

ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS CON EL USO DE TIC'S

Estela Torroba, Marisa Reid, Nilda Etcheverry
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales . UNLPam.
mareid@exactas.unlpam.edu.ar
Campo de investigación: Visualización

Argentina

Nivel: Superior

Resumen. *En este trabajo se presenta el relato de una experiencia desarrollada con estudiantes universitarios para desarrollar el tema ecuaciones diferenciales ordinarias mediante una propuesta didáctica diferencial basada en la visualización.*

El objetivo de este trabajo es mostrar las interacciones que se producen en estas situaciones de enseñanza y el papel que desempeña la visualización, favorecida por las herramientas que brindan los softwares Derive y Cabri.

Se reportan observaciones que muestran características del trabajo realizado por estudiantes y docentes en el ambiente en el cual se llevó a cabo la experiencia y algunas conclusiones vinculadas con el rol de la visualización en los procesos de resolución de situaciones problemas.

Palabras clave: límite, tecnología, enseñanza, aprendizaje

Introducción y objetivo

En este trabajo se presenta el relato de una experiencia desarrollada con estudiantes universitarios para introducir el tema ecuaciones diferenciales ordinarias mediante una propuesta didáctica diferencial basada en la visualización.

Nuestra experiencia docente en la enseñanza del Cálculo y la gran cantidad de investigaciones realizadas convergen en que la enseñanza tradicional tiende a centrarse en una práctica algorítmica y algebraica del cálculo. Acordamos con lo expresado por Artigue (1998), *“en el plano didáctico hay que reconocer que la enseñanza tradicional algebraica y muy algoritmizada, es una enseñanza que no plantea problemas y que corresponde a un nivel de exigencia mínima, tanto para los estudiantes como para los profesores”* (p. 129).

1127

Nuestro interés al realizar esta experiencia fue abordar los conocidos obstáculos conceptuales en la comprensión de las ecuaciones diferenciales proponiendo una nueva secuencia de aprendizaje construida sobre la base de la visualización.

Por visualización entendemos el proceso de formar imágenes, ya sea mentalmente o con el auxilio de lápiz y papel o tecnología. La visualización es empleada con el objetivo de estimular el proceso de descubrimiento matemático a fin de conseguir una mayor comprensión matemática (Zimmermann & Cunningham, 1991).

El significado de las ecuaciones diferenciales ordinarias es de fundamental importancia para la formación de un profesional, ya sea por el innumerable campo de aplicaciones como por el carácter integrador que tiene esta teoría. Al tratarse de un tema de una asignatura cuatrimestral, con gran cantidad de contenidos a desarrollar y tiempo limitado para el aprendizaje de los mismos, decidimos priorizar que los alumnos tuvieran una idea global y más completa de las ecuaciones diferenciales, aunque quizás más intuitiva y menos formal.

Nuestra intención es desarrollar en los alumnos la visualización matemática, entendiéndola como la habilidad de representar, transformar, generar, comunicar, documentar y reflexionar sobre la información visual generada a través del uso de tecnología.

De la experiencia realizada mostraremos aquí algunos episodios y nos proponemos describir y analizar:

1. Tipo de argumentaciones matemáticas utilizadas por los alumnos para justificar sus afirmaciones o validar sus conjeturas.
2. Las relaciones profesor-alumno-conocimiento matemático al trabajar en un ambiente computacional a partir de un nuevo abordaje de contenidos matemáticos.

En las siguientes secciones describiremos, sintéticamente, el grupo de estudiantes que participó de la experiencia, las tareas propuestas, los softwares utilizados y la forma en que se registraron las actividades desarrolladas por el grupo de estudiantes para su posterior análisis.

Grupo de estudiantes y planificación de las tareas

La propuesta que aquí se relata se desarrolló durante el segundo cuatrimestre del año 2006 con alumnos que cursaban la asignatura Análisis II correspondiente a las carreras Profesorado en Matemática y Licenciatura en Matemática que se dictan en la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la UNLPam. Estuvo organizada de la siguiente manera:

1. Clase de introducción del tema Ecuaciones Diferenciales, usando el software Cabri II Plus.
2. Dos clases en la sala de computación con el software Derive considerando aspectos gráficos y algorítmicos del concepto.

Todas las clases tuvieron una duración de dos horas.

Clase introductoria usando el software Cabri II Plus

Esta clase para introducir el tema ecuaciones diferenciales se desarrolló en el horario habitual de clase de la asignatura Análisis II y a la misma asistieron veintidós alumnos de las carreras Profesorado en Matemática y Licenciatura en Matemática.

La profesora responsable del dictado de la asignatura, que es una de las autoras de este trabajo, fue quien llevó adelante la clase y otra de las autoras, colaboró realizando construcciones con la computadora que se proyectaban en el pizarrón usando el cañón e interactuando con la docente en las explicaciones.

El desarrollo de habilidades ligadas a la visualización matemática podrá impulsar a los estudiantes a un nivel más profundo de los conceptos propios del cálculo. El diseño de nuevos materiales es imperativo para este desarrollo integral, y no como hasta ahora se ha realizado, en donde se enfatiza en demasía un solo tipo de representación, que es el algebraico. Es necesario romper con esa idea y proporcionar al estudiante una noción más rica que le permitan realizar tareas más profundas cuando está aprehendiendo conceptos del cálculo.

En el estudio cualitativo de las ecuaciones diferenciales el registro gráfico juega un papel central y para instrumentar este escenario se requiere de la tecnología para explorar aspectos que surjan de la visualización.

Luego de definir y clasificar las ecuaciones diferenciales se presentó la siguiente ecuación diferencial: $y' = -x/(4y)$ con el objeto de estudiar las propiedades de las soluciones de la misma a partir de su campo direccional.

En esta oportunidad se trabajó con el software Cabri II Plus que permite la construcción de segmentos de pendiente asociados a la ecuación y de campos de pendientes cuya construcción paso a paso permite “ver” las curvas de la familia solución. Para obtener estos segmentos se procedió del siguiente modo:

En un punto cualquiera del plano cartesiano (x_0, y_0) se construyeron dos vectores paralelos a los ejes con origen en ese punto. El vector vertical de longitud $-x_0/(4y_0)$, y el horizontal de longitud uno. El vector suma de ellos se encuentra sobre una recta de pendiente $-x_0/(4y_0)$. Marcamos sobre el mismo un segmento con uno de sus extremos en el punto (x_0, y_0) . Posteriormente con la rejilla de puntos se puede obtener el campo de direcciones como el lugar geométrico de los segmentos tangentes cuando éstos se desplazan sobre la rejilla.

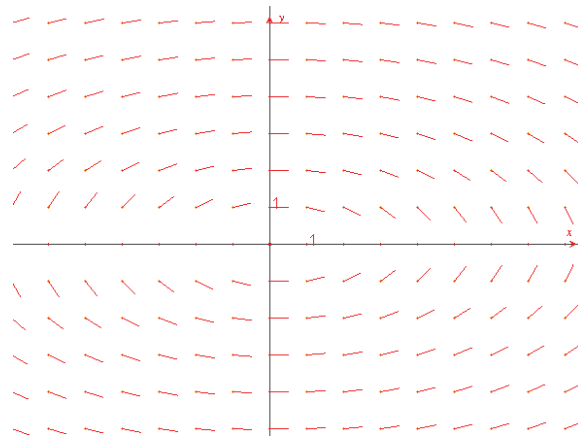


Figura 1

Observando el campo de direcciones se puede identificar que las curvas solución son elipses con centro en el origen de coordenadas.

A continuación se realizó un trabajo exploratorio ubicando los segmentos de igual pendiente y trazando las isoclinas correspondientes, como se observa en la Figura 2.

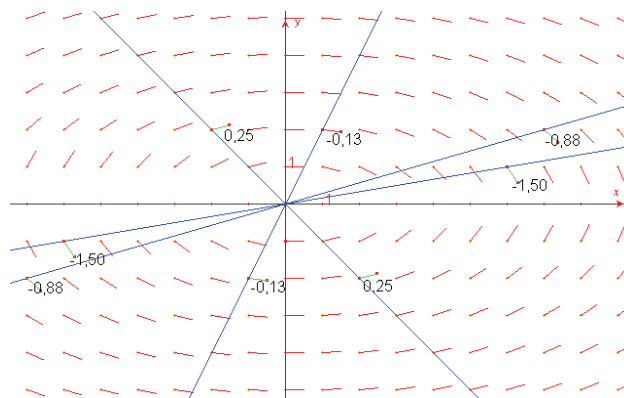


Figura 2

Posteriormente se trabajaron con otras ecuaciones diferenciales y mediante la construcción de campos direccionales pudieron visualizar la forma general de las curvas solución.

Se presentó un enfoque cualitativo de las ecuaciones diferenciales oponiéndose a la enseñanza tradicional que potencia el enfoque algebraico sobre el gráfico y el numérico, y favorece el carácter mecánico e instrumental permitiendo que los estudiantes desarrollen una visión limitada y restringida en la búsqueda de la solución de las ecuaciones diferenciales.

“Conceptualmente, el papel visual es tan fundamental para el aprendizaje del cálculo que es difícil imaginar un curso exitoso de cálculo que no enfatice los elementos visuales del tema. Esto es especialmente verdad si el curso tiene la intención de promover un entendimiento conceptual, el cual es ampliamente reconocido como carente en la mayoría de los cursos de cálculo como es actualmente enseñado. La manipulación algebraica ha sido enfatizada en demasía y... en el proceso el espíritu del cálculo se ha perdido” (Zimmermann, 1990, p. 136).

Clase en la sala de computación

En estas dos clases los alumnos disponían de una computadora cada una equipada con el software Derive 5. Coordinando la clase se encontraba la profesora responsable de la asignatura y otra de las autoras de este trabajo participó como observadora.

Los alumnos tenían conocimiento del software ya que en la primer clase práctica de la asignatura fueron introducidos los comandos básicos del programa. Este software fue seleccionado por ser de fácil manejo, no requerir de conocimientos previos de computación o programación y posibilitar el tratamiento de los contenidos matemáticos propuestos.

A cada alumno se le entregó una guía de actividades para ser resueltas utilizando el software. Al término de la clase debían entregar los trabajos realizados.

Las actividades que se propusieron priorizaban la articulación de registros de representación asociados a las ecuaciones diferenciales ordinarias, las tareas consistían en:

- resolución de ecuaciones diferenciales usando los enfoques analítico y cualitativo.

- resolución de situaciones que corresponden a crecimiento y decrecimiento de poblaciones, enfriamiento, etc.

A continuación se muestran ejemplos de cada una de esas tareas:

Para las ecuaciones diferenciales $y' = 1/y$ y $y' = x^2/y$

- Dibuje el campo direccional
- Grafique algunas curvas solución sin resolver la ecuación diferencial.
- Resuelva la ecuación diferencial.
- Dibuje las soluciones obtenidas en el inciso c) y compárelas con las gráficas del inciso b).

Este problema fue extraído de Stewart (1999) pp.956.

Suponga que la temperatura de una taza de café obedece la ley de enfriamiento de Newton. La temperatura de una café recién servido es de $200^{\circ}F$ y un minuto después su temperatura es de $190^{\circ}F$ en una sala cuya temperatura es de $70^{\circ}F$. Determine cuándo el café alcanzará una temperatura de $150^{\circ}F$.

La utilización del software para la resolución de las actividades propuestas permitió que los estudiantes exploraran inicialmente las ideas geométricas y numéricas, desarrollaran sus propias concepciones y finalmente, las conectaran con los resultados obtenidos algebraicamente, dándoles una interpretación significativa.

Para hacer un uso reflexivo de la tecnología en el aula de matemática es necesario implementar tareas que demanden el uso coherente de diferentes representaciones. *“La tecnología, desde este punto de vista, servirá como herramienta fructífera para la*

construcción de conceptos matemáticos más profundos que se reflejen en procesos exitosos por parte de los estudiantes en la resolución de problemas” (Hitt, 2003, p. 222).

La participación de los docentes en este encuentro se limitó simplemente a observar el trabajo que realizaban los estudiantes ya que los mismos pudieron completar las tareas solicitadas sin ayuda.

Conclusiones

A partir de lo relatado en las secciones anteriores, podemos proporcionar algunos elementos que caracterizan las actividades desarrolladas en el ambiente computacional por los estudiantes.

En una de las tareas solicitadas sobre resolución de algunas ecuaciones diferenciales, los estudiantes sólo presentaron la solución algebraica brindada por el software o utilizaron las representaciones gráficas de manera muy limitada, ello no les permitía contar con consideraciones adicionales que les sirvieran de apoyo para darles mayor seguridad a sus procesos algebraicos o proporcionarles una señal de peligro en caso de error.

El uso del software Cabri II Plus favorece la aparición de un nuevo razonamiento implícito en los estudiantes. La computadora trae una ayuda dinámica a la enseñanza, en particular porque favorece las interacciones entre los distintos registros y facilitando en planteo de conjeturas.

La articulación entre los distintos enfoques, esbozar las curvas de la solución, su evaluación numérica y obtener la fórmula explícita; contribuyen a la comprensión de la solución de los problemas que se presentaron.

Si nos referimos a la dinámica de las clases en la sala de computación, es destacable el hecho de que todos los alumnos trabajaron en el tema, aunque tuvieran dudas. Percibimos ritmos diferentes en cada estudiante y pudimos observar diálogo matemático

entre ellos, aunque cada uno disponía de una computadora para realizar las actividades propuestas.

La preparación de las actividades demandó gran dedicación previa por parte de los docentes, de modo tal que los alumnos pudieran seguirla de manera independiente y con libertad para implementar sus propias estrategias. Así, la clase estuvo centrada en el trabajo de los alumnos y los docentes recorrieron el aula y aclararon las dudas cuando los alumnos así lo requerían, sin anticiparse.

La conjunción de abordajes visuales y algebraicos y el empleo de diversas representaciones: gráficas, tabulares, algebraicas, aparecen como necesarias y complementarias para resolver las cuestiones planteadas.

Referencias bibliográficas

Artigue, M. (1998). La enseñanza de los principios del cálculo: problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos. En Artigue, M.; Douady, R.; Moreno, L. y Gómez, P. (Eds.), *Ingeniería didáctica en educación matemática*. (pp.97-140) México: Grupo Editorial Iberoamericano.

Guzmán, M. de, (1996). *El rincón de la pizarra*. Madrid, España: Ediciones Pirámide, S.A

Hitt, F. (2003) Una Reflexión Sobre la Construcción de Conceptos Matemáticos en Ambientes con Tecnología. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*, 10, 2, 213-224

Stewart, J. (1999). *Cálculo Multivariable*. México: International Thomson Editores.

Zimmermann W. (1990). *Visual Thinking in Calculus*. In Visualization in Teaching and Mathematics. Zimmermann W. & Cunningham S. Editors. Washington, DC, EE.UU: MAA, No.19.

Zimmermann, W. & Cunningham, S. (1991). *Visualization in teaching and learning mathematics*, Washington, DC, USA: Mathematical Association of America.