EL CARÁCTER EVOLUTIVO DE LAS PRÁCTICAS SOCIALES. EL CASO DE LA PREDICCIÓN

Iván López-Flores, Carolina Carrillo, Herminio Alatorre
CimateUAGro México
jilopez@cimateuagro.org
Campo de investigación: Socioepistemología Nivel: Superior

Resumen. *Este escrito reporta los resultados de una investigación de tipo histórico epistemológico acerca del carácter evolutivo de las prácticas sociales, constructo teórico fundamental en la aproximación socioepistemológica a la investigación en Matemática Educativa. En particular esta investigación analiza, cómo se concibe a la predicción desde la Socioepistemología y hace un recorrido histórico conceptual alrededor de la génesis y el posterior desarrollo de los fractales. Una comparación de estos dos análisis nos hace concluir que todo el conocimiento, las herramientas y la teoría creados en torno a los fractales fueron guiados por la práctica social de la predicción. Se muestra así una evolución de la práctica social de la predicción caracterizándola en predicción determinista y predicción no determinista.*

Palabras clave: Socioepistemología, práctica social, carácter evolutivo.

Introducción

La Socioepistemología es una aproximación teórica emergente dentro de la disciplina científica denominada Matemática Educativa. El objetivo de la Matemática Educativa es explorar y entender cómo los seres humanos construyen conocimiento matemático, cómo desarrollan una manera matemática de pensar. Dentro de esta disciplina la Socioepistemología ha hecho planteamientos novedosos poniendo al centro de la discusión, más que a los conceptos, a las prácticas sociales asociadas a determinado conocimiento (López-Flores, 2005).

Tradicionalmente las aproximaciones epistemológicas asumen que el conocimiento es el resultado de la adaptación de las explicaciones teóricas con las evidencias empíricas, ignorando en sobremanera el papel que los escenarios históricos, culturales e institucionales desempeñan en toda actividad humana. La Socioepistemología, por su parte, plantea el examen del conocimiento socialmente situado, considerándolo a la luz de sus circunstancias y escenarios sociales (Cantoral y Farfán, 2003, 2004).

Esta aproximación teórica de naturaleza sistémica permite tratar a los fenómenos de producción y de difusión del conocimiento desde una perspectiva múltiple incorporando el estudio de las interacciones entre la epistemología del conocimiento, su dimensión sociocultural, los procesos cognitivos asociados y los mecanismos de institucionalización vía la enseñanza (Cantoral y Farfán, 2003).

El objeto de estudio

Al ser la Socioepistemología una aproximación teórica emergente en el campo tiene aún problemas teóricos por resolver, uno de ellos es el relativo a la precisión/caracterización/definición de lo que es una práctica social (López-Flores y Cantoral, 2006). Muestra de ello es que, dentro del cúmulo de trabajos que se han realizado al seno de la Socioepistemología, existen diversas caracterizaciones y usos de este constructo teórico (López-Flores, 2005; López-Flores, Alatorre y Carrillo, 2006).

El objeto de estudio de esta investigación son las prácticas sociales, es de particular interés indagar acerca de su naturaleza, en especial sobre su estado de *concepto teórico estático o evolutivo.* Desde luego, nuestro interés es también contribuir con las caracterizaciones que hasta ahora se han hecho, estructurando una caracterización que coadyuve a desarrollar la aproximación teórica socioepistemológica.

Esta investigación asume la siguiente caracterización de lo que práctica social significa:

> *la práctica social surge de una necesidad sociocultural y posibilita o permite la construcción de conocimiento, pero no cualquier conocimiento, sino un conocimiento específico (en el caso específico de la predicción es lo permitió o posibilitó la construcción de lo que se conoce escolarmente como Cálculo, Ecuaciones Diferenciales y Análisis Matemático)*(López-Flores, Carrillo, Alatorre, 2006).

La predicción desde el punto de vista de la Socioepistemología

La predicción es, como resultado de los estudios de la aproximación socioepistemológica, el "eje" que permitiría un rediseño del discurso matemático escolar, alrededor de lo que actualmente se conoce como Cálculo, Análisis y Ecuaciones Diferenciales.

En Cantoral (2001, pp. viii) se rastrea y analiza "*la producción intelectual de científicos, filósofos naturales de los siglos diecisiete, dieciocho; ingenieros, físicos y matemáticos de los siglos diecinueve y veinte, incluyendo por supuesto a los partícipes del proceso educativo y científico contemporáneo*", esta obra nos presenta la forma en que la predicción se constituye como programa de investigación desde el siglo diecisiete al veinte.

Se muestra cómo una de las obras máximas de este programa científico fue la serie de Taylor, si analizamos este resultado desde lo que hasta ahora ha construido la Socioepistemología llegaríamos a la conclusión de que si se conoce cómo es una función (sistema) en un punto, digamos x_0, y cómo son todos sus cambios en ese punto, entonces es posible conocer cualquier estado posterior del sistema (x_0+h), pues dicha serie nos permite conocer de *manera puntual el valor de* $f(x_0+h)$, si f es pensado como el sistema de referencia (la función) (Alanís, Cantoral, Cordero, Farfán, Garza, Rodríguez, 2003).

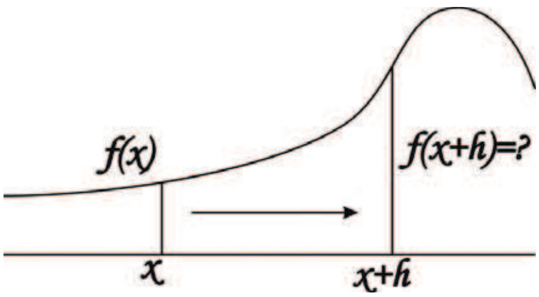

Figura 1. Modelo visual de la predicción. (Cantoral, et al, 2003)

El programa newtoniano de investigación llevó al surgimiento de una progresiva cadena de elaboraciones teóricas, cada vez más abstractas, que culmina, por así decirlo con el programa lagrangiano donde emerge la noción de función analítica (Cantoral, 1990).

Lo que la Socioepistemología ha estudiado hasta estos momentos es el conocimiento producto de la aplicación de *una muy fructífera metáfora del flujo del agua, una metáfora que se aplicaría por igual a la evolución de muy diversas magnitudes reales, entonces bajo esta metáfora las gráficas que producen los fenómenos son continuas y derivables, ya que así es la metáfora que los modela.*

La pregunta entonces es: *¿Que conocimiento se produce cuando se mantiene la idea de la predicción, pero no así la metáfora que modela las variables?*

Los fractales como una forma de predicción

Antes de Weierstrass el uso de la metáfora del flujo de agua hizo posible que se construyera lo que escolarmente se conoce como Cálculo, Análisis, Ecuaciones Diferenciales; es a partir de la puesta en primer plano de una función continua en todos sus puntos pero sin cociente de diferencias bien definido en ninguno de ellos, que la idea de Fractal, casi 100 años después, pudo concretarse.

Nuestra revisión histórico epistemológica nos permite entender el desarrollo de la noción de predicción, la idea presentada por Weierstrass se consolida como un punto de ruptura, en el desarrollo de la ciencia.

Sin esta metáfora y con este ejemplo, fue posible que gente como Cantor, Sierpinsky, Peano, Menger construyeran más de este tipo de entes que en un inicio eran llamados “monstruos” y se decía que estaban fuera de la Matemática, fue sólo hasta que Hausdorff y Lévi determinaron las características fundamentales de los fractales, la autosimilitud y la dimensión fraccionaria, que fue posible considerarlos dentro de la matemática. Posteriormente, personajes como Julia y Mandelbrot potenciaron el estudio, ahora teórico, sobre los fractales; la aparición de las computadoras finalmente diversificó tanto los ejemplos como las aplicaciones a los diversos campos de la ciencia.

El siguiente gráfico muestra esta ruptura:

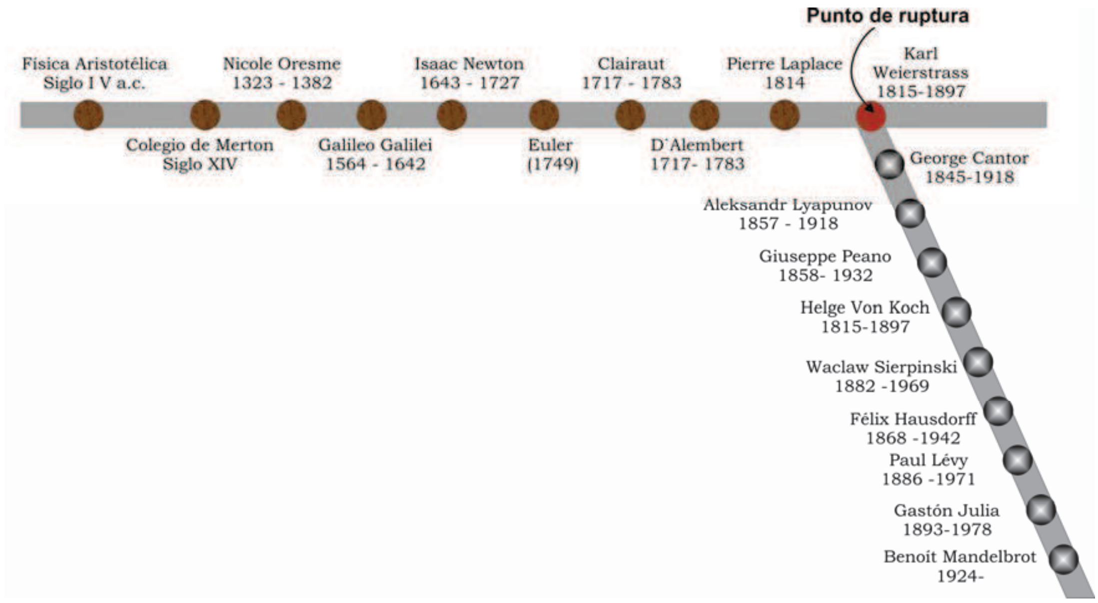

Figura 2. El punto de ruptura en el desarrollo histórico-conceptual de la predicción.

Para ver a detalle cada una de las contribuciones de estos personajes, mirar Alatorre (2007).

Analicemos ahora dos problemas, uno que en Alanís, et al (2003), se presenta como la aplicación de la serie de Taylor como herramienta predictiva y otro, que implica la aparición de un fractal clásico, un estudio de Robert May hecho en 1976, (citado en Braun, 2003) sobre poblaciones, en el campo de la Biología.

Problema 1. La ley de desintegración del radio dice que la velocidad de desintegración es proporcional a la cantidad inicial de radio. Supongamos que en cierto instante *t=0* se tienen R_0 gramos de radio. Se desea saber la cantidad de radio presente en cualquier instante posterior *t*.

Si *R(t)* representa la cantidad de radio en cualquier instante *t* y la velocidad de desintegración está dada por $\frac{-dR}{dt}$, entonces $kR=\frac{-dR}{dt}$, (con *k* constante). Usando la idea de predicción estudiada en el capítulo dos referente al paradigma Newtoniano, el problema consiste en anunciar el valor posterior en términos de los datos iniciales: *0, R (0), R'(0), R''(0),* etc., de ahí que la ecuación buscada se exprese, mediante la serie de Taylor:

$$R(t)= R(0)+R'(0)t+R''(0)t^2/2!+...$$

A partir de la ecuación diferencial que regula el comportamiento entre las variables tenemos que, $R'(0)= -kR(0)$, $R''(0)=-kR'(0)=k^2R(0)$, etc.

Por tanto, la expresión, adquiere el aspecto:

$$R(t)= R(0)-kR(0)t+k^2R(0)t^2/2!-k^3R(0)\ t^3/3!+...=R(0)\{1-kt+k^2t^2/2!-k^3t^3/3!+...\}=R_0e^{kt}.$$

De tal suerte que si uno necesita calcular la cantidad de radio para el tiempo *t=10*, bastará con evaluar en *R(t)*.

Problema 2. Pensemos en un problema de la ecología: cómo evoluciona en el transcurso del tiempo una población determinada, digamos de insectos. Si sabemos cuántos insectos hay en este año, podemos preguntarnos ¿Cuántos insectos habrá el próximo año, el siguiente, y así sucesivamente?

Una función que modele este fenómeno pudiera ser $y = q\ x\ (1 - x)$, ya que esta función hace que para valores pequeños de *x*, la curva crezca y para valores grandes disminuya.

Por conveniencia se tomó a la *x* y la y como entre cero y uno. Y por lo tanto el valor de q estará entre 0 y *y*. Cero representa extinción y el valor uno el máximo posible de la población.

Al paso del tiempo, para un valor de digamos q=2.5, tenemos que, para un valor inicial de *x=0.7* se genera la siguiente secuencia de valores iterados para *x:*

0.525, 0.6234, 0.5869, 06061, 05992, 0.600, 0.600, 0.600, 0.600, 0.600, 0.600,…

Estos resultados indican que la población se estabiliza al paso del tiempo.

Si empezáramos con un valor de x=0.25 y conserváramos el valor de *q*=2.5, se tendría la siguiente secuencia: 0.4688, 0.6226, 0.5874, 0.6059, 0.5970, 0.6015, 0.5992, 0.6004, 0.5998, 0.6001, 0.600, 0.600, 0.600, 0.600…

Se tiene entonces que se llega al mismo valor, no importando el valor inicial.

Este resultado nos indica que la población no crece indefinidamente al paso del tiempo y que además, al paso de algunos años la población alcanza un valor que no depende de cuál haya sido el valor inicial.

Si se vuelve a repetir este procedimiento pero para otro valor de *q*, se obtendrá otro valor final. Por ejemplo, si *q=2.7*, la sucesión se acerca a 0.6296.

Se puede mostrar que si *q* está entre cero y uno, la población se extingue (la sucesión siempre va hacia cero).

¿Qué pasará con valores mayores que uno?

Si se analiza el caso *q=2.5* con *x=0.6*, se tiene que

0.7920, 0.5436, 0.8187, 0.4898, 0.8247, 0.4772, 0.8233, 0.4801, 0.8737, 0.4779, 0.8236, 0.4795, 0.8236, 0.4794, 0.8236, 0.4794, 0.8236, 0.4794, 0.8236, 0.4794…

Se tiene que la población "salta" a dos valores, ya no sólo a uno (periodo dos).

Si ahora se toman los valores *q=3.5* y *x=0.6*, después de varias iteraciones se tiene que los valores finales son cuatro: 0.3038, 0.8260, 0.5001 y 0.8750 (periodo 4).

Para *q=3.55* y *x=0.6* se tienen ocho valores:

0.3548, 0.8127, 0.5405, 0.8817, 0.3703, 0.8278, 0.5060 y 0.8874.

Para el caso q=3.6, por más iteraciones que se hagan no es posible encontrar una sucesión de números que se repita, parecen escogidos al azar y de hecho se generará una sucesión distinta para cada valor distinto de *x*.

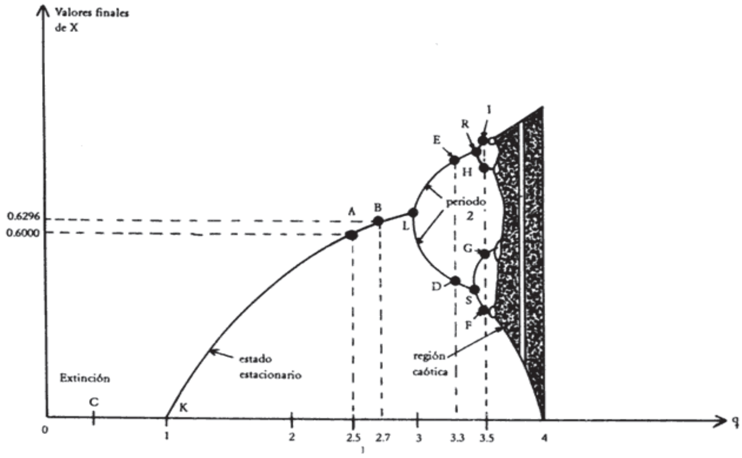

Figura 3. Gráfico de *q* contra los valores de estabilización.

La presente gráfica generada por computadora muestra el comportamiento poblacional de los insectos, en ella se observa que existen infinidad de regiones en las que no es posible encontrar un número finito de valores estables, sin embargo sabemos cómo se comporta el sistema en términos generales.

Podemos entender los estados por los que atraviesa el sistema a través de los cambios de *q* a medida que crece: Extinción, un solo valor final, periódicos con periodicidades 2, 4, 8, 16,…, caótico, periódicos con periodicidad 3, 6, 9…, caótico,…

Éste es un ejemplo clásico de los que podemos encontrar en los libros de introducción a los fractales y al estudio del caos.

Análisis comparativo

En cuanto a similitudes, los dos problemas planteados presentan preguntas que nos permiten afirmar que se trata de situaciones donde la predicción como argumento es fundamental; en cuanto a diferencias, encontramos que si bien en ambas está presente la predicción, el tipo de respuestas que a cada una se dan son muy distintas. Por un lado, para el caso del decaimiento radioactivo, tenemos que el uso de la serie de Taylor nos permite construir una predicción del tipo $F(x_0)=a$, no importando el x_0 del que se hable; en tanto que en la situación de los insectos, para valores específicos de un parámetro es posible dar una predicción del tipo anterior, mientras que para otros valores, no es posible siquiera conocer algún valor aproximado, si acaso es posible de manera general conocer el comportamiento de este sistema.

En cuanto al análisis histórico epistemológico, podemos concluir que los fractales se originan a partir de la eliminación de una metáfora que modelaba las variables, permitiéndose así la creación de un nuevo modelo para la naturaleza.

Al haber presentado las diferencias de fondo entre estos dos tipos de predicción, se hace pertinente una clasificación que permita diferenciarlas: ***predicción determinista***, la presente en los estudios socioepistemológicos hechos hasta ahora **y** ***predicción no determinista***, para aquella predicción que guía el estudio de fenómenos que involucran a los fractales.

Reflexiones finales

En su conjunto, el análisis histórico conceptual y el de los tipos de problemas, nos permiten afirmar primero que los fractales son una forma de predicción así como que las prácticas sociales, y en este caso de la predicción son susceptibles de evolucionar, donde por evolucionar estamos entendiendo el hecho de mantener una esencia de ella y cambiar alguno de los supuestos que alrededor de ella se encuentran.

Este trabajo también pretende ser una primera aproximación a una socioepistemología de los Fractales.

Referencias bibliográficas

Alanís, J., Cantoral, R., Cordero, F., Farfán, R., Garza, A., Rodríguez, R. (2003). *Desarrollo del pensamiento matemático*. México: Editorial Trillas.

Alatorre, H. (2007). *El carácter evolutivo de las prácticas sociales*. Tesis de Maestría. México: Cimate-UAGro.

Braun, E. (2003). *Caos, Fractales y cosas raras.* México: Fondo de cultura económica.

Cantoral, R. (1990). *Categorías relativas a la apropiación de una base de significados propia del pensamiento físico para los conceptos y procesos matemáticos de la teoría elemental de las funciones analíticas: Simbiosis y predación entre las nociones de "el Preadiciere" y "lo analítico"*. Tesis doctoral no publicada. México: Departamento de Matemática Educativa, Cinvesvav-IPN.

Cantoral, R. (2001). *Matemática educativa: Un estudio de la formación social de la analiticidad*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Cantoral, R., Farfán, R.-M. (2003). *Mathematics Education: A vision of its evolution. Educational Studies in Mathematics*. Kluwer Academic Publishers, Netherthelands. Vol. 53, Issue 3, 255 – 270.

Cantoral, R., Farfán, R.-M. (2004). *Desarrollo conceptual del cálculo*. México: Thompson.

Edgar, G. (1993). *Classics on fractals*. United States of America: Addison Wesley .

Montiel, G. (2005). *Estudio Socioepistemológico de la Función Trigonométrica*. Tesis doctoral no publicada. Cicata-IPN. México.

López-Flores, I. (2005). *La Socioepistemología. Un estudio sobre su racionalidad.* Tesis de maestría no publicada. Mexico: Cinvestav-IPN.

Disponible en http://cimate.uagro.mx/ivanlopez/.

López-Flores, I., Carrillo, C., Alatorre, H (2006). La evolución de una práctica social: el caso de la predicción. *Actas de la Décima Escuela de Invierno en Matemática Educativa*. México: Editorial CLAME. Disponible en http://cimate.uagro.mx/ivanlopez/.

López-Flores, I.; Cantoral, R. (2006). La Socioepistemología. Un estudio sobre su racionalidad. *Acta de la Decimonovena Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa*. Uruguay: Ediciones Clame. Disponible en http://cimate.uagro.mx/ivanlopez/