

COHERENCIAS COGNITIVAS VS MATEMÁTICAS EN EL ESTUDIO DEL CAMBIO

Leonora Díaz Moreno
Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación. (Chile)

leonoradm@gmail.com

Campo de investigación: pensamiento relacionado con probabilidad, estadística. Nivel educativo: medio

Palabras clave: variación, tiempo, entendimientos psicosociales

Resumen

Se indaga en los desplazamientos entre herramientas de comunicación que ponen en juego profesores a la hora de comunicar qué y cómo cambia en una situación, en el marco de una línea de investigación en Pensamiento y Lenguaje Variacional (Proyecto Fondecyt N°1030413 y Proyecto Diumce 06/07). Adscribimos a una mirada sistémica en la que entendemos a las matemáticas como una actividad humana en donde cobra vital importancia la persona haciendo matemáticas y no sólo el producto matemático. Por ello resulta relevante considerar -en la praxis educativa- las negociaciones y búsqueda de consenso entrelazadas éstas, con las acciones cognitivas de la persona al momento de enfrentarse a la solución de un problema. Asumimos una naturaleza de la noción de variación como red semántico-operacional transversal, que imbrica distintos contenidos escolares de ciencia experimental y de matemática, particularmente aquellos de tiempo y velocidad. Entendemos al tiempo cotidiano formado por una red compleja de intencionalidades y coordinaciones que se estructuran a partir de las necesidades de coordinación con lo otro, con los otros y de las proyecciones intencionales hacia un futuro y un pasado, y, al tiempo matemático en su calidad de parámetro y figurado sobre la base de la metáfora de una distancia horizontal. A continuación se analizan, desde ese marco conceptual, las herramientas a que recurren profesores para comunicar cambios en una situación específica desarrollada en el marco las actividades del Proyecto de Investigación *Las representaciones docentes del Cambio*.

Representaciones cotidiana y matemática del tiempo

Tiempo, en una primera acepción según la Real Academia de la Lengua, es una noción primitiva - algo análogo a la noción de punto en geometría euclidiana - no derivada de otras que permitan definirlo y ligada simbióticamente desde un inicio a cambio y a movimiento. En una segunda acepción, tiempo refiere a una magnitud física que permite ordenar la secuencia de los sucesos, distinguiendo entre éstos, sucesos anteriores, simultáneos y posteriores (el número del movimiento en el análisis fisicista de Aristóteles). Por su parte, los orígenes del sentido del tiempo en las estructuras de nuestro sentido común, se remontan a la etapa prebiológica, en la que ya existían procesos cíclicos, los ciclos de Morowitz en el marco de un ambiente lleno de periodicidades (noche/día, verano/invierno, bajamar/pleamar, entre otros). Esos ciclos imprimieron, desde sus orígenes, conductas rítmicas a los organismos, y los seres que lograron adecuarse al ciclaje temporal tuvieron ventajas evolutivas (Díaz, 2005).

El tiempo se puede detener o enlentecer en la experiencia de la psique humana. Repara Einstein: "La sensación *subjetiva* de un tiempo psicológico nos permite ordenar nuestras impresiones y decir que un evento precede a otro. Pero utilizar un reloj para conectar cada instante del tiempo con un número, o considerar el tiempo como un continuo unidimensional, es desde ya un capricho" (cita en Díaz, 2005, pp. 8-9). Levanta Einstein la noción de "punto-universo" para un punto espacial observable en un punto del tiempo y resignifica al "universo", entendiéndolo como la totalidad de los puntos-universos al que referimos hoy como el *espacio-tiempo*. De este modo entonces, de existir una realidad, ubicada allí afuera, esta es un continuo de cuatro dimensiones, donde *tiempo* y *espacio* están unidos indisolublemente constituyendo una realidad independiente. Bergson critica este tiempo

especializado de la relatividad como no apto para la vida. Con sus reflexiones inaugura al sujeto psicológico y da inicio a la psicología del tiempo.

La metáfora del río dota de significado al transcurrir del tiempo en la estructura del sentido común, semantizando al tiempo como una corriente en la que –por una parte- en todo momento el futuro vendría al presente y se alejaría al pasado, y –por otra parte- en todo momento se experimenta un avance progresivo desde el momento presente hacia el futuro. Toboso (Carrasco, 2006) revisa y mejora esta metáfora: más que un río lineal en que el flujo es constante, tenemos un vértice, una especie de recodo que articula los elementos

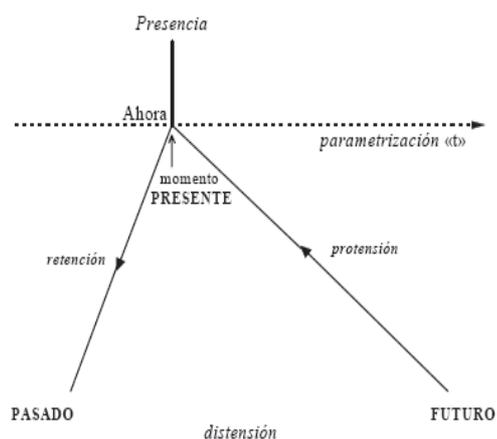


Fig. Estructura proyectivo-paramétrica de la vivencia del tiempo

constitutivos de la experiencia del tiempo en el sujeto, como son *el ahora* y *el momento presente*. El ahora refiere a la condición de experimentar el tiempo de una manera permanente: “(el sujeto se experimenta como) siempre uno y el mismo, y en ello radican la simultaneidad del mundo y la posibilidad de que lo existente se encuentre en el mismo ahora actual” (cita en Carrasco, 2006, p. 44). Nos reconocemos en esta faceta temporal del ahora al experimentarnos en esencia nosotros mismos, aún cuando instante a instante a su vez, vayamos cambiando. Por su parte, el momento presente es este

momento fugaz en el que somos distintos al momento anterior, aún cuando seamos en esencia la misma persona. En esta segunda faceta de la vivencia de la temporalidad, nada cesa de cambiar y cada momento es diferente al anterior, marcando el cambio a la vez que dando sentido al pasado y al futuro. No se trata de un flujo continuo sino que se explica a partir de un vértice en un tal flujo. Vértice que marca a la vez la distinción y la relación entre la visualización psicológica de futuro y de pasado. El *ahora* se concibe como ese vértice que se mantiene fijo mientras la corriente temporal fluye. Y, a la conciencia de ese fluir temporal que nos cambia, se la concibe como el *momento presente* (ver figura).

Complementa Toboso su interpretación de la vivencia de la temporalidad –intrapersonal, situada en el sujeto- con ese tiempo cronológico que hoy medimos con relojes, tiempo que distingue las relaciones de anterioridad, simultaneidad y posterioridad entre los sucesos por lo que da paso a un tiempo metrizado, un tiempo que no es consecuencia de subjetividades presentes en el sujeto ante el acontecer de su vida sino que es una construcción social – interpersonal, situada fuera del sujeto. Este tiempo metrizado carece de la faceta de distensión temporal del tiempo subjetivo, constituyéndose en una superposición de estados presentes que se puede recorrer -como en una línea recta- hacia el pasado y hacia el futuro permitiendo una parametrización temporal de los fenómenos “en términos de la variable *t* como una representación concreta de ese tiempo ‘deshumanizado’ al que aludiera Bachelard” (cita en Carrasco, 2006, p.) Esta concepción parametrizada del tiempo es una –entre otras- herramientas para la construcción de lo social posibilitando la coordinación de acciones entre otros aspectos. Este tiempo métrico da paso a la variable paramétrica *t*, variable que informa el sentido de aumento o disminución de la variable algebraica *t*. Se conforma entonces la experiencia personal del tiempo mediante la síntesis integradora de ambas dimensiones.

La figuración del devenir del tiempo matemático

Oresme es un hito crucial del proceso de construcción de herramientas de visualización de variaciones que inicia en la Edad Media. Levanta como instrumento visual, *un dibujo de la manera en que las cosas varían*, para responder a la pregunta por la figuración del devenir de las cualidades. Destacan en el Renacimiento Descartes quien -sobre la base de la geometría analítica- aporta visualizaciones de variaciones como secciones de curvas geométricas. Y Newton quien construye el cálculo a partir de estrategias geométricas sobre curvas, que son trazadas por un punto que se desplaza. Carrasco (2006) ilustra con los asertos de Gauss (siglo XIX) de que “*la matemática es la ciencia del ojo*” (op. cit. p. 15) y de Hilbert (principios de siglo XX) de que “*las figuras geométricas son fórmulas gráficas y ningún matemático puede prescindir de ellas*” (op. cit. p. 15) como esa figuración, naturalizada, se configura actualmente por un nutrido conjunto de herramientas que forman parte de la utilería cotidiana de la actividad matemática. En particular el aprendiz podrá acceder al pensamiento y lenguaje variacional sobre la base del manejo de un universo de formas gráficas extenso y rico en significados (Cantoral y Farfán citados por Carrasco, op.cit.).

¿Cómo figuró Oresme?

La idea básica de Oresme es que toda cualidad que puede adquirir sucesivamente diferentes intensidades puede ser representada mediante una línea recta levantada verticalmente sobre cada punto de la entidad afectada por dicha cualidad. Sobre una línea horizontal se representa la extensión de esa entidad en la que se estudia la cualidad y en cada punto de esa línea, se levanta una recta vertical cuya altura sea proporcional a la intensidad de la cualidad. De ahí resultó una figura geométrica que ayuda a comprender con facilidad las características del fenómeno que se estudia, ya que, tal como Oresme mismo refiere, nuestro conocimiento se apoya en los sentidos y es ayudado mediante el recurso a la imaginación. La convicción que guió a Oresme es que todo lo que puede ser medido puede ser imaginado a la manera de una cantidad continua, tal como las líneas y las superficies (Artigas, 1989). Por eso, las intensidades que pueden ser adquiridas de modo sucesivo pueden ser imaginadas mediante una línea recta elevada verticalmente sobre cada punto del “lugar” o entidad al que afectan, de manera que la medida de esas líneas proporcionará la medida de las intensidades. Oresme inaugura así, la posibilidad de figurar el tiempo en un segmento horizontal.

El cómic, figuración cotidiana del tiempo

A continuación revisamos producciones fruto de llevar a cabo una actividad - en el marco de un curso en Relme 20 y que a su vez forma parte de las actividades del Proyecto de Investigación *Las representaciones docentes del Cambio* (Díaz, Ávila y Carrasco, 2005)- que indaga acerca de las herramientas de comunicación a que recurren profesores para comunicar cambios en una situación específica de cambio. En la actividad, la consigna al grupo fue que observaran atentamente los cambios presentes en ella para luego comunicar, por medio de un papelógrafo, a los participantes de otro grupo lo ocurrido y de modo que ellos se formen una

idea lo más cercana posible de lo sucedido para que, sin haberla presenciado, simulen la situación. El grupo elabora luego un papelógrafo para comunicar los cambios que han observado. Pueden usar relatos, gráficos, dibujos, tablas, entre otras herramientas de comunicación no oral. La experiencia procura una vivencia de lo qué varía y cómo varía en una situación de cambio de estilo cualitativo. Esta vivencia psicológica del tiempo se asume necesaria para el reconocimiento del tiempo como variable que covaría en una situación de cambio. En una primera actividad un grupo, luego de escuchar un audio, levanta sus registros de comunicación de lo observado y en una segunda, otro grupo, observa inflar dos globos. Ambos grupos recurren a los cómics para comunicar cambios en las situaciones. En términos de Gubert (1987; p.222): "*Los cómics iconizan la temporalidad en forma de espacios cambiantes contruidos por imágenes icónicas fijas*" Se trata de una forma de comunicación que construye su articulación narrativa por medio de imágenes fijas y textos complementarios. Habrá tantas escenas fijas como las "omisiones/novedades" que por un lado separan y por otro ligan a dos eventos consecutivos. Quien lee construye su conciencia de temporalidad atendiendo mentalmente a la sucesión de los hechos o eventos, su duración y la duración del intervalo entre ellos -a través de la omisión/novedad que separa y enlaza a dos dibujos consecutivos. Entonces el tiempo de la actividad será la agregación de la duración de cada evento y la duración de cada intervalo entre ellos, levantándose una estimación cualitativa de tiempos desde la conciencia temporal que favorece el cómic.

Descripción del cómic del audio

		
<p>Comenzamos a escuchar la percusión de un tambor muy rítmico. El tambor toca un par de compases y se incorpora un cencerro.</p>	<p>Luego se agrega una guitarra siguiendo el ritmo de los demás instrumentos solo con punteos.</p>	<p>Finalmente se agrega el sonido de una flauta imitando a un pájaro, generando un ritmo que invita a bailar.</p>

En la primera imagen concurren un rostro sonriente, de gran oreja, una radio que emite ondas y una "nube" –icono gráfico- que informa que en la vivencia intrapersonal de quien escucha están concurriendo a su vez, el sonido de un tambor, las corcheas y negra adjetivando a ese sonido de musical y un sujeto en movimiento indicado por dos segmentos curvos a cada lado de su figura. En la segunda se añaden a los elementos anteriores, un cencerro en la nube. En la tercera imagen aparece una guitarra y el sujeto en la nube tiene una de sus piernas más arriba respecto de la imagen anterior. Si bien hay tres textos y tres imágenes a las que complementan, una secuencia más ajustada entre imágenes y textos daría un conjunto de cuatro imágenes separando del texto que acompaña a la primera la frase *y se incorpora un cencerro* a la que corresponde la segunda imagen, quedando el cuarto texto *Finalmente se agrega el sonido de una flauta imitando a un pájaro, generando un ritmo que invita a bailar*, con su imagen por hacer. Los textos enriquecen la secuencia de eventos que narran las imágenes. En el primer evento el sujeto inicia escuchando la percusión de un tambor *muy*

rítmico (que) toca un par de compases. Con esto nos informa la duración de dos compases para el primer evento secuencial, duración que no informa para los siguientes. Estos dos compases marcarán el ritmo y los tiempos de ingreso de los demás instrumentos. El segundo evento ocurre por integrarse el sonido de un cencerro. El evento tercero se constituye con la integración del sonido de una guitarra *siguiendo el ritmo de los demás instrumentos solo con punteos.* El cuarto evento inicia al agregarse el sonido de una flauta, *imitando a un pájaro, generando un ritmo que invita a bailar.* Por su parte, cada uno de los tres intervalos dura el instante entre la escucha de un conjunto de sonidos y la llegada de uno nuevo que se suma a los anteriores. Entonces la estimación cualitativa de tiempos arroja del orden de medio minuto, cifra cercana a la duración del audio en la actividad.

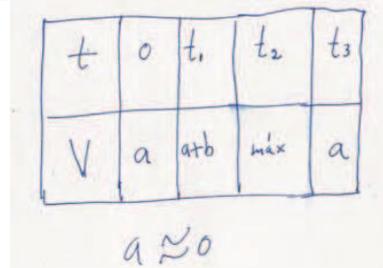
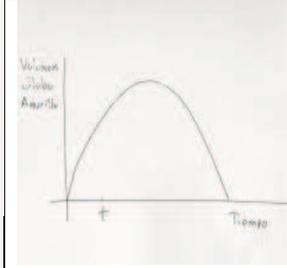
TABLA Estimación cualitativa de tiempo caso del audio							
Secuencia duración de eventos “d” e “I” longitud de intervalos entre eventos							t est.
Evento ₁	Intervalo ₁	Evento ₂	Intervalo ₂	Evento ₃	Intervalo ₃	Evento ₄	Σ
2 compases	1 instante	1 compás	1 instante	2 compases	1 instante	2 compases	$d_i + I_j$
8 seg.	1 seg.	4 seg.	1 seg.	8 seg.	1 seg.	8 seg.	31 seg.

Descripción del cómic de los globos

En su primera producción escrita el grupo levanta dos cómics para narrar lo acaecido, dibujando la cara del monitor y de los globos según una sucesión de eventos. Se acompaña cada escena con una descripción verbal. En el cómic del globo amarillo, la primera imagen muestra al globo en estado inicial. El texto complementa que es de color amarillo y está desinflado. Enseguida muestra la caricatura del monitor y un globo inflado sujeto a su boca, añadiendo que lo infló de forma continua. La tercera imagen muestra al globo en un estado final equivalente al inicial y el texto añade que lo desinfló *en el mismo tiempo aproximadamente.* Aunque no informa cuánto tiempo, se infiere que inflado y desinflado ocurren de modo semejante, con iguales duraciones. Cada uno de los tres intervalos da cuenta de los instantes requeridos para lograr el estado de la imagen siguiente. Una estimación cualitativa de tiempos arroja 15 s., cifra cercana a lo ocurrido (la estimación de inflado-desinflado del globo verde con 5 eventos es de 21 s.).

Globo amarillo				Globo verde			
TABLA Estimación cualitativa de tiempo de inflado y desinflado del globo amarillo							
Secuencia duración de eventos “d” e “I” longitud de intervalos entre eventos							t est.
Evento ₁	Intervalo ₁	Evento ₂	Intervalo ₂	Evento ₃	Intervalo ₃	Evento ₄	Σ
1 tiempo	6 instantes	1 tiempo	6 instantes	1 tiempo	6 instantes	1 tiempo	$d_i + I_j$
1 seg.	6 seg.	1 seg.	6 seg.	1 seg.	6 seg.	1 seg.	15 seg.

El grupo continúa cuando uno de sus integrantes expresa oralmente *tenemos que ver qué contenidos matemáticos están en la situación*. Entonces construyen tablas en las que usan símbolos para indicar órdenes de magnitudes significativas al proceso sin recurrir a números y hacen gráficas para cada caso. Podemos establecer una coordinación entre escenas del cómic y los puntos de la tabla. Con las gráficas como herramientas de comunicación refuerzan los instrumentos del cómic y de tablas antes descritos.

e_0	Tomó globo amarillo desinflado		
e_1	Infló de manera continua el globo		
e_2	(Terminó de inflar el globo amarillo)		
e_3	Desinfló globo amarillo en el mismo tiempo aproximadamente		

Coordinación de registros de comunicación caso globo amarillo: Escenas Cómic - Puntos Tabla - Gráfico

A modo de cierre

El tiempo personal recuperando lo retenido de la experiencia y su figuración en cómics, el tiempo matemático y su figuración en una recta horizontal se hicieron presentes en la actividad de los globos. Cómics que permiten construir la conciencia de temporalidad, atendiendo mentalmente a la duración de los eventos ilustrados en una secuencia de escenas y a la duración del intervalo entre dos eventos. Sobre esta base se levantan tablas de estimación cualitativa de tiempos implicados en la actividad, eslabón que aporta significado a las tablas dibujadas por el grupo y desde las que se desplaza a las gráficas. El grupo figura al tiempo matemático en la recta horizontal de sus gráficas.

Referencias bibliográficas

- Artigas, M. (1989) *Nicolás Oresme, Gran Maestro del Colegio de Navarra, y el origen de la ciencia moderna*. Publicado originalmente en *Príncipe de Viana* (Suplemento de Ciencias), año IX, n° 9, Suplemento Anual 1989, pp. 297-331. Tomado del sitio <http://www.unav.es/cryf/nicolasoresme.html#texto15>, con fecha 12 de octubre de 2004.
- Carrasco, E. (2006) *Interpretación y Construcción de gráficas de variación en el tiempo*. Tesis de maestría no publicada. CICATA, México
- Díaz, L. (jul.; 2005). Profundizando en los entendimientos estudiantiles de variación. En *Relime*, Vol.8, N°2. Ciudad de México.
- Díaz, L.; Ávila, J. & Carrasco, E. (2005) *Las representaciones docentes del Cambio Proyecto de Investigación años 2006-2007*. UMCE. Santiago de Chile.
- Díaz, L.; Gutiérrez, E.; Ávila, J. & Carrasco, E. (2006) *Las representaciones sobre la variación y su impacto en los aprendizajes de conceptos matemáticos*. Informe Final Proyecto Fondecyt N° 1030413. Santiago de Chile.
- Gubert, R. (1987) *La mirada opulenta: exploración de la iconósfera contemporánea*. GGMass Media. Barcelona.