

## ANÁLISIS COGNITIVO DEL CONCEPTO DE FUNCIÓN MEDIANTE REPRESENTACIONES SOCIALES

Bertha Ivonne Sánchez Luján, Alberto Camacho Ríos  
I. T. de Cd. Jiménez; CICATA-IPN; I. T. de Chihuahua II  
ivonne\_mx\_2000@yahoo.com, camachoalberto@hotmail.com  
Campo de investigación: Socioepistemología

México

Nivel: Superior

**Resumen.** *Se reportan los resultados de la componente cognitiva de un análisis preliminar que servirá para diseñar una situación de aprendizaje, en tanto mejorar la enseñanza del concepto de función a partir de argumentos de carácter variacional. El estudio se llevó a cabo a partir de la teoría francesa de las Representaciones Sociales, la cual tiene como eje central a las prácticas sociales, que son sistemas de acción socialmente estructurados y muestran pertenencia a un grupo. De la componente cognitiva destacan las concepciones de los profesores, sobre el concepto, que se estiman como estáticas y fijas a una definición rigurosa, institucionalizada, ampliamente influenciados por los libros de texto y planes de estudio.*

**Palabras clave:** función matemática, prácticas sociales, representaciones sociales, sistema central, sistema periférico.

### Introducción

Un constante problema de entendimiento del concepto de función, como una relación entre variables, ha suscitado desde el siglo pasado diversas investigaciones a su alrededor (p. e, Sierpinski, 1992; Ruiz, L, 1998; Guzmán, 1998). En este marco es que nos interesamos en las concepciones de los profesores y estudiantes del nivel superior de ingeniería. El proyecto se inició a partir de un análisis cognitivo del concepto, para el que hicimos uso de la aproximación teórica francesa llamada “Teoría de las Representaciones Sociales” (TRS). Por otro lado, realizamos un análisis epistemológico y un estudio del currículo escolar (los cuales no se consignan en este artículo), de los que rescatamos caracterizaciones del concepto que dieron pie al diseño de la situación desde una perspectiva variacional.

Según Johsua y Dupin (1993) la didáctica de las matemáticas ha incorporado diversas aportaciones de la psicología cognitiva, de la psicología genética y de los estudios de interacciones sociales, con lo que se han desarrollado conceptos y postulados sobre el aprendizaje. Conciben el conocimiento matemático como una construcción social determinada por los procesos necesarios para transformar el propio conocimiento del individuo en un saber socialmente aceptado. De esta forma, parten de la hipótesis que los alumnos puedan adoptar, modificar o enriquecer sus conocimientos. De esta manera, todo conocimiento que se suponga para el aprendizaje depende

1185

de la movilización que el sujeto haga de sus concepciones. Es a través de ellas que quien aprende interpreta la información y produce eventualmente un nuevo conocimiento. Cada vez que hay comprensión de un modelo o movilización de un concepto, su estructura mental se reorganiza completamente.

### **Representaciones o concepciones**

Para nuestra investigación, es importante establecer el concepto teórico de “representación” puesto que posee diferentes acepciones. Nos centraremos en la definición de la psicología social de este concepto. Según Jodelet (1984) una (RS) es “una forma de conocimiento socialmente elaborado y compartido” (p.473).

En el ámbito escolar, la representación no es un reflejo de la realidad escolar o de sus funciones sociales efectivas, sino una construcción original. Es decir, es un proceso de construcción de un saber basado en experiencias sociales.

#### *1.2 Preguntas de investigación*

¿Cuáles son las concepciones de los profesores en torno al concepto de función?

¿En esas concepciones, está presente el aspecto variacional y dinámico del concepto?

¿Existe vinculación o un eje rector entre esas concepciones?

¿Cuáles son los factores socioculturales que intervienen en la formación de esas concepciones?

¿Cómo pueden ayudar las concepciones de los profesores para el diseño de la situación de enseñanza que pretendemos?

### **Marco Teórico**

#### *La Teoría de las Representaciones Sociales*

Las (RS) son formas de interpretar nuestra vida diaria, estilos de modelos del conocimiento social. Toda actividad mental individual está determinada a través del contexto grupal en que se

desarrolla el individuo, por tanto la noción de (RS) nos sitúa en un punto en que aprehendemos diariamente de nuestro medio ambiente la información que se vierte sobre el de las demás personas. El conocimiento es, en este sentido, “espontáneo”, socialmente elaborado y compartido.

*“La representación social es una modalidad particular del conocimiento, cuya función es la elaboración de los comportamientos y la comunicación entre los individuos. (. . .) es un corpus organizado de conocimientos y una de las actividades psíquicas gracias a las cuales los hombres hacen inteligible la realidad física y social, se integran en un grupo o en una relación cotidiana de intercambios.” (Farr, 1984, p.504).*

### *Estructura de las representaciones: núcleo central y elementos periféricos*

El “núcleo central” o “sistema central” es el elemento que sostiene a la representación. Toda representación está construida alrededor del núcleo o sistema central, formado por uno o varios elementos que dan significación a dicha representación. El núcleo central es determinado tanto por la naturaleza del objeto representado, como por la relación que el grupo (o sujeto) mantiene con el objeto, y además con un sistema de valores y normas sociales. La identificación del núcleo central es determinante para conocer el objeto propio de la representación. El sistema periférico, por su parte, se organiza alrededor del sistema central, da concreción al significado de la representación ya que es la interfase entre el núcleo central y la situación concreta en que es elaborada o utilizada, asociado a las características individuales, permite, de esta forma, una adaptación en función de las experiencias personales en torno al núcleo central. El sistema periférico no se considera menor que el central, es fundamental para la preservación o transformación de la RS.

Luego, y para nuestro propósito, entendemos las (RS) como una construcción personal que integra elementos y que se ha generado en la práctica del profesor. Estas (RS) transforman e impactan las concepciones de los estudiantes al momento de impartir su clase mediante procedimientos y actividades en el aula.

| SISTEMA CENTRAL   | SISTEMA PERIFÉRICO  |
|---|---|
| Vinculado a la memoria colectiva y a la historia de grupo | Permite la integración de las experiencias e historias individuales |
| Consensual, define la homogeneidad del grupo              | Soporta la heterogeneidad el grupo                                  |
| Estable, coherente y rígido                               | Flexible: soporta las contradicciones                               |
| Resiste al cambio   | Evolutivo   |
| Poco sensible al contexto inmediato                       | Sensible al contexto inmediato                                      |

Características de los sistemas central y periférico. (Abric, 1994)

## Metodología

### *Primera etapa: Recolección del contenido*

En esta parte, nuestra intención fue conocer las concepciones que los docentes del área de matemáticas presentan sobre el concepto de función, por lo que consideramos conveniente permitir que ellos escribieran “espontáneamente” las palabras que evocan al pensar en este concepto, para contar así con una serie de ideas del “sentido común”(Dollo, 2001). A partir de un término inductor “función”, respondieron mediante asociación libre. Sus respuestas proporcionan una manera de sondear el nodo estructural latente de las RS.

Proposición 1: ¿Cuáles son las palabras o expresiones que vienen a su mente al pensar en (el concepto) la palabra Función? (Función, ¿qué es?). Escriba al menos cuatro y máximo diez.

Proposición 2: ¿Cuáles son las palabras o expresiones que vienen a su mente al pensar en la definición de Función que usted enseña? (Función, ¿por qué?). Escriba al menos cuatro y máximo diez.

### Segunda etapa: Búsqueda del contenido y del sistema central

Al requerir una jerarquización de proposiciones relativas al concepto, elegimos aquellas que son presentadas en diversos libros de texto como relacionadas con el tema, y tomando en cuenta que nos llevarán explícitamente a reconocerlas en el esquema de las (RS). En el caso de la palabra “variabilidad”, aún cuando no se menciona en los libros de texto, se incluyó, pues consideramos importante su relación con otros significados asociados, como son: “variable” y “variación”, para la comprensión del concepto en estudio (Camacho, 2007).

Proposición 3: Lea atentamente las siguientes expresiones:

- |                                 |                             |                              |                          |
|---------------------------------|-----------------------------|------------------------------|--------------------------|
| 1. Ley de Causa – efecto        | 6. Ecuación                 | 10. Predicción               | 16. Inferencia           |
| 2. Modelo matemático            | 7. Regla de correspondencia | 11. Fórmula                  | 17. Expresión analítica  |
| 3. Variabilidad                 | 8. Contradominio            | 12. Dependencia de variables | 18. Variable dependiente |
| 4. Ley                          | 9. Tabla de valores         | 13. Gráfica                  | 19. Variación            |
| 5. Dependencia entre cantidades | 10. Predicción              | 14. Variable independiente   | 20. Otras _____          |
|                                 |                             | 15. Dominio                  |                          |

A partir de ellas deberán jerarquizar las cinco expresiones que más se ajusten al concepto de función, así como las cinco más alejadas del mismo.

### Para verificar la información del sistema de representación

Proposición 4. Se presentan una serie de proposiciones referentes al tema de función matemática a las cuales deberá responderse de la siguiente forma:

1. Totalmente de acuerdo
2. Parcialmente de acuerdo
3. Ni de acuerdo ni en desacuerdo
4. Parcialmente en desacuerdo
5. Totalmente en desacuerdo

1189

El análisis nos llevará a conocer el grado en que los conocimientos están arraigados.

### *Identificación de lazos y puesta en evidencia de los elementos centrales*

La siguiente proposición permitirá observar la organización interna y ensamble de los elementos de la representación. Muestra, además, un método de asociación libre.

Proposición 5: Lea atentamente la siguiente lista:

- |                 |                 |                         |                              |
|-----------------|-----------------|-------------------------|------------------------------|
| 1. Inferencia   | 6. Ecuación     | 11. Dependencia         | 16. Modelo matemático        |
| 2. Algebraico   | 7. Modelo       | 12. Interpretar         | 17. Gráfica                  |
| 3. Fórmula      | 8. Patrón       | 13. Representación      | 18. Regla de correspondencia |
| 4. Aproximación | 9. Idealización | 14. Tabla de valores    | 19. Predicción               |
| 5. Variabilidad | 10. Predicción  | 15. Ley de causa efecto | 20. Conclusiones             |

Después de haber leído atentamente, construya diez cadenas asociativas acerca del término función. Cada cadena inicia con el término función y debe tener cuatro términos incluyendo el de función. Cada término puede ser utilizado en varias cadenas.

Función → \_\_\_\_\_ → \_\_\_\_\_ → \_\_\_\_\_

### *Tercera etapa: Verificación de la centralidad*

La proposición 6 se presentan con una serie de 30 palabras relacionadas con el concepto, de las cuales deben formar grupos y escribirles un título, lo que permite mostrar la organización del contenido de una representación en un sistema de categorías mediante grupos de palabras. Es un método indirecto para encontrar una relación de similitud entre sus partes.

### *Análisis de la población*

Se aplicó el cuestionario a cinco docentes del Departamento de Ciencias Básicas del Instituto Tecnológico de Cd. Jiménez y a ocho docentes del Departamento de Ciencias Básicas del Instituto Tecnológico de Chihuahua II.

## Resultados de la aplicación del cuestionario

### *Primera etapa: recolección del contenido*

Las palabras más utilizadas fueron: dominio, contradominio, dependencia, correspondencia, expresión y conjuntos.

### *Segunda Etapa: Búsqueda del contenido y del sistema central*

Comprueba la existencia de una jerarquización colectiva. Pone en evidencia los elementos centrales de la representación.

| Cinco mas importantes o cercanas del concepto   | Cinco mas alejadas del concepto de función   |
|---|--|
| Ley de causa-efecto, gráfica, interpretar, fórmula, modelo, modelo matemático, ley, idealización. | Numérica, números reales, ordenada, origen.<br>El 10% respondió que todas las palabras tienen que ver con el concepto. |

### **Para verificar la información del sistema de representación:**

Proposición 4. Fundamentada en conceptos matemáticos teóricos, los resultados muestran un dominio del tema entre un 45% y 60%.

### *Identificación de lazos y puesta en evidencia de los elementos centrales*

Proposición 5: Mediante asociación libre deben construirse diez cadenas de cuatro términos cada una iniciando con el de función. La mayoría de los encuestados construyó las diez cadenas completas. De un total de 21 palabras mostradas, el promedio de utilización es de 13 a 18 palabras. Las más utilizadas fueron "Tabla de valores" con frecuencia de 26 por todos los sujetos encuestados, seguido por modelo, dependencia, representación y gráfica.

### *Tercera Etapa: Verificación de la centralidad*

La pregunta 6, permite mostrar la organización del contenido de una representación en un sistema de categorías mediante grupos de palabras: número promedio de palabras utilizadas 14 a 20. El 76% completaron el número total de cadenas con los términos sugeridos. El 61% nombró los grupos, el resto no lo hizo. Se percibe dificultad para nombrar los grupos y/o seguir las instrucciones.

### **Conclusiones**

Esta investigación se organizó en torno a dos ejes principales: 1. Tener un mejor conocimiento de las concepciones que los docentes del área de matemáticas presentan sobre el concepto de función, y 2. Determinar los factores socioculturales que intervienen en la formación de dichas concepciones.

La intención de aplicar los cuestionarios fue para cumplir con el primer punto, de ello, obtuvimos que el núcleo central está formado por los significados asociados al concepto de función: dependencia de variables, regla de correspondencia, grafica, tabla de valores, modelo y dependencia; los elementos periféricos: variable independiente, relación, dominio y rango. De acuerdo a la teoría de las (RS) son estos últimos los que permiten una adaptación de las experiencias personales al concepto y son fundamentales para el mejor entendimiento del sistema central que le presta estabilidad y coherencia.

Para el segundo eje encontramos que las prácticas desarrolladas en torno a una (RS) no pueden manejarse alejadas del sistema de normas y valores sociales. La influencia del medio en que se realicen es indiscutible. Encontramos que estas prácticas están fuertemente influenciadas por conocimientos institucionalizados, que de cierta forma controla “y regula” el conocimiento que se encuentra alrededor del concepto de función, tanto en los libros de texto como en los programas oficiales. Por lo que esta institucionalización norma las prácticas escolares en torno al tema.

En consecuencia consideramos:

- a) Las definiciones dadas para el concepto de “función” son mostradas como una dependencia de variables.

- b) Los profesores están influenciados por los libros de texto.
- c) En consecuencia, los estudiantes están influenciados por los profesores.
- d) La noción de variación no aparece en el discurso actual.

En cuanto al alcances de la investigación, tal como lo predice la TRS los elementos periféricos tienen una función de defensa, mas pueden ser agregados (removidos, cambiados, modificados, aumentados) bajo el efecto de una modificación de las prácticas sociales, lo cual, de acuerdo a Flament (1994), tiene como consecuencia un cambio gradual de la representación, su desintegración o transformación total. Los resultados del análisis cognitivo, junto con los resultados del análisis epistemológico y del análisis didáctico, serán el sustento para diseñar situaciones de aprendizaje, integraremos en el diseño la noción de “variabilidad”, que hemos reconocido en el dominio de prácticas sociales: procedimentales y de observación, que ocurrieron a lo largo de los siglos XVIII y XIX, y que nos permitirá caracterizar de mejor forma el concepto de función. Con este significado asociado al concepto de función, intentaremos influir en los elementos periféricos de la cognición de los estudiantes, al colocarlos en un proceso de deconstrucción y recontextualización del concepto.

### Referencias bibliográficas

Abric, J. C. (1994). *Pratiques sociales et représentations*. Paris: PUF.

Camacho, A. (2007). Las nociones de variable, variación y variabilidad en la enseñanza del concepto de función. *XII Conferencia Interamericana de Educación Matemática*. Querétaro, México.

Dollo, Ch et Joshua S. (2002) Conceptions d'élèves et diversité des paradigmes en sciences économiques et sociales (l'exemple du chômage) Article paru dans L'Année de la Recherche en Sciences de l'Education. En <http://www.aix-mrs.iufm.fr/formations/filieres/ses/didactique/obst.html>

Farr, R. (1984). Psicología social II. Pensamiento y vida social. Psicología social y problemas sociales. En S. Moscovici (Ed.). *Las representaciones sociales*. (pp.495-506). Barcelona, España: Paidós.

Flament, C. (1994). Pratiques et représentations sociales. En J. Abric (Ed.): *Représentations sociales et pratiques*. París. PUF.

Giordan, A. y De Vecchi, G. (1988). *Los orígenes del saber. De las concepciones personales a los conocimientos científicos*. España: Diana Editora.

Jodelet, D. (1984). Psicología social II. Pensamiento y vida social. Psicología social y problemas sociales. En S. Moscovici (Ed.). *La representación social: fenómenos conceptos y teoría*. (pp.469-494). Barcelona, España: Paidós.

Joshua, S. y Dupin (1993). Introduction á la didactique des sciences et des mathématiques. París. PUF.

Ruiz, L. (1998). *La noción de función: análisis epistemológico y didáctico*. España: Publicaciones de la Universidad de Jaén.

Sánchez, B. I, Camacho, A, (2007). El concepto de función matemática en los docentes a través de las representaciones sociales. *XII Conferencia Interamericana de Educación Matemática* . CIEM. México

Sierpinska, A. (1992). On understanding the notion of function. En E. Dubinsky & G. Harel (Eds). *The concept of function: Aspects of epistemology and pedagogy* (pp. 25-28) Washington, DC, USA: Mathematical Association of America.