LA MATEMÁTICA COMO HERRAMIENTA PARA ABORDAR PROBLEMAS

Liliana Estela VALDEZ, Carlos Eugenio PUGA, Eudosia DÍAZ de HIBBARD y Martín HERRÁN
Universidad Nacional de Salta – Facultad de Ciencias Exactas - Argentina
valdez@unsa.edu.ar, cpuga@yahoo.com
Campo de Investigación: Modelos matemáticos; Nivel Educativo: Superior

Resumen

Este trabajo propone una estrategia de enseñanza que pone énfasis en los vínculos que existen entre la matemática y el mundo real.

Las diferentes unidades del programa de la asignatura, se presentan como herramientas aptas para resolver problemas cotidianos, ya que se estima que este acercamiento es una buena motivación, tanto para los estudiantes bien preparados, como para los que presentan deficiencias.

Se intenta además construir procesos de simbolización y abstracción, necesarios para acceder a contenidos más complejos, los que serán de utilidad para encarar y resolver nuevos problemas. Se promueve que el estudiante se acerque a los diferentes problemas planteados en forma gráfica, numérica y simbólica.

Introducción

El presente trabajo ha sido elaborado por docentes de Introducción a la Matemática, asignatura que integra el primer año de la currícula de grado de carreras de la Facultad de Ciencias Exactas de la Universidad Nacional de Salta.

Puesto que el estudiante ha realizado ya varios cursos de matemática en los ciclos previos y por tratarse de una materia introductoria, gran parte de sus contenidos no son nuevos para el alumno. Sin embargo, la percepción de los autores es que la formación e información con que los estudiantes ingresan a la universidad, no es suficiente para afrontar estudios de nivel superior.

Propósito

El propósito de este trabajo es desarrollar una estrategia de enseñanza que destaque los vínculos existentes entre la matemática y la realidad. Intenta -además- acercar al alumno a la disciplina, desde el lugar en el que éste enfrenta -a diario- situaciones problemáticas diferentes, a fin de que compruebe -mediante su práctica- que la matemática pone a su alcance herramientas para resolver estos problemas. A partir de esta experiencia, se lo estimula a realizar procesos de simbolización y abstracción, necesarios para acceder a contenidos más complejos los que, a su vez, posibilitarán la búsqueda de soluciones a nuevos problemas.

Metodología

Cada unidad temática se aborda a partir del planteo de un problema concreto y, mediante su resolución, se construyen resultados más generales. Se ha comprobado que esta forma de acercamiento es motivadora para la mayoría de los alumnos: para los que cuentan con una preparación adecuada y -también- para aquellos que poseen conocimientos insuficientes.

Se propicia que los alumnos trabajen con los problemas en forma gráfica, numérica y simbólica, para reforzar así su capacidad de abstracción y razonamiento. En los problemas que refieren a aplicaciones de los conceptos estudiados, se pone el acento en la interpretación práctica de los resultados obtenidos y de los símbolos utilizados.

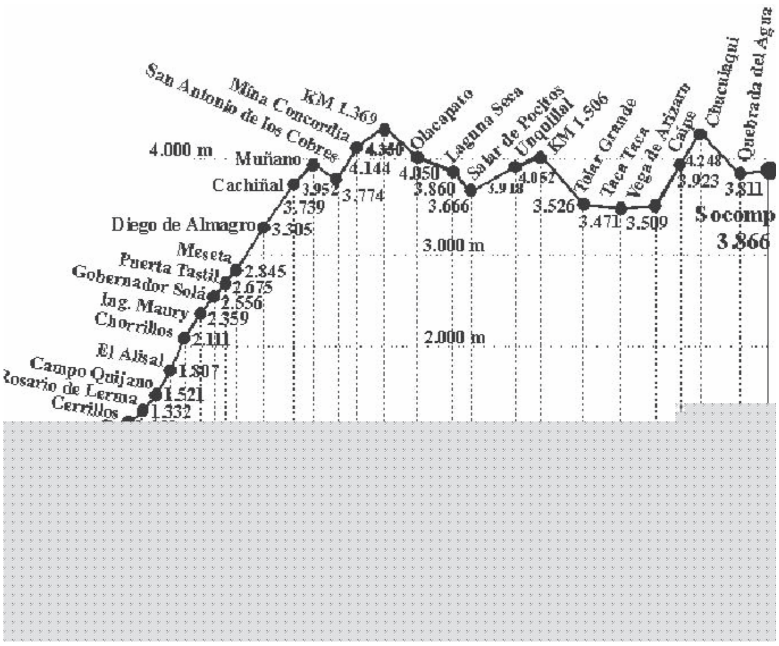
Los problemas propuestos no son triviales y tienen –a menudo- enunciados complejos, lo que pone también en juego la comprensión del texto por parte del estudiante, aspecto que, si bien configura una dificultad adicional al planteo matemático, contribuye al logro de progresos en ese campo. La extensión considerable de los enunciados ejercita al alumno en la lectura y promueve su regreso a ella, hábito actualmente desplazado por otras formas de comunicación, basadas en recursos tecnológicos novedosos y actuales, que destacan la imagen, la inmediatez y la aceptación acrítica.

En esta oportunidad, se presentan siete problemas que reflejan esta estrategia y que forman parte de las guías de trabajos prácticos de la asignatura. En ellos se muestran situaciones que involucran funciones elementales, tema que -no obstante constituir un eje vertebrador de la materia- históricamente ha sido identificado como el que genera más dificultades a los estudiantes.

Problema 1. El “Tren de las Nubes” realiza cotidianamente (salvo en épocas de nevadas o derrumbes) el trayecto de 172 km entre la ciudad de Salta y el Viaducto La Polvorilla. Sin embargo, y esto no es tan conocido, hay otro servicio, conocido como “El trencito”, que visita semanalmente a todos los pueblos que están al costado de las vías, hasta el paso fronterizo de Socompa, a 496 km de la ciudad.
A continuación se da una tabla en la que figuran las alturas sobre el nivel del mar para varias localidades del recorrido completo, donde se visualizan las alturas sobre el nivel del mar de distintas localidades del Ramal C-14 en función de las distancias a la ciudad de Salta.

a) ¿Puedes asegurar que esta curva modeliza una cierta función que relaciona la altura sobre el nivel del mar con la distancia a Salta? En ese caso, indica, en unidades apropiadas, el dominio y la imagen de la misma.
b) ¿A qué distancia de Socompa la altura es de 2.845 metros sobre el nivel del mar (msnm)?
c) ¿Entre qué poblados el tren que va de Salta a Socompa está bajando?, ¿significa esto que allí la función es decreciente?
d) ¿A qué distancia de El Alisal el tren alcanza la máxima altura?
e) ¿Cuál es la preimagen de 1.093? ¿Qué significa esto en el contexto del problema?
f) ¿Cómo nos diría el maquinista que $f(262) = 4.050$? ¿Dónde ocurre esto?
g) El folleto que reparten a los turistas fue escrito por un matemático y en él se lee: "en Taca-Taca, el punto más seco de la línea $f^{-1}(3.471) = 436$". Expresa esta información coloquialmente.

h) El médico de a bordo anuncia a los pasajeros que entre Diego de Almagro y el Abra de Muñano habrá una descompresión importante porque se ascienden 695 metros; parte de esta información puede ser simbolizada, ¿sabes cómo hacerlo?



Problema 2. El consumo de fertilizantes nitrogenados para los campos de mandarina del este jujeño se comporta como una función y ha podido ser modelizado de acuerdo a la fórmula $V = F(a) = 3a^2+5$, donde a es la superficie en hectáreas y V es el volumen de agroquímico necesario. Por otra parte el precio de venta del fertilizante se relaciona con el volumen del producto de acuerdo con una elemental función dada por:
$P = G(V) = 3{,}5V+2$, donde P es el precio en pesos.

a) ¿Podrías decir cuánto costará entonces fertilizar una plantación de 63 hectáreas?
b) ¿Cuál es el significado de G o F (12,5)? ¿Y el de FoG (1200)?

Problema 3. El promedio mensual de precipitaciones p en mm, en la localidad de Acambuco, durante los últimos 20 años, se indica en la siguiente tabla:

Mes	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre
p	154,9	137,1	99,2	55,8	30,4	15,2	7,6	5,1	12,7	71,1	78,7	137,1

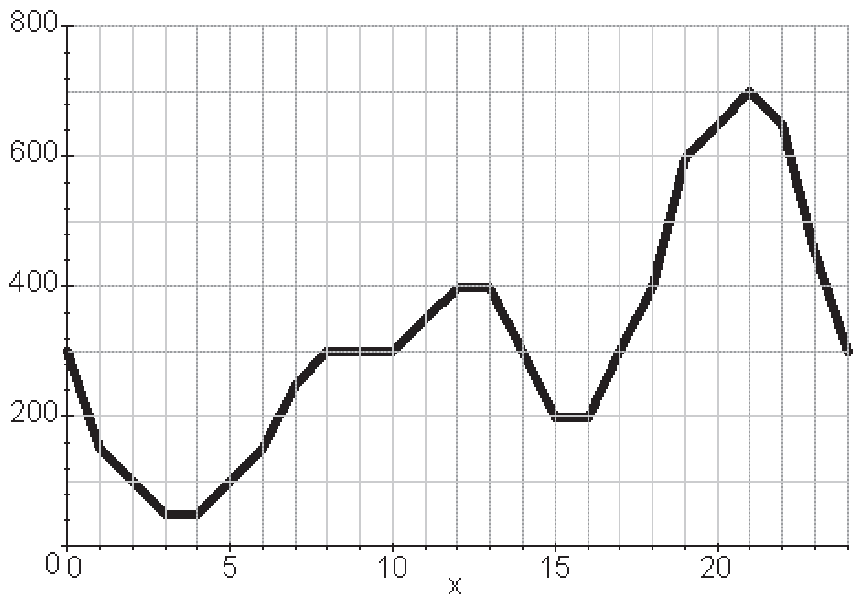
Encuentra una función $p(t) = A \operatorname{sen}(Bt + C) + D$ que aproxima los mm de precipitación. Grafica p(t) con los datos.

Problema 4. Un cóndor inició su recorrido matinal desde una saliente del Torreón de la Cuesta, a 3.800 msnm. Durante treinta minutos aprovechó las térmicas ascendentes para llegar, sin esfuerzo prácticamente, a los 5.300 msnm. A esa altura se mantuvo con planeo estático una hora y media más, hasta que, al detectar un ternero despeñado, comenzó a acercarse, bajando así 2.500 metros en diez minutos. Sin embargo, momentos antes de sobrevolar el cadáver se dio cuenta de que había perros en los alrededores, por lo que subió rápidamente hasta posarse sobre una roca a 3.300 msnm, lo que le llevó quince minutos. ¿Cuál sería una curva que represente los recorridos matinales de este cóndor?

Problema 5. La compañía distribuidora de energía eléctrica de la ciudad de La Habana, Cuba, está estudiando las curvas de demanda diaria de potencia eléctrica con el objeto de reprogramar la secuencia de operaciones de las centrales térmicas de Matanzas, Holguín y Cayo Tortugas. La curva que se presenta a continuación resume entonces la demanda de los últimos cinco años. En la reunión de la comisión técnica ad-hoc se quiere contestar los siguientes interrogantes. ¿Podrías tú anticipar las respuestas?

a) ¿Cuándo se produce la demanda máxima de potencia?
b) ¿Cuál es el valor mínimo y a qué hora se registra?
c) ¿En qué momento del día la potencia demandada es de 600 MW (megavatios)?
d) ¿En qué intervalos horarios la potencia muestra un aumento?
e) ¿Se observa algún lapso durante el cual la potencia permanezca constante?
f) ¿En qué rangos fluctúa diariamente la potencia demandada?

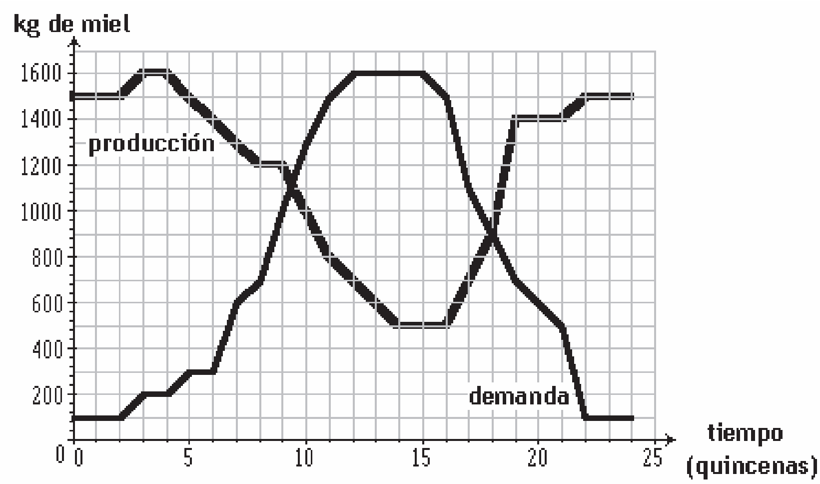
Si para sacar la central de Matanzas del sistema interconectado y hacerle una purga de turbinas se debe esperar que la potencia demandada se mantenga por debajo de los 150 Mw, ¿de cuánto tiempo disponen los técnicos para efectuar esta purga?



Problema 6. Una cooperativa de criadores de abejas, cuyos apiarios están instalados en la localidad de Pozo del Breal, en el departamento de Anta, decidió estudiar con cierto detalle una serie de datos que pudieron recoger durante los últimos cuatro años, referidos a producción de miel por los enjambres de Apis amazónica, la nueva variedad que están criando, como así también los datos de demanda de esa miel por parte de su clientela en Salta y Tucumán.

Rodolfo Chiliguay, hijo de Don Mateo, que es el productor más experto en la zona, ha encarado el asunto ayudándose con gráficas matemáticas, aprovechando que está estudiando el profesorado, en Joaquín V. González. Así, pudo ordenar la información y volcarla en los gráficos siguientes. Durante la última reunión de la Cooperativa "El aguijón", Doña Gladys Quispe y Don Enrique Sotelo le pidieron a Rodolfo que les aclarara ciertas dudas:

a) ¿En qué fecha se obtiene la mejor cosecha? ¿Y la mínima?
b) ¿Qué demanda hay en ese momento?
c) ¿Cuál es, aproximadamente, la cantidad de miel que se puede acumular entre noviembre y abril?
d) ¿Cuándo se nota que la producción no alcanza para cubrir la demanda (demanda insatisfecha)?
e) ¿Alcanzaría el stock acumulado en las épocas de baja demanda para cubrir ese déficit?



Problema 7. El propietario de un campo liberó 18 liebres con la idea de salir de cacería, pero sus conocimientos sobre el efecto de las especies exóticas eran nulos y ahora es responsable de un grave problema ecológico. En efecto, al cabo de un año de la suelta se hizo un censo por métodos aproximados y había 3.200 animales. Suponiendo que los datos sean correctos:

a) ¿Cuál es la tasa decrecimiento mensual de liebres?
b) ¿Cuántas liebres había a los cinco meses de la suelta?
c) Si no se controla la población, ¿cuántas liebres habría dentro de un año? ¿Y dentro de tres años?

La ecuación que describe el crecimiento de la población de liebres es: $y = C.a^t$, donde C es la cantidad inicial y t el tiempo en meses.

Bibliografía

Gordon, S. (1994). *Functioning in the real world.* U.S.A.: The math Modeling. PreCalculus Reform Project.

Hughes-Hallett, D. (1995). *Cálculo.* México: Compañía Editorial Continental S.A.

Díaz de Hibbard, E., Puga, C. y Valdez, L. (2004). *Introducción a la Matemática.* Salta: U.N.Sa.

Leithold, L. (1989) *Matemáticas previas al Cálculo*. México: Harla.

Sobel, M; Lerner, N. (1996). *Algebra.* México: Prentice-Hall Hispanoamericana, S.A.

Swokowsky, E. y Cole, J. (1998). *Algebra y Trigonometría con Geometría Analítica.* México: International Thomson Editores. Novena Edición.

Zill, D. y Dewar, J. (1999). *Algebra y Trigonometría*. Colombia: Mc Graw Hill. Segunda edición.