

## PESQUISAS SOBRE A TRANSIÇÃO ENSINO MÉDIO E ENSINO SUPERIOR

Sirlene Neves de Andrade, Marlene Alves Dias y Tânia Maria Mendonça Campos

Universidade Bandeirante Anhanguera

Brasil

sirlene-neves@hotmail.com, alvesdias@ig.com.br, taniammcampos@hotmail.com

**Resumen.** En este trabajo presentamos el estudio de algunos trabajos relacionados a la transición entre el Ensino Médio y el Ensino Superior, y mostramos investigaciones que analizan las prácticas y las propuestas de trabajo con objetos matemáticos asociados a la Análisis Matemática, al Cálculo Diferencial e Integral, a la Geometría Analítica y a la Álgebra Lineal. La metodología utilizada es la de análisis bibliográfico, para tal hacemos una breve discusión de los trabajos de Artigue (2004), Gueudet (2008), Dorier (2002), Rogalski (1990), Robert (1998), Azzolini (2012), Mariani (2006), Andrade (2012), Faro (2010), Simião (2010) y Jammal (2011) para comprender cómo la problemática de la transición viene siendo tratada por las investigaciones y los resultados encontrados. Observamos que en estos trabajos se discuten otras investigaciones asociadas a esta problemática.

**Palabras clave:** transición. secundario. superior. matemática

**Abstract.** In this work we present the study of some work related to the transition between high school and higher education, and we show research that analyze the practices and proposals for working with mathematical objects associated with the Mathematical Analysis, Differential and Integral Calculus, Analytic Geometry and Linear algebra. The methodology used is the bibliographical analysis, for this we make a brief discussion of the work of Artigue (2004), Gueudet (2008), Dinesh (2002), Rogalski (1990), Robert (1998), Azzolini (2012), Mariani (2006), Adio (2012), Faro (2010), Sen (2010) and Jammal (2011) to understand how the problem of transition has been treated by the research and the results found. We observed that these works are discussed further research associated with this problem.

**Key words:** transition. secondary. superior. mathematics

### Introdução

Neste trabalho apresentamos o resultado dos estudos sobre o estado da arte das pesquisas relacionadas à transição entre o Ensino Médio e o Ensino Superior, apontaremos, mais especificamente, os trabalhos de pesquisa que se preocupam em estudar as práticas e propostas de ensino e aprendizagem com os objetos matemáticos associados à Análise Matemática, ao Cálculo Diferencial e Integral, a Geometria Analítica e a Álgebra Linear. Para tal consideramos as noções matemáticas desenvolvidas no Ensino Médio que servem de ferramentas para o desenvolvimento das disciplinas citadas acima no Ensino Superior.

Assim, para desenvolver a pesquisa efetuamos uma revisão da literatura que permitiu identificar trabalhos que tratam mais especificamente da noção de função tanto no Ensino Médio como no Ensino Superior e outros, cujos objetos de estudo são as noções de Geometria Analítica e Álgebra Linear para o Ensino Superior e as noções de matrizes e sistemas lineares para o Ensino Médio. Encontramos, ainda, pesquisas mais teóricas sobre a transição como a de Artigue (2004) e Gueudet (2008).

Apresentamos aqui, primeiro as pesquisas teóricas seguidas dos trabalhos sobre funções, geometria analítica, álgebra linear, matrizes e sistemas lineares. Por fim, trataremos considerações a respeito da existência de poucas pesquisas que tratam especificamente do objeto matemático

função, sobretudo, do desenvolvimento desse conteúdo matemático tanto no Ensino Médio quanto no Ensino Superior.

Observamos que no Brasil as avaliações institucionais têm mostrado que a noção de função apresenta grandes dificuldades para os estudantes que terminam o Ensino Médio e é consenso entre os professores de Cálculo Diferencial e Integral do Ensino Superior que, em geral, os estudantes não dispõem dos conhecimentos prévios necessários, o que conduz a um grande número de reprovações, em particular, na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral e Álgebra Linear.

No Brasil, os cursos da área de exatas, em geral, introduzem uma disciplina de nivelamento no primeiro ano do Ensino Superior, mas quase sempre o que se faz é reproduzir o trabalho já realizado no Ensino Médio, sem uma articulação com as disciplinas que irão utilizar os conhecimentos sobre função, que se supõe tenham sido trabalhados no Ensino Médio, o que não tem causado o impacto necessário como podemos constatar por meio das pesquisas de Andrade (2006), Andrade (2012) e Azzolini (2012).

O mesmo ocorre para a disciplina de Geometria Analítica e Álgebra Linear no Ensino Superior brasileiro onde os conhecimentos sobre matrizes, determinantes, sistemas lineares e geometria analítica no plano já desenvolvidos no Ensino Médio, em geral, não são utilizados como conhecimentos prévios para a introdução dos novos conhecimentos como podemos evidenciar nos trabalhos de Faro (2010), Simião (2010) e Jammal (2011).

Assim, nossa pesquisa tem como objetivo identificar temas de pesquisa que vem sendo desenvolvidos em relação à questão da transição entre o Ensino Médio e Superior no Brasil e em outros países de forma que possamos utilizar resultados de trabalhos já desenvolvidos e propor novas pesquisas que nos auxiliem a auxiliar os estudantes na transição entre as etapas escolares escolhidas para a pesquisa.

Observamos ainda que o estudo das pesquisas existentes possa nos auxiliar também na escolha do referencial teórico mais adequado para o desenvolvimento de novos temas associados à questão da transição entre o Ensino Médio e Superior e a propor estudos comparados como o de Dias, Artigue, Jahn e Campos (2010) que ao comparar o estudo das funções no Ensino Médio brasileiro e francês identificam as semelhanças e diferenças entre as duas culturas educativas sobre o estudo das funções na transição entre o Ensino Médio e Superior. Elas concluem que as influências contextuais são, em geral, invisíveis para aqueles que ficam dentro de um determinado sistema educacional, portanto é crucial considerá-las quando se deseja realizar um trabalho de colaboração produtiva e também para enfrentar evoluções dentro de um determinado sistema.

Apresentamos a seguir a metodologia utilizada para esse trabalho.

## Metodologia

A metodologia utilizada é a da análise bibliográfica que foi realizada por meio de publicações nacionais e internacionais sobre a transição entre os Ensinos Médio e Superior desenvolvidas, mas especificamente, no Brasil e na França. A escolha de desses países se deve ao fato de termos um projeto colaborativo de estudos sobre a transição.

Para tal fazemos uma breve discussão dos trabalhos de Artigue (2004), Gueudet (2008), Dorier (2002), Rogalski (1990), Robert (1998), Azzolini (2012), Mariani (2006) e Andrade (2012) para compreender como a problemática da transição vem sendo tratada pelas pesquisas e os resultados encontrados. Observamos que nesses trabalhos são discutidas outras pesquisas associadas a essa problemática.

## Resultados

O trabalho de Artigue (2004) aborda o tema considerando o desafio imposto pelas questões associadas à transição entre o Ensino Médio e o Ensino Superior identificando para tal: a massificação do ensino, a introdução das mudanças tecnológicas, o desgaste da imagem da ciência e o fato da educação, apesar de ter um valor fundamental, levar à uma concepção que a torna uma mercadoria, submetendo, assim, os sistemas educativos às regras de mercado.

Artigue (2004) salienta também que os desafios ultrapassam o tratamento matemático e didático, mas ela afirma só ter condições de tratar algumas questões sob esta ótica. Após observar que a Matemática é apresentada como um edifício bem estruturado que possibilita um desenvolvimento e uma expansão constante, a autora considera esta imagem como parcial, pois a Matemática pode ser vista também como uma cultura.

Seguindo essa reflexão, a autora cita o trabalho de Hall (1998 apud Artigue 2004) que pondera sobre a existência de três níveis na cultura matemática, a saber:

- ❖ o *nível formal* que corresponde às crenças sobre o que é a matemática, quais são suas ferramentas e os métodos que a legitimam;
- ❖ o *nível informal* que está associado aos esquemas de ação e de pensamento, às formas não explícitas de desenvolver, de pensar e raciocinar em matemática que estão associadas à experiência e à prática;
- ❖ o *nível técnico* que corresponde às técnicas institucionalizadas e às teorias, isto é, à parte explícita do conhecimento matemático.

Na sequência, Artigue (2004) avalia que as fontes que permitem compreender como funcionam essas culturas são os programas, os textos oficiais e livros didáticos. Além destes, há ainda as ferramentas de avaliação e as observações diretas de estudantes e do funcionamento das diferentes classes.

Artigue (2004) observa que existem restrições relativas aos momentos e à introdução dos conceitos que fazem com que os estudantes tenham diferentes meios para que possam experimentar e conjecturar em função das situações que lhes são propostas e das especificidades de seus cursos. Existe ainda uma diversidade de dispositivos de ensino que tornam mais difícil a estruturação dos saberes aliado com a peculiaridade de diferentes professores para cada dispositivo. A autora salienta a dificuldade enfrentada pelos professores, em função de sua formação universitária e da necessidade de conduzir um ensino pluridisciplinar.

Isso conduz Artigue (2004) a ponderar que, para os estudantes, a cultura se caracteriza pelo encontro de diversos domínios e problemas de forma superficial, o que não permite que os discentes operacionalizem, estabilizem e estruturem seus conhecimentos. Ela observa ainda que as práticas pedagógicas que contribuem para fortalecer essas dificuldades.

A partir dessas reflexões, Gueudet (2008) faz uma síntese de pesquisas em didática da matemática sobre a transição entre Ensino Médio e Ensino Superior, estudando especialmente aquelas associadas à entrada na universidade.

Gueudet (2008) faz um estudo das pesquisas existentes por meio das categorias por ela consideradas, isto é, as quatro diferentes formas de olhar a questão da transição, a saber: o *olhar sobre o modo de pensar*, que corresponde aos saberes intrinsecamente mais complexos os quais necessitam de novos modos de pensar, o *olhar sobre a organização dos conhecimentos* que corresponde à nova organização em rede dos conhecimentos, que coloca em evidência a necessidade de fazer alusão às novas práticas de referência, o *olhar sobre a linguagem e os modos de comunicação* que corresponde a empregar uma linguagem matemática diferente, que exige novos símbolos e um novo tipo de discurso e finalmente o *olhar centrado na instituição*, observando que a matemática praticada no Ensino Médio é diferente daquela que será trabalhada no Ensino Superior.

Já Dorier (2002) coloca em evidência as dificuldades dos estudantes em Álgebra Linear enfatizando que não se pode dar uma solução milagrosa para vencer todas as dificuldades em aprender e ensinar Álgebra Linear, o autor ressalta ainda que para melhorar o ensino e a aprendizagem da matemática não se pode recorrer apenas a uma remediação válida para todos os processos cognitivos e matemáticos, pois estes são muito mais complexos que tal visão idealista/simplista.

Rogalski (1990) discute as mudanças em termos de novo tipo de estudante e diferentes objetivos para o ensino, observa a existência de mudanças sociais constantes que conduzem a um Ensino Médio científico mais democrático, aumentando o número de estudantes que têm acesso a este, mas, ao mesmo tempo, alguns discentes surgem menos preparados, o que conduz a um empobrecimento dos conteúdos matemáticos.

O autor aponta uma necessidade de transformação do Ensino Superior que leve em conta as dificuldades observadas pelos professores em relação aos seus estudantes, quais sejam: preferem copiar ao invés de compreender, falta interesse pelos comentários epistemológicos ou históricos, aceitam o que é proposto sem questionamentos próprios, não se interessam por obras matemáticas, procuram receitas para as avaliações no lugar de compreender a profundidade dos diferentes conceitos, possuem conhecimentos compartimentados em pequenas fatias que não possibilitam que se operem as relações entre eles, não pensam jamais nos erros ou contradições como fontes de questões que conduzam a uma melhor compreensão.

Robert (1998) trata, mais especificamente, das novas práticas de referência e apresenta os seguintes exemplos para o trabalho esperado dos estudantes: em relação às demonstrações em matemáticas, ela observa que, no Ensino Superior, essas se tornam mais longas e podem levar em conta dois tipos de raciocínios análogos, para uma mesma demonstração, existem vários argumentos mais ou menos interligados que podem dificultar a identificação de seu papel na mesma.

Robert (1998) ressalta ainda que o implícito do verdadeiro ou falso corresponde a uma dificuldade incontornável e os quantificadores podem tornar-se indispensáveis; mas não é fácil saber anteriormente se é o caso de utilizá-los. Ela salienta que não podemos demonstrar tudo, uma vez que é preciso considerar o nível de conceituação que nos encontramos, pois cada nível pode ser visto como uma prateleira em um campo conceitual de conhecimentos matemáticos, que corresponde a uma organização coerente de uma parte desse campo. Esta é caracterizada pelo objeto matemático apresentado de uma determinada forma pelos teoremas sobre esses objetos e pelos métodos a eles associados que possibilitam a solução de problemas e situações que os estudantes encontram em diferentes momentos do processo de ensino e aprendizagem.

Dessa forma, dependendo do nível de conceituação, podemos ser conduzidos a mudar o que deve ser justificado, a considerar as diferenças de tempo de trabalho dos estudantes, a escolher uma ou mais aplicações para um mesmo teorema e a considerar certa disponibilidade dos conhecimentos esperada dos estudantes, a qual deve ser explicitada pelos professores.

Robert (1998) explicita ainda que, entre as práticas dos especialistas, isto é, dos matemáticos de profissão, as que podem ser consideradas como necessárias para o desenvolvimento dos estudantes são: o caráter disponível de um grande número de conhecimentos, de sua organização e da relação entre eles. O especialista dispõe notadamente de vários tipos de questionamentos, pois, para ele, existem sistemáticas, mesmo que implícitas como, por exemplo, as questões de estrutura, homogeneidade, coerência, integração sobre o caráter local ou global, finito ou infinito, questões de existência, unicidade, exaustividade, a diferença, entre outras.

Robert (1998) observa ainda que os especialistas recorrem a situações de referência que lhes são suficientemente familiares, possibilitando observar as anomalias, testar hipóteses e conjecturar. Além disso, a autora ressalta que a escrita em matemática é uma atividade importante do trabalho do matemático, pois gera uma dinâmica de questionamentos mais precisos imposta pelas exigências de rigor.

Em função das práticas dos especialistas, Robert (1998) faz algumas considerações sobre as atividades esperadas dos estudantes na transição entre o Ensino Médio e o Ensino Superior, a saber: a atividade de escrever torna-se primordial e conduz a exigências suplementares da parte dos professores; e o trabalho pessoal exige do estudante um tempo considerável para o trabalho em casa e para as demonstrações em matemática que variam de acordo com os diferentes cursos.

As práticas dos especialistas apresentadas por Robert (1998) e as atividades esperadas dos estudantes na transição entre o Ensino Médio e o Ensino Superior permitem considerar a observação abaixo, feita por Gueudet (2008), que ressalta as dificuldades encontradas pelos estudantes para iniciar, controlar e validar seu raciocínio quando enfrentam um novo problema ou uma nova situação.

Como exemplo, Gueudet (2008) cita a pesquisa de Battie (2003 apud Robert 1998) que ao propor a tarefa aos estudantes: “demonstrar que raiz de 2 não é racional”, observa que para os mesmos faltam automatismos, iniciativas e eles têm ainda dificuldade em raciocinar por absurdo. Segundo Gueudet (2008), o que falta para os estudantes em relação ao raciocínio aritmético são as dimensões organizadoras e operatórias e os meios de controle dos resultados encontrados. Ela observa ainda que, nesse caso, o processo de transição é longo, pois necessita que se construa uma rede de situações de referência, e que se adquira experiência matemática, como foi possível identificar na proposta de Robert (1998) sobre as práticas a serem desenvolvidas pelos estudantes.

O estudo de Azzolini (2012), que trata das relações institucionais esperadas e existentes na transição entre os ensinos Fundamental, Médio e Superior no Brasil, mostra que os estudos sobre funções está centrado nas funções polinomiais, em particular, nas funções afim e quadrática com

ênfase no estudo das questões de representações desses objetos matemáticos e nos procedimentos que possibilitam o trabalho algébrico quando da introdução de Cálculo Diferencial e Integral no Ensino Superior o que parece dificultar o desenvolvimento dessa disciplina.

Consideramos ainda a pesquisa de Mariani (2006) que explicita a transição Ensino Médio e Superior por meio da análise dos conhecimentos sobre a noção de função mobilizados pelos estudantes de um curso de “Introdução ao Cálculo Diferencial e Integral” e que é compatível com os resultados de Azzolini.

Consideramos também o trabalho de Andrade (2012), que pesquisa particularmente a noção de função exponencial, mostrando que apesar dessa noção ter uma vida ativa nas propostas institucionais e nas macroavaliações do Ensino Médio, um questionário passado entre os professores dos Ensinos Médio e Superior, mesmo com um número reduzido de respostas, parece mostrar a necessidade de revisitar esse conteúdo de forma contextualizada nas disciplinas que utilizam a ferramenta função exponencial no Ensino Superior.

Fazemos ainda uma breve referência ao trabalho de Faro (2010) sobre os conhecimentos relacionados à noção de sistemas de equações lineares supostos disponíveis quando se considera a transição entre os Ensinos Médio e Superior que mostra que para se ter êxito no processo de ensino e aprendizagem da noção de sistemas de equações lineares, se faz necessário um trabalho bem articulado entre professores e estudantes, bem como entre estudantes e estudantes, pois há tarefas que ficam completamente a cargo dos professores e outras dos estudantes, em particular, aquelas que exigem a articulação da noção de sistemas de equações lineares com outros conhecimentos da própria matemática e das outras ciências, o que demanda dos estudantes autonomia para cuidar de seu próprio desenvolvimento.

O trabalho de Simião (2010) sobre a noção de matriz na transição entre o Ensino Médio e Superior ressalta que o estudo da noção de matrizes, suas operações e propriedades, assim como os procedimentos associados à sua introdução no Ensino Médio, podem ser utilizados para alavancar o ensino da disciplina de Álgebra Linear, pois os resultados deste estudo mostram que essas noções são consideradas nas relações institucionais existentes e cobradas nas macroavaliações, enquanto ferramentas explícitas para a execução de tarefas associadas a outras noções matemáticas desenvolvidas no Ensino Médio. Portanto, este trabalho pode servir de apoio para a introdução da Álgebra Linear em  $\mathbb{R}^n$  no Ensino Superior, mas é preciso avançar na pesquisa, de forma a encontrar novas tarefas e novas práticas que permitam levar em conta as novas organizações dos conhecimentos, as novas formas de pensar matematicamente, as novas linguagens e os novos modos de comunicação próprios da disciplina e da formação matemática dos futuros professores de matemática que, na realidade, correspondem às novas expectativas

institucionais impostas pela própria disciplina de Álgebra Linear, quando de sua introdução no Ensino Superior.

Finalmente, o trabalho de Jammal (2011) sobre as representações externas utilizadas no estudo de ponto e retas no plano no Ensino Médio conduziu a autora a considerar a necessidade de uma melhor articulação de conhecimentos no Ensino Médio se queremos que os estudantes sejam capazes de enfrentar novas situações. É preciso ainda ponderar como uma perspectiva para o futuro a proposta de identificação dos conhecimentos prévios para um grupo de estudantes que iniciam o Ensino Superior e com base nesses conhecimentos elaborar um curso de Geometria Analítica que lhes permita utilizar de forma consciente as diferentes representações externas de ponto, reta e plano, distinguindo os diferentes espaços de trabalho, sendo capazes de escolher o melhor método a utilizar em função das representações internas que eles dispõem. Além disso, ao manipular ao utilizar as representações externas nas técnicas disponíveis, é necessário que os estudantes possam planejar, executar, justificar e controlar o trabalho matemático em jogo.

Observamos que apresentamos apenas alguns resultados de pesquisas francesas e brasileiras, mas nos trabalhos considerados encontramos referências a diversas pesquisas de pesquisadores de outros países, em particular, nos estudos de Artigue (2004) e Gueudet (2008) que tratam as questões da transição de um ponto de vista mais teórico e global.

Os estudos brasileiros ao abordar essa questão da transição entre o Ensino Médio e Superior dão ênfase às necessidades locais na tentativa de encontrar novos meios de ação que permitam modificar a atual situação do ensino

### Conclusão

Os trabalhos citados correspondem a uma rápida demonstração da importância do estudo da transição entre as diferentes etapas de ensino, em particular, entre o Ensino Médio e Ensino Superior, e a atenção que vem sendo dada pelos pesquisadores de Educação Matemática nos diferentes países em relação à investigação sobre diferentes olhares para a questão da transição entre as diferentes etapas escolares por considerarem que essas pesquisas correspondem a um meio de identificar dificuldades e propor ações didáticas adequadas aos diferentes grupos de estudantes, pois mesmo se algumas dificuldades e problemas são muito próximos é preciso adequar às ações em função dos conhecimentos prévios dos estudantes, da cultura dos países em que vivem e das necessidades específicas dos cursos superiores a que eles se dirigem.

### Referência bibliográfica



- Andrade, S. N. (2012). Expectativas institucionais relacionadas à transição entre o Ensino Médio e Superior para o caso da noção de função exponencial. Tese de doutorado não publicada, UNIBAN – Universidade Bandeirante Anhanguera. Brasil.
- Andrade, S. N. (2006). Possibilidades de articulação entre as diferentes formas de conhecimento: a noção de função afim. Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática não publicada, UNICSUL – Universidade Cruzeiro do Sul. Brasil.
- Artigue, M. (2004). *Le défi de la transition secondaire-supérieur. Que peuvent nous apporter les recherches en didactique des mathématiques?*. Acesso em 13 de fevereiro de 2013 de [http://pedagogie.ac-toulouse.fr/math/liaisons/post\\_bac/informations/colltoulouse.pdf](http://pedagogie.ac-toulouse.fr/math/liaisons/post_bac/informations/colltoulouse.pdf)
- Azzolini, A. (2012). *A noção de função quadrática na transição entre os ensinos fundamental, médio e superior*. Dissertação de Mestrado não publicada, UNIBAN – Universidade Bandeirante Anhanguera. Brasil.
- Dias, M. A.; Artigue, M.; Jahn, A. P. e Campos, T. M. (2010). A comparative study of the secondary-tertiary transition. In: *Proceedings Conference of the International Group for the Psychology Mathematics Education 2*, 129-136. Belo Horizonte: PME.
- Dorier, J. L. (2002). Teaching Linear Algebra at University. ICM-International Congress of Mathematicians. Beijin.
- Faro, S. D. (2010). *Os conhecimentos supostos disponíveis na transição entre o ensino médio e o ensino superior: o caso da noção de sistemas de equações lineares*. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática não publicada, UNIBAN – Universidade Bandeirante Anhanguera. Brasil.
- Gueudet, G. (2008). Investigating secondary-tertiary transition. *Educational Studies in Mathematics* 67(3), 237-254.
- Jammal, E. F. (2011). *Os ostensivos e não ostensivos utilizados no estudo das noções de ponto e reta no plano no ensino médio*. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática não publicada, UNIBAN – Universidade Bandeirante Anhanguera. Brasil.
- Mariani, R.C.P. (2006). *Transição da educação básica para o ensino superior: a coordenação de registros de representação e os conhecimentos mobilizados pelos alunos no curso de Cálculo*. Tese de doutorado não publicada, PUC-SP. Brasil.
- Rogalski, M. (1990). Quels etudiant, quels objectifs d'enseignement? In: Enseigner Autrement les mathématiques en DEUG A première année. Brochure de la commission Inter-Irem. França: IREM.

- Robert, A. (1998). Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. La Pensée Sauvage, Grenoble, 18(2), 139-190.
- Simião, F. (2010). *A noção de matriz na transição entre o ensino médio e o superior*. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática não publicada, UNIBAN – Universidade Bandeirante Anhanguera. Brasil.