

## UNA CARACTERIZACIÓN DE LAS CLASES DE CÁLCULO EN EL ÁREA DE CIENCIAS

Erika García, Eddie Aparicio

Cinvestav-IPN. Universidad Autónoma de Yucatán. (México)

[egarcia@cinvestav.mx](mailto:egarcia@cinvestav.mx), [alanda@uady.mx](mailto:alanda@uady.mx)

Campo de investigación: estudios socioculturales. Nivel educativo: superior

Palabras clave: aula, cálculo, interacciones, costumbre didáctica

### Resumen

Se presenta una investigación que refiere el tipo de interacciones que se produce entre profesor y alumnos al interior de dos aulas de ciencias matemáticas al momento de desarrollar las clases de cálculo. Haciendo uso de la etnografía en tanto método cualitativo de investigación, documentamos durante un tiempo prolongado, lo acontecido en las clases de cálculo en dos grupos distintos de estudiantes. De esta manera, nuestros hallazgos son caracterizados en función de lo que hemos denominado, la *costumbre didáctica del profesor* y las interacciones de aula.

### Problema de investigación

La Universidad Autónoma de Yucatán, además de ser la única universidad pública en el estado de Yucatán-México, es la única en la que a través de su Facultad de Matemáticas (FMAT) se ofrecen e imparten licenciaturas relacionadas con el área de ciencias matemáticas y ciencias computacionales.

En la FMAT se presentan problemas de rezago y reprobación principalmente en el área de cálculo en los primeros semestres de estudio. Llevar el cálculo a un contexto escolar, en el que un profesor debe enseñarlo a sus alumnos, y más aún si éstos se encuentran en contacto por primera vez con esta rama de las matemáticas, genera problemas de aprendizaje, que a la larga pueden verse reflejados en problemas de reprobación y rezago.

El estudio de las problemáticas asociadas al aprendizaje del cálculo se ha discutido y afrontado desde distintas perspectivas, como aquella centrada en el entendimiento de dificultades en torno a conceptos específicos.

Desde esta perspectiva, el centro de atención está en explorar aspectos cognitivos de los estudiantes, olvidando que los significados atribuidos a los objetos matemáticos se constituyen en gran medida, en las aulas de clase, y son el producto de las interacciones de quienes allí participan. Las relaciones que los alumnos mantienen con los objetos matemáticos están condicionadas por las representaciones que se forjan más globalmente sobre lo que es la actividad matemática e incluso por su status como alumno (Cantoral y Farfán, 2003).

En este sentido, las producciones matemáticas de los estudiantes están condicionadas por las interacciones que se establecen al interior del aula, así que analizar la práctica cotidiana de profesores y alumnos es pertinente para poner de manifiesto la manera en que se constituye y adquiere significación un saber matemático. Esto permitiría explicar muchas de las disfunciones del sistema didáctico al interior de las aulas, que se traduce entre otras cosas, en el bajo aprovechamiento y rendimiento de los estudiantes.

## Objetivos

En la investigación nos centramos en obtener un conocimiento confiable sobre lo que acontece al interior de las aulas de ciencias matemáticas como ese escenario propicio para la producción y generación de aprendizajes. Así, la investigación no se limitó a estudiar las respuestas que proporciona un alumno ante una tarea matemática específica que permita conocer su desempeño, sino que se vislumbró la necesidad de documentar de manera sistemática y en tiempos prolongados, cómo se comunica y negocia el significado de los conceptos matemáticos involucrados y los procesos asociados a dichos conceptos, particularmente, en las clases de cálculo.

El *aula* fue la principal unidad de análisis y se pretendió caracterizar el sistema didáctico que allí se ubica (figura 1).

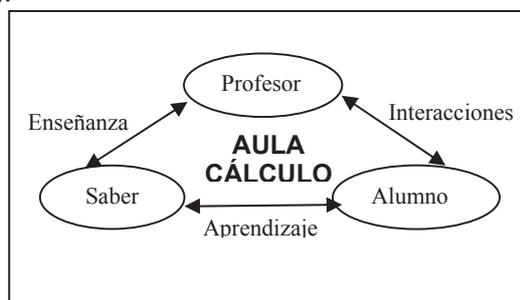


Figura 1. Relaciones entre los componentes del sistema didáctico.

A partir de esta unidad de análisis, nos interesó por una parte, caracterizar las interacciones del profesor y el alumno; por otra, caracterizar el tipo de aprendizaje que se establece entre el alumno y el conocimiento puesto en juego, identificando qué factores en el aula lo “determinan”; y finalmente, caracterizar la relación entre el profesor y el conocimiento, a través de las características de su enseñanza, esto es, su práctica docente.

En síntesis, los objetivos que perseguimos con el estudio fueron:

- Describir la costumbre didáctica del profesor universitario en su clase de cálculo.
- Caracterizar las interacciones entre el profesor, el alumno y el conocimiento.

## Marco Teórico

Se emplearon nociones de la *Teoría de Situaciones Didácticas* para describir las interacciones del sistema didáctico, específicamente, la noción de contrato didáctico.

El contrato didáctico es un conjunto de comportamientos (específicos de los conocimientos enseñados) del profesor que son esperados por el alumno y el conjunto de comportamientos del alumno que son esperados por el profesor (Brousseau, 1982) citado en Ávila (2001).

El contrato didáctico es constitutivo de una situación específica y depende del contenido del saber (conocimiento) puesto en juego, es decir, el contrato es precedero. Sin embargo, para el análisis de los fenómenos didácticos que permanecen en el tiempo, el contrato didáctico al dar cuenta de las interacciones del sistema didáctico, permite caracterizar las prácticas en el aula, que llegan a constituirse en costumbre. El contrato didáctico entonces, da cuenta de la costumbre didáctica que se establece al interior de las aulas.

## Recabación de datos

Utilizamos el *enfoque etnográfico* de la metodología cualitativa de investigación educativa. El término etnografía deriva de la antropología y significa literalmente “descripción del modo de vida de una raza o grupo de individuos”. Se interesa por lo que la gente hace, el cómo se comportan y cómo interactúan (Woods, 1986).

Nos valimos de la técnica de *observación no participante*, que consiste en observar las cosas tal y como suceden, con la menor interferencia posible. Para ello se videograbaron las clases de un curso de cálculo (con duración de 80 minutos cada una) de 2 grupos (grupo A y grupo B) de estudiantes de primer semestre de tres diferentes licenciaturas: Matemáticas, Enseñanza de las Matemáticas y Actuaría. Cada videograbación fue transcrita, registrándose 63 sesiones del grupo A y 54 del grupo B para su posterior análisis. Este registro representa el 70 % del curso. Adicionalmente, se realizaron entrevistas a los profesores participantes y a sus alumnos al término de la observación no participante en las aulas.

## Resultados

El estudio arrojó resultados que en nuestra opinión serían “imposibles” de obtener de otra forma. Se caracterizó el *contexto de las clases de cálculo*, es decir, las características de los profesores, de los alumnos y de sus interacciones en función del saber matemático. Se identificó la noción de *contrato didáctico* como un regulador de la manera en que se negociaban significados a fin de llegar a conformar un significado compartido. Con respecto a los profesores se determinó su *costumbre didáctica*, término referido a la estructura de la clase, estrategias de enseñanza e intencionalidad didáctica observada en los profesores a lo largo del curso. Determinar la costumbre didáctica permitió caracterizar la práctica docente e identificar fenómenos didácticos presentes en ella. Observamos el establecimiento de una cultura al interior de las aulas, y que a juzgar por los datos obtenidos, es el producto de la costumbre didáctica y de las reglas del contrato didáctico.

## Características de la práctica docente

### ▪ *Centrada en lo discursivo-expositivo*

El discurso fue un recurso ampliamente utilizado, aunque en momentos se tornó excesivo y repetitivo. Los profesores eran los responsables de exponer y desarrollar los contenidos, evidenciando una estrategia expositiva. Al respecto, los alumnos se mostraron concientes de esta práctica, y evidenciaron cierto rechazo (extracto 1).

Extracto 1

Ah<sup>§§§§</sup>: ..., repite mucho lo que ya dijo, o sea te dice una cosa y te lo anda repitiendo a cada rato, a cada rato, y hay momentos en que ya, como que sientes que ya lo sabes y no es necesario que lo esté repitiendo. O sea nosotros lo que necesitamos es avanzar y hacer ejercicios, en lugar de que lo esté repitiendo mejor que ponga ejercicios...

### ▪ *Fenómenos didácticos*

---

§§§§ Notación empleada. PA: Profesor del grupo A; Ah: Alumno; Am: Alumna; (...): Silencio; [...]: Murmullos.

*Insistido uso de analogía.* Los profesores frecuentemente sugerían a los alumnos realizar procedimientos de manera “análoga” o “similar” (extracto 2) a como ellos lo habían hecho. Así, el alumno utilizaba los mismos parámetros que utilizaba el profesor ante la resolución de un ejercicio y por consiguiente, intentaba generar técnicas aplicables para otros casos.

Extracto 2

PA: ... ahora vamos a resolver el número 2, de forma similar a como resolvimos el 1. ¡Recuerden! ¿Porqué se tuvieron que tomar dos casos? (...) porque los casos se heredan de la definición de valor absoluto. ¿Qué casos tomo ahora?

*Prescindir del error.* Esta acción predominante en particular en el profesor A, consistió en inducir a los alumnos para que proporcionaran respuestas “correctas”, valiéndose para esto del empleo de interrogatorio a manera de diálogo “socrático”. Además, era frecuente que este profesor proporcionara demasiadas *indicaciones o advertencias* a los alumnos para evitar que cayeran en errores, incluso antes de que esto ocurriera. En el extracto 3 se muestra la introducción de la función valor absoluto y las advertencias del profesor A al respecto.

Extracto 3

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{si } x \geq 0 \\ -x, & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

PA: ..., quizá la confusión más común cuando vemos esta función por primera vez, ¿cuál es? ¿Qué pensaban en esta parte? ¿Qué confusión puede haber? Pensaban que esto tenía que ser negativo porque hay un menos, (señalando  $-x$  de la definición). ¿Por qué no es negativo este número a pesar de que tiene un signo menos? [...] Porque esto es cuando  $x$  es negativo y al multiplicarlo por menos, es positivo. Esto que dijimos vamos a escribirlo. ¿Por qué en la última parte  $-x$  no es negativo?

Se observa que el profesor advierte a los alumnos de un error que posiblemente pudieran haber cometido. Sin embargo, al no ser una duda o error que surja de su práctica, estas advertencias pueden carecer de relevancia o notoriedad.

*Una idea de lo “aparentemente intuitivo a lo formal”.* Ambos profesores si bien seguían la secuencia *definición-ejemplos-ejercicios* en sus cátedras, intentaron realizar un cambio y se observaron matices de otra índole, como partir de casos particulares y llegar a la generalización de un concepto. Haciendo uso de sus experiencias, los profesores decidían los casos particulares de los que se partían y en un intento por hacer más accesibles los contenidos a los alumnos, omitían condiciones iniciales formales en los teoremas.

*Intencionalidad didáctica.* Referimos a la *intencionalidad didáctica* del profesor, como la forma en que éste presenta los contenidos, de modo que queda de manifiesto cierta planeación de la clase y se percibe cierta intención de provocar aprendizaje en los alumnos vía una enseñanza explícita.

El extracto 4 evidencia los dos fenómenos antes descritos.

Extracto 4

Nos situamos en el momento en que un profesor introduce el concepto de función inyectiva, suprayectiva y biyectiva en el aula.

PA Efectúa las graficas de las funciones  $y = x$  y  $y = x^2$  en la pizarra.

PA: ... estas funciones son distintas, ¿cuáles serían las características principales que las hacen distintas?

Am: Una es una línea recta y la otra una parábola.

Am: En una (*refiriéndose a  $y = x$* ) hay imágenes negativas y en la otra (*refiriéndose a  $y = x^2$* ) solo positivas.

PA: Aja, ¿qué más? ¿Qué otra característica las hace distintas?

Ah: El rango.

PA: ¿Qué va a ser el rango? (...) Las imágenes que puede tener.

PA dice cuál es el rango de  $y = x$  y de  $y = x^2$ .

PA: A ver, ¿algo más?

PA dibuja la gráfica del valor absoluto ( $y = |x|$ ).

PA: Ahora, el valor absoluto tiene algo común con ésta ( $y = x^2$ ) pero distinta de  $y = x$ , ¿qué es? (...) igual vemos que son positivos, ¿algo más? (...). El rango es nada más de cero a infinito. Queremos encontrar una característica más que nos va a servir! (...).

PA: Vamos a ver, aquí (*señalando el eje  $y$  en  $y = |x|$* ) si tomamos el 2, ¿cuántos puntos en el eje  $x$  tienen ese valor? ¿Cuántos puntos en el eje  $x$  tienen la imagen 2? ¿O cuáles van a ser?

Am: El 2.

PA: El 2 tiene como imagen 2 y el -2 tiene como imagen 2, también tiene imagen 2. Aquí estos puntos se van a la misma imagen. Aquí también (*señalando  $y = x^2$* ).

PA continúa repite los mismos argumentos para la imagen 3 en la función  $y = x^2$ .

PA: ¿Aquí sucede lo mismo (*señalando  $y = x$* )?

Los alumnos contestan que no.

PA: Pues no!, todos se van a una sola imagen.

Nótese como el plan del profesor es considerar a partir de la representación gráfica de las dos funciones, la lineal y la cuadrática, que los estudiantes de algún modo y de manera inmediata, mencionen la propiedad que caracteriza a las funciones inyectivas. Como esto no ocurre, entonces realiza intentos de modificar su discurso (empero no así la intencionalidad). En otro intento, el profesor dibuja la gráfica de la función valor absoluto junto a las dos gráficas anteriores y vuelve a preguntar con la intención de inducir al alumno a esa respuesta esperada por él. Preguntémosnos, ¿es espontáneo que un estudiante al ver esos ejemplos note la supuesta diferencia expresada por el profesor?, es posible que esto ocurra, empero, observamos que allí no ocurrió. De este suceso, desprendemos que el profesor tiene preparado algo y al momento en que no se sigue el rumbo esperado, trata con mayor insistencia de inducirlo, ¡no hay cambio de estrategia! Los alumnos en esta situación, no son constructores de conocimiento como tal, sino que satisfacen las cláusulas del contrato didáctico, es decir, responden lo que creen que el profesor espera que respondan. Si bien es cierto que el profesor tiene la intención de presentar y tratar el contenido matemático de manera diferente a la “tradicional”, también es cierto, que no contempla el efecto de sus acciones en sus alumnos.

## Conclusiones y reflexiones

Nuestra aportación dentro del terreno práctico, radica en aportar evidencia empírica de cómo la enseñanza tiene un carácter sociocultural en el nivel universitario, y que el aprendizaje no es asunto exclusivo de la cognición. El conocimiento no es producto solamente de una actividad mental sino, se genera y adquiere significación en virtud de una dinámica en el aula.

Las aulas constituyen espacios donde se producen las *condiciones del aprendizaje*. La costumbre didáctica del profesor determina lo que los alumnos aprenden y lo que dejan de aprender. Se establece una “cultura” al interior del aula, que permite ver que las clases se desarrollaron en función de la dinámica y del “tratamiento didáctico” de los contenidos. Esta cultura establece en cierta medida, la forma en como tienen que ser las clases y el rol que cada participante habrá de desempeñar determinando el tipo de aprendizaje que habrán de generar los alumnos.

En este sentido concluimos que los asuntos de éxito o fracaso que puedan tener los alumnos en sus aprendizajes, no es condicionado por factores meramente externos al proceso de enseñanza sino constitutivos de éste.

Finalmente, los autores hacen explícito su agradecimiento a Fondos Mixtos CONACYT-Gobierno del Estado de Yucatán, México, por el apoyo brindado para la realización de este trabajo como parte del proyecto de investigación, Clave: YUC-2004-C03-033.

### **Referencias bibliográficas**

- Cantoral, R. y Farfán, R. (2003). Matemática Educativa: Una visión de su evolución. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 6(1), 27-40.
- Ávila, A. (2001). El maestro y el contrato en la teoría brousseauiana. *Revista Educación Matemática*, 13(3), 5-21.
- Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Reserches en Didactique des Mathématiques*, 7(2), 33-115.
- Woods, P. (1986). *La escuela por dentro. La etnografía en la investigación educativa*. Barcelona, España: Paidós.