

## UNA HERRAMIENTA INFORMÁTICA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Nydia Dal Bianco, Silvia Martínez, Andrea Pía Salvadori, Fabio Prieto

Departamento de Matemática. Facultad de Ciencias Exactas y

Argentina

Naturales. Universidad Nacional de La Pampa

[dalbianco@exactas.unlpam.edu.ar](mailto:dalbiano@exactas.unlpam.edu.ar)

Campo de investigación: Resolución de problemas

Nivel: Superior

**Resumen.** *La influencia de la informática, más concretamente de la computadora, en el campo de la educación matemática, trajo como consecuencia el replanteamiento en la enseñanza – aprendizaje de problemas y su tratamiento con Software específicos.*

*El artículo relata la actividad realizada con un grupo de alumnos de carreras no matemáticas con la metodología de aula-taller. Teniendo en cuenta que los estudiantes en general, tienen dificultades en tratar situaciones específicas a sus carreras, implementamos un Taller de resolución de problemas con la aplicación de una herramienta informática.*

*En la experiencia los participantes analizaron diversas estrategias para la resolución de situaciones problemáticas y adquirieron conocimientos básicos de una herramienta que les permitió autogestionar su aprendizaje y consolidar su formación profesional.*

**Palabras clave:** resolución de problemas, herramienta informática

### Introducción

La educación matemática esta sujeta a muchas transformaciones, influenciadas o bien por el desarrollo de la misma matemática o por el adelanto vertiginoso de disciplinas tales como la pedagogía, didáctica, informática, entre otras.

A partir de los resultados de estudios recientes es necesario cambiar radicalmente la cultura de enseñar esta ciencia y familiarizarse con los diferentes Software de aplicación en el campo de la misma, relacionándolos con los procesos de creatividad y resolución de problemas, ya que se busca que los alumnos generen sus propias estrategias al enfrentarse a una situación problemática.

En el transcurso del año 2004, se realizó un Taller, con alumnos de las carreras de Ciencias Naturales y Químicas de la Universidad Nacional de La Pampa (U.N.L.Pam) sobre resolución de problemas. Otro Taller, dictado en el año 2006, y avalado por las autoridades de la Facultad de Agronomía, para alumnos con conocimientos básicos de computación y que tenían aprobada la cursada de la asignatura Matemática, es comentado en este trabajo.

1641

En esta oportunidad se adaptaron para trabajar con la nueva versión del Derive, temas de la currícula principalmente los relacionados al Análisis Matemático.

Los objetivos propuestos en este Taller fueron:

- Brindar a los alumnos estrategias básicas para resolución de problemas.
- Facilitar la visualización de soluciones gráficas y/o alfanuméricas mediante la herramienta informática.
- Motivar un enfoque actualizado para el tratamiento computacional en algunos problemas específicos.

### Marco teórico

La familiaridad en el uso y la aplicación de herramientas y Software informático y la multiplicidad de aspectos vinculados a esta temática, constituyen un complemento imprescindible en toda preparación técnica-profesional.

Por otra parte, el desarrollo tecnológico con la incorporación de los ordenadores a todos los ámbitos, tiene su incidencia en la educación y principalmente en la enseñanza de las matemáticas.

En el caso específico de la resolución de problemas la finalidad de la secuencia integrada de procedimientos es la de encontrar respuesta a cierta situación para la que en un principio no se accedía fácilmente.

Algunos autores (Nisbet y Shucksmith, 1991) establecen una distinción entre destrezas y estrategias. Una destreza es una habilidad que se tiene (por ejemplo, recordar palabras haciendo asociaciones mentales con imágenes, o con sonidos, o mediante procedimientos mnemotécnicos); una estrategia consiste en seleccionar las destrezas más apropiadas para cada situación y aplicarlas adecuadamente. Estos autores definen estrategia como: *“secuencias integradas de procedimientos o actividades integradas que se eligen con el propósito de facilitar la adquisición, el almacenamiento y/o utilización de información o conocimiento”*.

Sería impensable que alguien sea capaz de aplicar cualquier estrategia para resolver un problema si no posee “conocimientos temáticos específicos” referidos al área de la matemática en la cual pueda inscribirse el problema.

También se requieren unos “procesos básicos” que se hacen imprescindibles para el desarrollo ulterior de determinados conocimientos necesarios para la aplicación de una determinada estrategia, o el uso de técnicas o destrezas.

De acuerdo con esto, parece claro que no sólo es necesaria la adquisición de técnicas o destrezas en la resolución de problemas, sino un cierto conocimiento sobre los propios procesos de aprendizaje, que permita el uso de las técnicas de un modo estratégico.

Pólya plantea desde una perspectiva global una serie de procedimientos para la resolución de problemas requeridos, a menudo, como métodos generales aplicables en distintas tareas independientemente de su contenido.

Comprender el problema, concebir y ejecutar un plan y examinar la solución son los pasos que el autor considera necesarios para resolver un problema.

Según Schoenfeld (1985) el papel del docente es facilitarles a los educandos técnicas mentales que podrán usar en sus trabajos y actividades profesionales.

### **Desarrollo**

Entre los diferentes asistentes informáticos que hay en el mercado elegimos para el dictado del Taller el Software Derive pues funciona en cualquier ordenador sin necesidad de otros programas, es de fácil manejo y mejora la habilidad procedimental del alumno para resolver problemas, disminuyendo errores al enfrentarse a cálculos tediosos.

El aula taller se constituyó en la sala de computación de la Facultad de Agronomía, donde cada participante disponía de una PC en la que estaba instalado el Derive 6, y de un cuadernillo preparado con el fin de proporcionar el conocimiento y manejo de una herramienta apta para operar en las matemática básicas. (Carrillo A. y Llamas, I., 1994)

Los responsables del Taller, orientaban a los estudiantes ayudándolos en dificultades y/o inconvenientes que se les presentaban al resolver las distintas situaciones.

Desarrollaron los participantes un trabajo práctico con diversas actividades en el que utilizaban herramientas matemáticas y estrategias de resolución de problemas, aplicando el Software para resolver ecuaciones, realizar cálculos y diagramar las gráficas solicitadas.

Algunos problemas partían de funciones específicas para los que aplicaban determinadas sentencias del Derive; mientras que en otros presentaban solo gráficos o tablas según las consignas.

A continuación se muestran resoluciones a situaciones problemáticas y se analizan las diversas estrategias utilizadas, donde se aplicaron en general los pasos de Pólya.

### Problema 1:

Un grupo de biólogos estudia las características de un lago artificial en el cual introdujeron un conjunto de peces para analizar la evolución de esta población. En un principio, la colonia crece reproduciéndose normalmente, pero al cabo de unos meses algunos peces mueren, a causa del hacinamiento.

Uno de los científicos plantea: "he llamado  $x$  a los días que han transcurrido y  $n$  a la cantidad de peces. Mis registros indican que el conjunto de peces evoluciona según la ley:  $n(x) = 240 + 10x - 0,1 x^2$

Debemos hacer algo rápidamente ya que, con esta proyección, pronto se extinguirán".

a) ¿Cuántos peces introdujeron en el lago? b) ¿Durante cuánto tiempo la cantidad de peces fue aumentando? c) ¿Cuál fue la cantidad máxima que llegó a haber? ¿en qué momento? d) ¿Cuándo se extinguirá esa población?

Una forma de resolverlo por un grupo de alumnos es la siguiente:

### Estrategia 1

Primero definimos la función que determina la cantidad  $n$  de peces, la cual depende de  $x$  (días transcurridos)

$$\#1: \quad n(x) := 240 + 10 \cdot x - 0.1 \cdot x^2$$

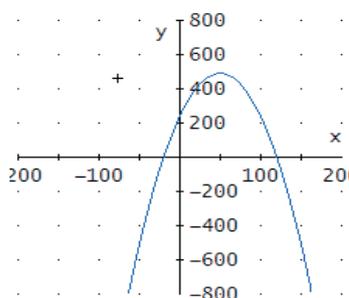
Para calcular la cantidad de peces introducidos calculamos  $n(0)$

$$\#2: \quad n(0)$$

$$\#3: \quad 240$$

se interpreta que se introdujeron 240 peces inicialmente

Para analizar durante que tiempo la cantidad de peces va aumentando, hacemos el gráfico de la función:



Podemos observar que desde el momento en que se introducen los peces, el número va en aumento hasta aproximadamente el día número 50. Luego disminuye hasta el día 130 aproximadamente. En el día número 50 se obtiene la cantidad máxima de peces. Para hallar el número máximo, calculamos  $n(50)$

$$\#4: \quad n(50)$$

$$\#5: \quad 490$$

El número máximo de peces es 490.  
La población se extingue aproximadamente el día 130.

En este problema se incluye la fórmula que se debe utilizar. Los alumnos sólo tenían que contestar las preguntas, que realizaron de dos maneras distintas.

### Estrategia 1

\*Identifica las variables del problema \* Especifica el valor de la función en un punto

1645

\* Interpreta gráficamente la función \* Interactúa entre registros algebraico y gráfico

\* Las respuestas se deducen del gráfico, por lo que se obtienen cálculos aproximados.

\* Hay una limitada utilización de los comandos del Software

*Conceptos no utilizados:* • Dominio de la función • Resolución de la ecuación • Análisis de los intervalos de monotonía de la función • Cálculo de extremos.

## Estrategia 2

La siguiente función representa la cantidad  $n$  de peces, la variable independiente es  $x$  (días transcurridos) en tanto que  $n$  representa la cantidad de peces que hay en el lago.

#1:  $n(x) := 240 + 10 \cdot x - 0.1 \cdot x^2$

El número inicial de peces es lo que vale la función en cero, esto es:

#2: 240

#3:  $n(0)$

Para hallar en que tiempo el número de peces aumenta o disminuye, buscamos los intervalos de crecimiento o decrecimiento de la función. Primero hallamos la derivada y la igualamos a cero para hallar los puntos críticos.

#4:  $\frac{d}{dx} (240 + 10 \cdot x - 0.1 \cdot x^2)$

#5:  $10 - \frac{x}{5}$

#6:  $10 - \frac{x}{5} = 0$

#7:  $\text{SOLVE}\left(10 - \frac{x}{5} = 0, x\right)$

#8:  $x = 50$

Para ver si la función es creciente o decreciente analizamos el signo de la derivada primera. Entonces probamos con un valor antes o después del punto crítico (50) y lo reemplazamos en la derivada primera para ver el signo. Probamos en 49 y 51

#9:  $10 - \frac{49}{5}$

#10: 0.2

#11:  $10 - \frac{51}{5}$

#12: 
$$-\frac{1}{5}$$

La derivada tiene signo positivo en el intervalo  $(-\infty, 50)$  y es negativa en el intervalo  $(50, \infty)$ , por lo tanto la función crece en el primer intervalo y decrece en el otro.

Se puede concluir que el número de peces aumenta desde el momento inicial hasta el día número 50.

Por otro lado, como la derivada cambia de signo de positivo a negativo en el punto crítico 50 la función alcanza un máximo.

Para hallar las coordenadas del máximo calculamos el valor de la función en  $x=50$ .

#13:  $n(50)$

#14: 490

El número máximo de peces es 490.

Para calcular cuando se extingue la población calculamos en que valor la función se anula.

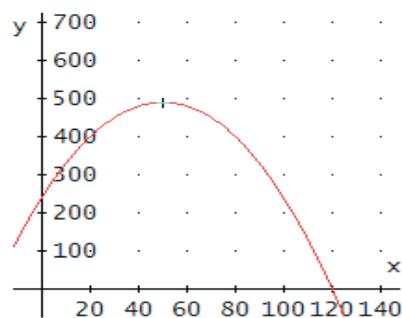
#15:  $240 + 10 \cdot x - 0.1 \cdot x^2 = 0$

#16: SOLVE( $240 + 10 \cdot x - 0.1 \cdot x^2 = 0$ ,  $x$ , Real)

#17:  $x = 120 \vee x = -20$

El valor de  $x=-20$  no tiene sentido para este problema, por lo que se concluye que la población se extinguirá a los 120 días.

En el gráfico siguiente se observa la evolución de el número de peces y podemos corroborar las conclusiones obtenidas anteriormente.



Más completa fue la solución presentada por el otro grupo. A partir del concepto de derivada hallaron intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función y punto crítico. Para calcular cuando se extingue la población igualaron la ecuación a cero. Finalmente realizaron un gráfico en el que observaron las soluciones obtenidas.

## Estrategia 2

\* Identifica las variables del problema \*Especifica el valor de la función en un punto

\* Interactúa entre registros algebraico y gráfico \*Resuelve la ecuación \*Analiza intervalos de monotonía \*Calcula extremos \*Utiliza en forma correcta el Software.

### Problema 2:

a) Calcular usando integrales definidas, el área de un círculo de radio 2. b) Representar gráficamente la situación planteada. c) Verificar los resultados obtenidos utilizando una fórmula de la geometría plana. d) Calcular el volumen engendrado al girar la gráfica de  $y = \sqrt{4 - x^2}$  alrededor del eje x. (Stewart, 1998).

Este problema aunque parece sencillo, presenta cierto grado de dificultad para alumnos que cursan carreras no matemáticas, dificultad que se suaviza durante la cursada, con el aprendizaje gradual de los conceptos necesarios para su abordaje. También contribuye a lograr resultados positivos la aplicación de un Software específico.

Para resolverlo aplicaron conceptos de cónicas, más precisamente la ecuación de la circunferencia, además de obtener el área mediante integrales definidas. También utilizando la fórmula de la geometría plana del área de un círculo, obtuvieron similares resultados.

Luego recurrieron a lo aprendido en Matemática en cuanto a volumen de revolución y comprobar que al girar la gráfica alrededor del eje x lo que se visualizaba era una esfera.

Aplicando el Software, plantearon la ecuación de la circunferencia, graficaron y utilizando una inecuación, delimitaron el área del círculo y la calcularon mediante integrales definidas, comprobando finalmente con la fórmula geométrica que era la solución correcta.

### Conclusiones

El Taller como una propuesta didáctica se desarrolló a fin de iniciar a los estudiantes de carreras no matemáticas, en la aplicación de una herramienta informática que les facilite la visualización y obtención de determinadas soluciones gráficas y/o alfanuméricas.

El proceso de resolución de problemas permitió la verificación, formulación y validación de hipótesis, presentando el aprendizaje como una búsqueda de significados y mejorando la comprensión de conceptos, habilidades y estrategias para la resolución de problemas.

Al finalizar esta actividad y encuestados los participantes solicitaron continuidad en la implementación de estas acciones vinculadas a otras disciplinas, para la producción de trabajos específicos de su carrera y a fin de consolidar su formación profesional.

### Referencias bibliográficas

Carrillo, A. y Llamas, I. (1994). *Derive. Aplicaciones matemáticas para PC*. España: RA MA.

Machin, D. (1976). *Introducción a la Biomatemática*. España: Acribia.

Nisbet y Shucksmith. (1991). Extraído el 15 de septiembre de 2007 desde [http://www.cvc.cervantes.es/ensenanza/biblioteca\\_ele/diccio\\_ele/diccionario/estrategias.htm](http://www.cvc.cervantes.es/ensenanza/biblioteca_ele/diccio_ele/diccionario/estrategias.htm)

Polya, G. (1990). *¿Cómo plantear y resolver problemas?* México: Trillas.

Schoenfeld, A. H. (1985). *La enseñanza de la matemática a debate*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.

Smith, R. y Minton, R. (2000) *Cálculo*. Colombia: McGraw-Hill Interamericana S.A.

Stewart, J. (1998). *Cálculo. Trascendentes Tempranas*. 3ª Edición. México: I. T. Editores.

Swokowski, E. (1996). *Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica*. México. Grupo Editorial Iberoamericana.