generalización sobre la suma de los

ángulos internos de un polígono. Las respuestas fueron clasificadas en dos rubros, por un lado el resultado numérico y por el otro la argumentación proporcionada por el alumno.

Tabla 1. Resultados cuantitativos obtenidos a través de la prueba escrita.

| RESPUESTAS | | | | | | |
|-----------------|----------|------------|-------------|---------------|------------|-------------|
| No. de Problema | Tabla | | | Argumentación | | |
| | Correcta | Incorrecta | No contestó | Correcta | Incorrecta | No contestó |
| 1 | 35% | 65% | 0% | 44% | 56% | 0% |
| 2 | 2% | 93% | 5% | 11% | 87% | 2% |
| 3 | 26% | 66% | 8% | 46% | 40% | 4% |

A continuación se presentan algunas respuestas obtenidas de los estudiantes, en donde se pone en evidencias varias categorías de respuestas: la primera hace referencia a los alumnos que logran hallar el patrón y pueden generalizar el resultado, además dan una explicación coherente con el proceso seguido y usan las variables correspondientes como se observa en los tres ejemplos siguientes:

| No. de Figura | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 7 | n |
|---------------------------------|---|---|---|----|----|----|--------------|
| Cantidad de cuadrados de lado 1 | 1 | 4 | 9 | 16 | 25 | 49 | $n \times n$ |

Explica con tus palabras cómo resolviste el problema.

viendo que en los 3 primeros se sacaba el resultado multiplicando por si mismo el número, así lo hice sucesivamente

| No. de Lados | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | n lados |
|--------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|------------|
| Suma de ángulos internos | 180° | 360° | 540° | 720° | 900° | $(n-2)180$ |

Explica con tus palabras cómo resolviste el problema

Encontre una Regla al Numero de lados le Reste -2 u lo multiplique x 180.

| | Circunferencia 1 | Circunferencia 2 | Circunferencia 3 | Circunferencia n |
|-----------------|-------------------------|--------------------------|---------------------------|--------------------|
| Ángulo central | $\angle ACB = 78^\circ$ | $\angle FCD = 140^\circ$ | $\angle H CJ = 180^\circ$ | $\angle MCN = x+x$ |
| Ángulo inscrito | $\angle APB = 39^\circ$ | $\angle DEF = 70^\circ$ | $\angle HIJ = 90^\circ$ | $\angle MON = x$ |

Explica con tus palabras cómo resolviste el problema

El ángulo central es el doble del ángulo inscrito.

Otra categoría de respuesta corresponde a aquellos alumnos, que aunque encuentran el patrón no están en capacidad de construir una expresión general que relacione las variables que intervienen, en vez de ello particularizan para el enésimo resultado. Por ejemplo:

| | | | | | | | |
|---------------------------------|---|---|---|----|----|----|----|
| No. de Figura | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 7 | n |
| Cantidad de cuadrados de lado 1 | 1 | 4 | 9 | 16 | 25 | 49 | 64 |

Explica con tus palabras cómo resolviste el problema.
 multiplique esto y me base para hacerlo
 $1 \times 2 = 2 \times 2 = 4$ $1 \times 7 = 7 \times 7 = 49$
 $1 \times 3 = 3 \times 3 = 9$ $1 \times 8 = 8 \times 8 = 64$
 $1 \times 4 = 4 \times 4 = 16$
 $1 \times 5 = 5 \times 5 = 25$

| | | | | | | | |
|---------------------------------|---|---|---|----|----|----|------|
| No. de Figura | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 7 | 10 n |
| Cantidad de cuadrados de lado 1 | 1 | 4 | 9 | 16 | 25 | 49 | 100 |

Explica con tus palabras cómo resolviste el problema.
 Este problema lo hice multiplicando el nº de figura por ese mismo número para que saliera la cantidad de cuadrados del lado 1.

| | | | | | | |
|--------------------------|------|------|------|------|------|---------|
| No. de Lados | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | n lados |
| Suma de ángulos internos | 180° | 360° | 540° | 720° | 900° | 1080° |

Explica con tus palabras cómo resolviste el problema
 le reste el nº 2 al nº de los lados $\times 180^\circ$ y sale al 1er nº el procedimiento fue suma, reste y multiplique.

Otra categoría corresponde a los alumnos que lograron comprender el patrón, logran expresar con palabras el resultado correcto, sin embargo no cuentan con la capacidad para construir una expresión algebraica apropiada:

| | | | | |
|-----------------|-------------------------|--------------------------|-------------------------|------------------|
| | Circunferencia 1 | Circunferencia 2 | Circunferencia 3 | Circunferencia n |
| Ángulo central | $\angle ACB = 78^\circ$ | $\angle FCD = 140^\circ$ | $\angle H CJ = 180$ | $\angle MCN = x$ |
| Ángulo inscrito | $\angle APB = 39^\circ$ | $\angle DEF = 70$ | $\angle HIJ = 90^\circ$ | $\angle MON = x$ |

Explica con tus palabras cómo resolviste el problema
 si quiero sacar el ángulo central, se multiplica el ángulo inscrito por 2, y si quiero sacar el ángulo inscrito se divide el ángulo central por 2.

Para este caso la expresión multiplicar por dos la expresa como elevar al cuadrado.

Por último se hallan los alumnos con dificultades para hallar el patrón y por tanto no logran hallar la expresión para la figura n ésima, los cuales representan la mayoría de alumnos que participaron en el estudio.

| No. de Figura | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 7 | n |
|---------------------------------|---|---|---|----|----|----|----|
| Cantidad de cuadrados de lado 1 | 1 | 4 | 9 | 16 | 25 | 37 | 55 |

Explica con tus palabras cómo resolviste el problema.
 con una regla de 3 simple.
 Tome los dos primeros datos los sume y tome el no figura que seguia y lo sume y me salio el resultado así sucesivamente $1+1+2=4$

| No. de Figura | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 7 | n |
|---------------------------------|---|---|---|----|----|----|----|
| Cantidad de cuadrados de lado 1 | 1 | 4 | 9 | 16 | 25 | 36 | 49 |

Explica con tus palabras cómo resolviste el problema.
 Dependiendo la cantidad anterior de numero cuadrados le suma en forma jerargica y consecutiva un numero impar

Conclusiones

El estudio permitió descubrir las siguientes dificultades de los alumnos, al pasar de la identificación de patrones a la generalización:

- ❖ Los alumnos que participaron en el estudio no encuentran dentro de su lenguaje algebraico una expresión que represente lo que se pide de manera correcta esto se pone en evidencia cuando completa la tabla en forma correcta para valores específicos.
- ❖ La mayoría de los alumnos hacen uso de la variable en su forma más elemental, desde de la perspectiva de Kücheman, como es la particularización.
- ❖ Dificultad en el desarrollo de sintaxis algebraica. Se encontraron varios casos en los cuales los alumnos a través de la entrevista clínica podían hablar del problema, presentar una solución dialogada correcta, pero cuando se les pidió expresar eso mismo por escrito perdían la noción de las ideas y no tenían elementos para hacerlo o simplemente lo expresaban con operaciones equivocadas.
- ❖ Los resultados hallados permiten expresar que los alumnos a pesar de haber aprobado varios cursos de algebra elemental, no cuentan, en la preparatoria con herramientas algebraicas que les permita llegar al proceso de generalización.

- ❖ De acuerdo a los resultados obtenidos se puede afirmar que no hubo diferencia significativa entre las respuestas dadas por alumnos de segundo semestre y sexto semestre.

Referencias bibliográficas

- Álamo, A. (2012). *Errores frecuentes que cometen los estudiantes del bachillerato tecnológico de los usos de la variable de acuerdo al modelo 3uv*. Tesis de maestría no publicada. Universidad Autónoma de Coahuila: México.
- Kieran, C., & Chalouh, L. (1993). The transition from arithmetic to algebra. In D. T. Owens (Ed.), *Research ideas for the classroom: Middle grades mathematics* (pp. 179-198). New York: Macmillan.
- Kücheman, D. (1978). Children's understanding of numerical variables. *Mathematics in school* 7. No. 4.
- NCTM. (2000). *Principios y estándares para la educación matemática*. Traducción Manuel Fernández Reyes. Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales: España.
- Ursini, S., Escareño, F., Montes, D. y Trigueros, M. (2005). *Enseñanza del álgebra elemental. Una propuesta alternativa*. México: Trillas.