

ACTIVIDADES DE PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA CON TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN Y LA COMUNICACIÓN

José Luis Torres Guerrero, Liliana Suárez Téllez, Blanca Ruiz Hernández, Pedro Ortega Cuenca, María Eugenia Ramírez Solís
Instituto Politécnico Nacional. México
jeluistg@yahoo.com.mx
Campo de investigación: Tecnología Avanzada Nivel: Medio

Resumen. *El Taller Actividades de Aprendizaje de Probabilidad y Estadística con Tecnologías de la Información y la Comunicación (APETIC) tiene como uno de sus objetivos de largo alcance del la conformación de una Comunidad para la realización de innovación e investigación en Educación Estadística que tome en cuenta los estados del conocimiento de la disciplina. En el taller se presenta una propuesta para la planeación de actividades de aprendizaje para el curso de Probabilidad y estadística que integren Tecnologías de la Información y la Comunicación, particularmente de calculadores, editores de datos y software de estadística dinámica. Se sigue como aspecto metodológico la idea de ‘historiar los problemas’ como una actividad colectiva de la Comunidad.*

Palabras clave: paquete, historiar, red, estadística dinámica, simulación

Introducción

El diseño del Taller ‘Actividades de Probabilidad y Estadística con Tecnologías de la Información y de la Comunicación’ está basado en la caracterización que se hace de las *actividades de aprendizaje* (AA) que integran las redes y secuencias de aprendizaje del ‘Paquete Didáctico del Curso de Probabilidad y Estadística’ del Bachillerato del Instituto Politécnico Nacional (IPN) de México. Para este paquete se toma de referencia para el diseño de las AA ‘Un Marco para la elección de Problemas’ (Alarcón, 1995) y el reconocimiento del conocimiento didáctico sobre cada uno de los contenidos del currículo de matemáticas (Rico, 1998).

En el diseño del taller se consideran los resultados de la investigación en Educación Estadística (Batanero, 2001), particularmente los relativos al uso de la modelación de problemas de probabilidad por medio de simulaciones para confrontar y superar las intuiciones primarias en algunos conceptos y teoremas importantes, como la probabilidad

1067

condicional y el teorema del límite central. Por ello se han seleccionado AA que tratan conceptos, tanto de probabilidad como de estadística, que pueden simularse utilizando diversas herramientas tecnológicas, en particular *Fathom*, programa de Estadística Dinámica. Se eligió el programa porque permite representar y manipular objetos matemáticos, así como sus relaciones, utilizando animaciones, que son herramientas propias del programa, las cuales ayudan a la mejor comprensión de los conceptos y procesos involucrados. Pero este software no es indispensable para el taller, también se puede utilizar uno menos especializado pero más accesible como es *Excel* (en la versión que se trabajó en la RELME 21 se utilizó *Excel* y se mostró un ejemplo con *Fathom*). En el taller se discuten algunos resultados de investigación en Educación Estadística, asociados a una red de actividades para que los profesores participantes, a partir la realización de las AA como discentes y de su reflexión como docentes, diseñen, organicen e instrumenten actividades y planes de clase en los que utilicen las TIC, formando comunidades de aprendizaje que integren adecuadamente estas tecnologías en su práctica docente para mejorar la comprensión y el uso de las ideas de la probabilidad y la estadística. La versión del taller APETIC que se presentó en la RELME 21 es una muestra de lo que se trabaja en el diseño original en donde se cuenta con no menos de 40 horas presenciales y cuyos destinatarios son profesores en activo de matemáticas del IPN.

Redes de Actividades de Aprendizaje para Estadística y Probabilidad

El diseño de este taller aprovecha la experiencia de profesores en activo del Nivel Medio Superior del IPN y reconoce el esfuerzo de quienes se han formado como especialistas en educación matemática. Ya que se busca fomentar la formación de especialistas en las áreas que constituyen los saberes propios de la docencia profesional en Matemáticas, la tarea de los coordinadores del taller va más allá del periodo destinado al mismo, pues dan seguimiento al uso de las actividades en las clases y en proyectos de investigación sobre Educación Estadística.

Para que el profesor esté en condiciones de establecer un compromiso con su trabajo en el taller es indispensable que haga suya la compleja problemática del desarrollo de la cultura matemática de los estudiantes en el nivel medio superior y que advierta las diversas dimensiones que comprende. Los participantes son corresponsables del diseño de los planes de seguimiento y evaluación del programa y su paquete didáctico para aprovechar su experiencia y darle, así, viabilidad a la planeación.

La participación activa es indispensable para que el intercambio sea fructífero. Como la perspectiva que se tiene es la del profesor de matemáticas que trabaja con los grupos, en las sesiones del taller se pone en juego la dialéctica discente y docente, alternando los papeles de estudiante y profesor. Primero se vive la experiencia del aprendizaje en las modalidades que se le proponen al estudiante y después se considera la perspectiva didáctica, en la que se discuten la planeación, la instrumentación y la evaluación de las actividades y de los cursos.

Los documentos centrales que se toman en cuenta en el diseño de este taller son el programa, la versión preliminar del paquete didáctico y los artículos de investigación en Educación Estadística. En el *Libro para el Estudiante* del paquete se presentan secuencias de aprendizaje que incluyen el conjunto de actividades de aprendizaje (problema, problemas guiados, proyecto, ejercicios, lecturas y autoevaluaciones) para desarrollar cada una de las unidades del curso de Probabilidad y Estadística. Además se incluyen algunos materiales auxiliares para la organización del aprendizaje. En el *Libro para el Profesor* se presenta además la justificación de las secuencias de actividades, así como ejemplos de *historias de actividades*, que son documentos útiles para su trabajo (contienen solución de las actividades, clasificación de las actividades según un marco que considera diez características y un comentario global de los objetivos de aprendizaje de dichas actividades).

En el taller también se trabaja con *Fathom*, que es un software de Estadística Dinámica y otros materiales digitales, ya que estos apoyos tecnológicos se conciben como una

herramienta más para la comprensión de las matemáticas. Uno de los productos principales del taller es la historia de un problema considerando su caracterización según el marco, las evidencias del trabajo de los estudiantes, en reportes y video, y la experiencia de los participantes en problemas de estructura similar. El trabajo a profundidad con una actividad permite pasar después a la construcción de redes de problemas y secuencias de actividades aprovechando las historias desarrolladas por el conjunto de participantes.

La caracterización de las actividades

Para conformar y caracterizar la red de actividades que comprende el paquete, se definieron diez características: 01. Experiencia de aprendizaje, 02. Modalidad de trabajo, 03. Lugar de realización, 04. Herramientas tecnológicas, 05. Tiempo, 06.Producto, 07.Referencias curriculares, 08.Representaciones, 09.Estrategias, 10.Evaluación.

Con esta caracterización de las actividades de aprendizaje, se puede establecer explícitamente la vinculación que hay entre ellas desde perspectivas diferentes que se deben articular para organizar una sesión de clase. En el rubro de 'Referencias curriculares' se consideraron, además de los contenidos que marca el programa, algunos contenidos procedimentales y actitudinales, las competencias básicas del estudiante de bachillerato y los estándares 9-12 del NCTM. La complejidad del diseño y de la instrumentación de las actividades no se riñe con una consideración del tiempo disponible, que debe ser suficiente para que los estudiantes puedan realizar realmente las actividades, y de otros factores importantes como el nivel de desarrollo cognitivo de los estudiantes, sus ideas previas, sus expectativas y la pertinencia de los contenidos, que suelen variar para cada grupo de estudiantes en particular. Por el contrario, si el profesor dispone de más información se espera que la use para armonizar un trabajo que conduzca a un aprendizaje verdaderamente significativo para el estudiante.

Actividades de Aprendizaje para Estadística y Probabilidad

En el paquete se incluyen algunos ejemplos de los documentos que se consideran útiles para el trabajo del profesor. Se presenta el desarrollo de la solución que podemos esperar que produzcan los estudiantes del nivel medio superior y que se llama ‘de referencia’, sin dejar de lado las variantes posibles. También se incluye un comentario de la actividad que se detiene en las distintas vías que puede seguir un estudiante, con la aplicación de las estrategias correspondientes, para avanzar en la solución de la actividad y describe la articulación de las representaciones. Apunta algunas sugerencias para la interacción con los estudiantes, en forma individual o en equipo, durante la realización de la actividad y para la discusión de las soluciones que se hace con todo el grupo. El comentario concluye con una ficha que resume los aspectos más importantes. Así se van conformando historias de problemas, en particular, y de actividades, en general, que se robustecerán cada vez que se trabajan en clase. Estas historias son más detalladas y útiles en la medida en que se puedan elaborar los documentos que la constituyen. Para esta labor se pueden aprovechar las comunidades de aprendizaje y una red de interacción académica en Internet.

Un ejemplo de Red de Actividades: *el método de simulación como estrategia didáctica*

Para el taller APETIC ya se tiene en particular una red sobre *el método de simulación como estrategia didáctica*. Esta red tiene como objetivo el uso de la simulación para resolver problemas y para la comprensión de conceptos de estadística descriptiva (las tablas de frecuencia, el histograma, medidas de centralización y dispersión), de probabilidad (la aleatoriedad y la probabilidad condicional) y llegar a la comparación de una distribución empírica con una teórica.

Esta red consta de una lectura (*Montecarlo*), tres problemas (*El basquetbolista*, *los amantes del metro* *Pino Suárez* y *el varoncito*) y un problema guiado (*Racha de cinco*). Se inicia con *Montecarlo*, que es una lectura breve en el que se explica la simulación. La actividad tiene tres momentos: trabajo en equipo, discusión grupal y discusión virtual. Las dos primeras se desarrollan en el salón de clase, una seguida de la otra, y la tercera se da a lo largo del desarrollo de la red de actividades. Esta discusión se da en un blog en el que se puede hacer alusión a cualquiera de las actividades de la red ya realizada en el momento de la participación. Hay dos ejes principales a desarrollar: la simulación como estrategia para resolver problemas y el uso de modelos matemáticos.

Al final de la lectura se tienen preguntas que se responden en un reporte por escrito que entrega cada equipo y que le sirve para exponer su trabajo, si es necesario, ante el resto de los equipos. En sus respuestas los alumnos muestran que hay una aparente comprensión inmediata de los dos ejes ya mencionados. Para la segunda etapa se pasan a equipos elegidos por el profesor para presentar ante los demás lo que se discutió y las conclusiones a las que llegaron, esto permite establecer una discusión sobre el significado y sentido de la simulación, se proponen ejemplos y se ilustra con monedas, dados y algún otro objeto o dispositivo. Aquí se plantean preguntas que serán retomadas en otras actividades de la red y se reconoce la dificultad de la lectura. En la discusión virtual se continúa la discusión; aquí se tratan los conflictos alrededor del concepto de probabilidad y se ponderan ventajas y desventajas de un modelo matemático.

Le sigue *Racha de cinco*, un problema guiado algo menos complicado que el propuesto en la lectura *Montecarlo* y que permite al alumno familiarizarse con un software de estadística dinámica (*Fathom* o si no es posible éste, *Excel*) en el que se pueden hacer simulaciones para resolverlo. Cuando se tiene el trabajo en equipo los alumnos reciben orientación y cierta ayuda para la formulación de un modelo matemático. Se observa en ellos una resistencia a dejar de hacer una simulación con objetos y se manifiestan los primeros problemas conceptuales a los que se enfrentan. Para la discusión grupal se tiene

la oportunidad de comparar la simulación con objetos y con algún software y observar la relación entre una tabla de datos y la de frecuencias. Entre las dificultades que se identifica en los alumnos está la confusión entre la tabla de frecuencia con la de los datos, la no vinculación de los datos con el problema y dificultad en la interpretación de los parámetros calculados.

La tercera actividad es *El basquetbolista*, situación planteada en la lectura *Montecarlo*. Ya familiarizados con el software los alumnos pueden concentrarse en las características del problema y establecer un modelo mediante el cual puedan resolverlo. En esta actividad el profesor busca orientar a los alumnos en la interpretación de los parámetros y en el diseño de un modelo matemático pertinente.

Los alumnos muestran dificultades para definir la variable del modelo y no distinguen la diferencia entre frecuencia relativa y probabilidad. En la discusión grupal se tiene la oportunidad de agrupar los datos de todo el grupo, de evaluar la aleatoriedad e iniciar la discusión de las características de un modelo teórico y de uno práctico. Los alumnos se preguntan cuando la frecuencia se convierte en probabilidad, la legitimidad de los datos y hacen una autoevaluación de sus intuiciones.

Los otros dos problemas permiten confirmar los aprendizajes logrados para aprovechar la simulación en la solución de problemas, así como refutar intuiciones en torno a la probabilidad como es la falacia del jugador.

Conclusiones

El taller APETIC fue diseñado como parte de la difusión entre profesores del paquete didáctico de probabilidad y estadística. Como producto de él se tienen evidencias de los alumnos, experiencia de profesores, enriquecimiento de la historia de problemas y diseños de redes de problemas.

La elección de actividades de modelación y simulación con herramientas tecnológicas se ha realizado por la potencia que proporcionan para representar y manipular objetos matemáticos, así como sus relaciones, utilizando animaciones, que son herramientas propias de un software de estadística dinámica, las cuales ayudan a la mejor comprensión de los conceptos y procesos involucrados. Se reconoce el grado de dificultad que existe para comprender conceptos como, muestreo, variable aleatoria, probabilidad, funciones probabilísticas y se opta por estas actividades que permiten la exploración y el descubrimiento de conceptos y principios, que de otro modo serían mucho más abstractos.

En el taller se discuten algunos resultados de investigación en Educación Estadística, asociados a una red de actividades para que los profesores participantes, a partir de la realización de las *actividades de aprendizaje* como discentes y de su reflexión como docentes, diseñen, organicen e instrumenten actividades y planes de clase en los que utilicen las Tecnología de la Información y la Comunicación, en particular un software de estadística dinámica, formando comunidades de aprendizaje que integren adecuadamente estas tecnologías en su práctica docente para mejorar la comprensión y el uso de las ideas de la probabilidad y la estadística.

La red de actividades 'El método de simulación como una estrategia didáctica' surge de la lectura 'Montecarlo'. A partir de los registros y análisis que se hicieron de las primeras puestas en práctica con los alumnos se fue formando y robusteciendo esta red. Lo antes descrito es parte de la historia de las actividades y describen el trabajo del profesor y sus estudiantes al realizar éstas en una clase de estadística.

Historiar las actividades es una forma de recapitular y aprovechar la experiencia docente. Constituye un ejemplo de cómo una comunidad de profesionistas apoya y potencia el trabajo del individuo.

La necesidad del desarrollo de una cultura estadística y el uso de las TIC en las clases de estadística hace pertinente que se organicen talleres como el descrito.

1074

Referencias bibliográficas

AIM-NMS-IPN (2001). *Proyecto Paquetes Didácticos para los Cursos de Matemáticas*. México: AIM-NMS-IPN.

Alarcón, J. (1995). *Seminario Precálculo y Resolución de Problemas*. Manuscrito no publicado.

Batanero, C. (2001). *Didáctica de la Estadística*. Granada: Grupo de Investigación en Educación Estadística.

Rico L. (1998) Complejidad del currículo de matemáticas como herramienta profesional *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 1, (1),22-39.

Servín, C., Suárez, L., Ortega, P. (2005). *Actividades de Probabilidad y Estadística con Tecnologías de la Información y de la Comunicación (APETIC)*. Resumen del cartel aceptado para su presentación en el Congreso Iberoamericano de Educación Matemática, 2005. Porto, Portugal.

Suárez, L., Cordero, F., Daowz, P. Ramírez, A., Ortega, P., Torres, J.L., Romano, S., Servín, C., Téllez, J., Contreras, B. (2006) *De los paquetes didácticos hacia un repositorio de objetos de aprendizaje: un reto educativo en matemáticas*. Extenso publicado en las Memorias de Virtual Educa 2006. Bilbao, España 2006. Extraído el 5 de enero de 2007 desde <http://somi.cinstrum.unam.mx/virtualeduca2006/pdf/124-LST.pdf>

Suárez, L., Ortega, P., Servín, C., Téllez, J., Torres, J.L. (2005) *Paquetes Didácticos de Matemáticas: Integración de la investigación y la innovación tecnológica*. Extenso publicado en las Memoria de Virtual Educa. México, D.F. 2005. Extraído el 19 de octubre de 2005 desde http://somi.cinstrum.unam.mx/virtualeduca2005/resumenes/2005-03-31456Matematicas_VirtualEduca.doc

Suárez, L., Torres, J.L., Ortega, P., Daowz, P. y Ramírez, M.E. (2007) *Hacia un marco para el diseño de contenidos digitales en matemáticas de bachillerato: de los paquetes didácticos*

a los repositorios de objetos de aprendizaje. Memorias del IV Seminario Nacional de Enseñanza de las Matemáticas a Distancia. Ciudad Guzmán, México, enero de 2007.

