

## FORMAS BÁSICAS DE GRAFICACIÓN Y SU RELACIÓN CON SITUACIONES DE MOVIMIENTO

Claudia Flores Estrada  
CECyT 5, CICATA-IPN. (México)

[claudia.mo@gmail.com](mailto:claudia.mo@gmail.com)

Campo de investigación: gráfica y funciones. Nivel educativo: medio

Palabras clave: gráficas, conocimiento, interpretación, construcción

### Resumen

Este trabajo reporta los resultados preliminares de una investigación que tiene como propósito conocer los aprendizajes que logran los estudiantes del Nivel Medio Superior del Instituto Politécnico Nacional al trabajar una de las estrategias más fecundas para el análisis de las funciones en contextos matemáticos y extramatemáticos como la graficación con un problema de situación real de movimiento. Se toma como antecedente el trabajo desarrollado por Torres (2004) y como marco de referencia la socioepistemología. En particular, se retoma la hipótesis, planteada dentro la didáctica del Cálculo, que dice que “la noción de derivada no puede construirse sino hasta después de haberse construido la idea de derivada sucesiva” (Castañeda, 2004, 26). En la formulación de esta hipótesis intervienen cinco elementos pero, en este trabajo, hay un énfasis en el “tratamiento simultáneo de las variaciones de una función”, en términos de una situación de movimiento, las variaciones en la posición y la velocidad.

### Planteamiento de la problemática

Se han reportado en diversas investigaciones las dificultades que tienen los estudiantes en la construcción e interpretación de gráficas (Véase una revisión amplia en Leinhardt et al 1990). Sin embargo, el potencial de significados, procedimientos y argumentos que propician en los estudiantes estas actividades de construcción e interpretación de gráfica no sólo contribuye a la comprensión del concepto de función sino que constituyen una vía de construcción de ideas de variación.

De esta manera, la graficación se ha revelado en las investigaciones como una de las estrategias más fecundas para el análisis de las funciones en contextos matemáticos y extramatemáticos. La gráfica permite ver las características globales de la función como son: las variaciones, el crecimiento, la continuidad, la concavidad, los máximos y los mínimos, etc. Pero también, tomando a la graficación como una vía de construcción se pueden identificar distintos usos de las gráficas. En este sentido Araceli Torres (2004) propone, a partir de una revisión de libros de texto y de literatura en Matemática Educativa tres usos de las gráficas:

- a) La construcción de gráficas utilizando la relación de correspondencia entre dos variables (localizar parejas de puntos ordenados a partir de la relación algebraica).
- b) La construcción de gráficas por prototipos (en una parábola, por ejemplo, se estudian las transformaciones gráficas cuando se le suma una constante, o una recta que pase por el origen con pendiente positiva o negativa, o una recta que no pase por el origen con pendiente positiva o negativa o cuando el coeficiente del término cuadrático toma un valor mayor o menor a la unidad).
- c) La representación gráfica por medio de la simulación de un fenómeno físico. Los dispositivos transductores registran los datos y las calculadoras con poder de graficación los convierten en tablas y gráficas. Los alumnos realizan un movimiento, obtienen un registro gráfico de tal manera que al cambiar las características de su movimiento pueden identificar los cambios que se producen en la gráfica. De esta forma se analiza un fenómeno y al mismo tiempo su representación.

La interpretación gráfica del estudiante nos permite obtener una visión de su conocimiento al realizar las gráficas y su interpretación que pudiera servir en la mejora de la enseñanza de las matemáticas.

Hemos escogido situaciones de aprendizaje que tengan que ver con la modelación gráfica del movimiento tal y cómo es trabajada en Torres (2004). Describimos este tipo de actividades a través del cuadro siguiente.

**Descripción de las actividades de graficación - modelación**

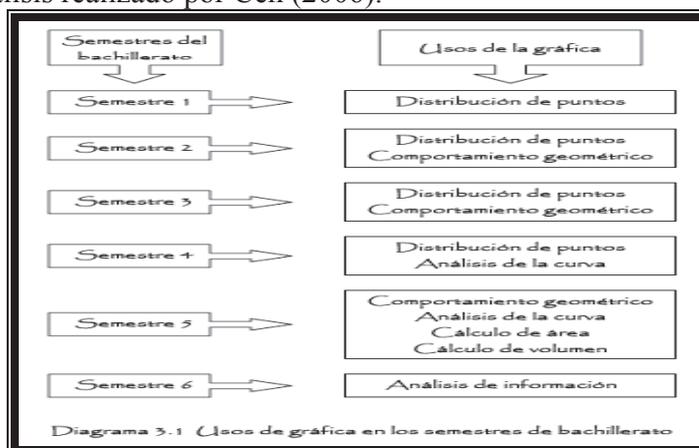
Tres actividades para analizar una situación de movimiento a través de:

- Proponer un modelo gráfico: se pide diseñar una gráfica que describa los cambios de posición de un una persona que realiza el movimiento descrito. En el momento de realizar esta tarea se toman decisiones: las variables que intervienen, la escala de la gráfica, las distancias recorridas en distintos instantes.
- Realizar una simulación: se pide simular el movimiento frente al sensor para obtener la gráfica estipulada. El movimiento se adapta al alcance del sensor. A partir de múltiples realizaciones se establecen relaciones entre las características del movimiento y los diversos comportamientos gráficos obtenidos en la calculadora.
- Efectuar un contraste entre el modelo gráfico y la situación: se pide ajustar el modelo gráfico original dando cuenta de la situación planteada.

Se esperan de los estudiantes múltiples realizaciones en la simulación del movimiento en las que tomen decisiones sobre las características que se varían en la situación para la obtención de distintas gráficas.

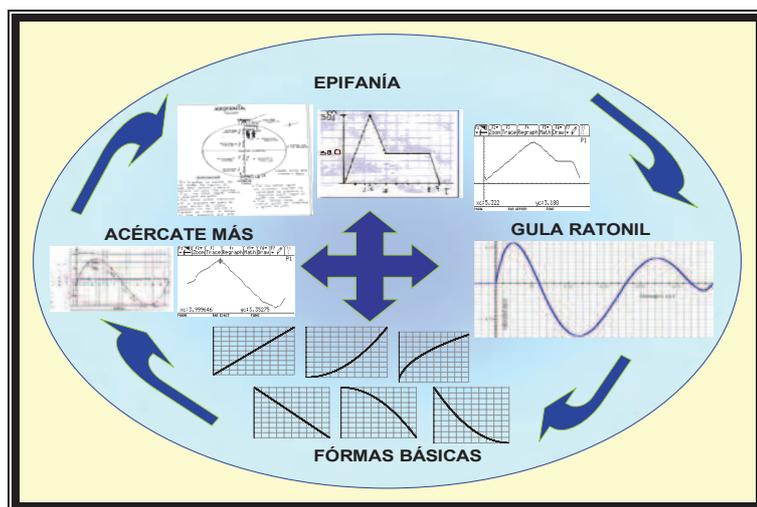
Cuadro I. Descripción de las actividades de graficación- modelación tomado de Suárez et al (2005).

Los programas vigentes de matemáticas en el Nivel Medio Superior del IPN (IPN, 1994-1996) establecen como una línea de desarrollo del currículo a la modelación. En la instrumentación didáctica y en la lista de contenidos de los programas de Álgebra, Geometría y Trigonometría, Geometría Analítica, Cálculo Diferencial, Cálculo Integral y Probabilidad y Estadística se observa como una constante la graficación de funciones, ecuaciones y conjuntos de datos. Para ilustrar esta presencia de la graficación mostramos a continuación el resumen de un análisis realizado por Cen (2006).



Cuadro II. Uso de gráficas en el Nivel Medio Superior del IPN. Tomado de Cen (2006).

Congruente con estas necesidades el Instituto Politécnico Nacional ha incluido una gran variedad de situaciones de aprendizaje con el uso de gráficas en ambientes tecnológicamente enriquecidos. Un ejemplo de estas actividades, en cuyo diseño la modelación usa la graficación, es el problema de movimiento comentado en el Libro del Profesor de Geometría Analítica (IPN, 2006, 109-119). Esta y otras actividades forman una red (véase el Cuadro III) con la que se trabajan distintos conceptos a lo largo de los seis semestres.



Cuadro III. Red de actividades de graficación- modelación

La presente investigación se enfoca en la interpretación de las formas básicas de graficación en la que los estudiantes logran una visión cualitativa de un cierto fenómeno de movimiento describiendo la variación de primer y segundo ordenes de la situación.

### Actividades de aprendizaje de modelación - graficación.

Para analizar el desempeño de los estudiantes se han elegido dos actividades de aprendizaje que describimos a continuación:

*Formas Básicas* es una actividad en la que nos presenta la posición de un móvil por medio de su representación gráfica.

*Acércate más* es una actividad en la que una persona recorre una cierta distancia en motocicleta mediante una representación gráfica.

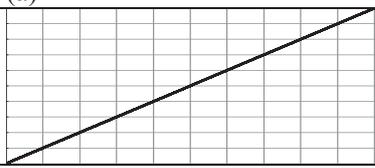
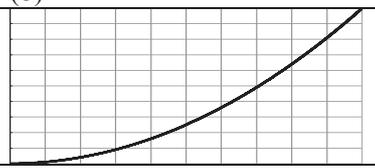
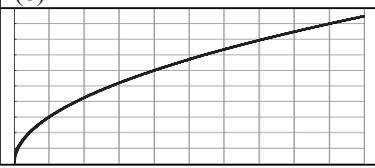
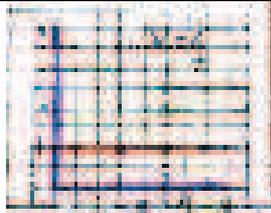
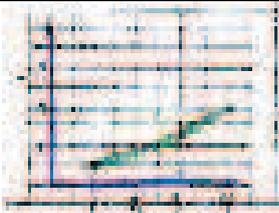
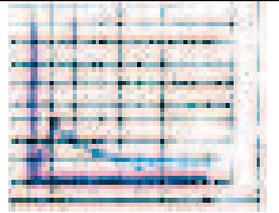
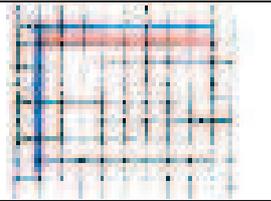
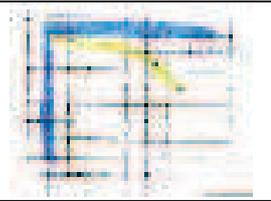
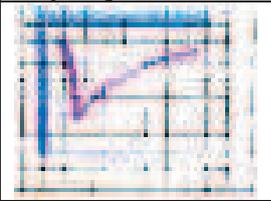
El análisis de la situación-problema “formas básicas de graficación” se considera desde su aspecto verbal, aspecto geométrico (representación gráfica de posición y de la velocidad), aspecto numérico (situación numérica de la velocidad) y el aspecto algebraico. Para obtener la velocidad se considera la aproximación por velocidad promedio.

### Algunos resultados

En las actividades de aprendizaje descritas en el apartado anterior se ha explorado el desempeño de estudiantes que cursan quinto semestre del nivel medio superior en el CECyT “Benito Juárez García” del Instituto Politécnico Nacional. Se trabajó en el salón de clases en equipos de 4 a 5 estudiantes. De acuerdo a la estructura de las actividades de modelación-

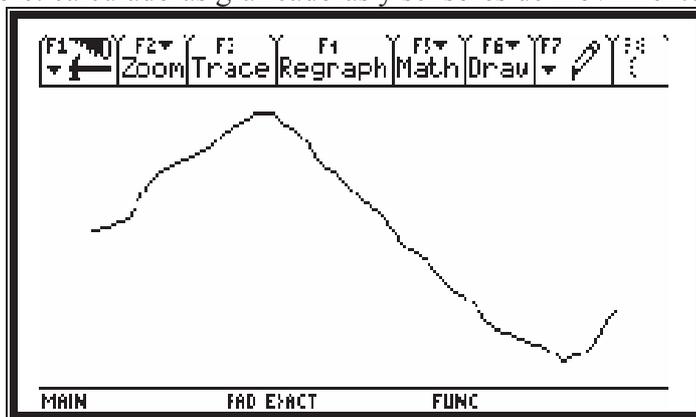
graficación (véase Cuadro I) la sesión se organizó en dos partes. En la primera parte se trabaja con lápiz y papel y en la segunda parte se utiliza una calculadora con poder de graficación y sensor de movimiento CBR.

En la primera parte de la sesión los estudiantes leen y resuelven el problema a lápiz y papel; los alumnos construyen las gráficas sin el uso de tecnología. Se les pidió a los equipos que pasaran a exponer sus gráficas al frente de sus compañeros. Los estudiantes comparten sus conocimientos matemáticos.

<b>Formas básicas</b>		
Las gráficas siguientes representan la posición de un móvil en el eje vertical y el tiempo en el eje horizontal. Escribe un párrafo que describa lo que ocurre con la velocidad en cada caso. Esboza la gráfica de la velocidad.		
(a)	(b)	(c)
		
En esta gráfica la velocidad es constante ya que cuando recorre un segundo recorre un metro y así sucesivamente.	En esta gráfica la velocidad es constante aumenta muy rápido ya que se mueve mucho en muy poco tiempo.	En esta gráfica la velocidad es muy lenta ya que se mueve muy poco en un tiempo muy largo.
		
Las gráficas siguientes representan la posición de un móvil en el eje vertical y el tiempo en el eje horizontal. Escribe un párrafo que describa lo que ocurre con la velocidad en cada caso. Esboza la gráfica de la velocidad.		
(d)	(e)	(f)
		
En esta gráfica el móvil desacelera una trayectoria constantes decir en un segundo desacelera un metro.	En esta gráfica el móvil desacelera muy rápido ya que su velocidad disminuye en poco tiempo.	En esta gráfica el móvil desacelera muy lento ya que recorre una distancia mínima en un tiempo muy largo.
		

Cuadro IV. Construcción de gráficas sin el uso de tecnología por los estudiantes.

En la segunda parte los estudiantes diseñan la forma en que se van a mover ante el sensor. Los alumnos deciden el tiempo y la distancia para lograr la gráfica de su propuesta. Se realiza nuevamente una exposición comparando su propuesta a lápiz y papel y la realizada con la tecnología disponible: calculadoras graficadoras y sensores de movimiento.



Cuadro V. Construcción de gráficas con el uso de tecnología. Acércate más.

Esta experiencia nos aporta información sobre el tipo de conocimientos que los estudiantes ponen en juego. El interés de esta investigación es precisar cuáles conocimientos están involucrados en la identificación y uso de las formas básicas y cuál es el papel de actividades de modelación-graficación en la construcción de estos contenidos.

### Referencias bibliográficas

- Castañeda, A. (2004). *Un acercamiento a la construcción social del conocimiento: Estudio de la evolución didáctica del punto de inflexión*. Tesis de doctorado no publicada. CICATA-IPN, México.
- Cen, C. (2006). *Los funcionamientos y formas de las gráficas en los libros de texto: una práctica institucional en el bachillerato*. Tesis de Maestría no publicada, Cinvestav-IPN, México.
- Flores, C. (2005). Características de las gráficas y su relación con la modelación de situaciones de movimiento. En *Resúmenes de la XIX Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa*, Montevideo, Uruguay.
- IPN (2006). *Geometría Analítica. Libro del Profesor*. IPN. ISBN: 970-36-0258-4.
- IPN (1994-1996). *Planes y programas de estudios de Matemáticas I, II, III, IV, V y VI. Documentos internos de trabajo*. Dirección de Educación Media Superior. México, D.F. Autor.
- Leinhardt, G.; Stein, M. y Zaslavsky, O. (1990). *Functions, Graphs, and Graphing: Tasks, Learning, and Teaching*. *Review of Educational Research*, 60, 1, 1-64.
- Suárez, L.; Flores, C.; Gómez, A. y Licona, R. (2005). Uso de las gráficas a través de actividades de modelación matemática con calculadoras y dispositivos transductores. *Resumen del taller aprobado para su presentación en el Quinto Encuentro de Tecnología Educativa del IPN*. Consultado en [http://www.te.ipn.mx/quintoencuentro/registro/taller\\_opc\\_ins.asp](http://www.te.ipn.mx/quintoencuentro/registro/taller_opc_ins.asp) el 16 de agosto de 2006.
- Torres, A. (2004). *La modelación y las gráficas en situaciones de movimiento con tecnología*. Tesis de Maestría no publicada del Programa de Matemática Educativa, CICATA-IPN.