

FORMACIÓN A DISTANCIA. LAS CONCEPCIONES DE LOS DOCENTES CON RELACIÓN A IDEAS VARIACIONALES

Adriana Engler, Silvia Vrancken, Daniela Müller

Facultad de Ciencias Agrarias. Universidad Nacional del Litoral

aengler@fca.unl.edu.ar, dmuller@fca.unl.edu.ar, svrancke@fca.unl.edu.ar

Argentina

Resumen. En nuestro país la educación a distancia es una modalidad que adquirió gran importancia durante los últimos años. Las Tecnologías de la Información y Comunicación están transformando la educación y juegan un rol protagónico en la formación a distancia. En este trabajo presentamos el análisis de las intervenciones realizadas por siete docentes que participaron en dos foros propuestos en el aula virtual durante el curso: *Los principios del cálculo diferencial. Un enfoque intuitivo*. En el primer foro se trabajaron las nociones de magnitud, variable e intervalo mientras que en el segundo se planteó la necesidad de definir las ideas de diferencia y razón. Identificamos y analizamos las herramientas matemáticas o extramatemáticas a las que recurren los docentes (alumnos del curso) para dar respuesta a los planteos enunciados. Los resultados nos muestran que las concepciones de los docentes y las maneras con que los mismos enseñarían los conceptos no están necesariamente relacionadas a nociones variacionales.

Palabras clave: pensamiento variacional, concepciones docentes.

Abstract In our country, distance education is a modality that has become important in recent years. Information's Technologies and Communication's Technologies are transforming education and are playing a leading role in distance learning. We present the analysis of interventions made by seven teachers who participated in two forums proposed in the virtual classroom over the course: *Differential's calculus principles. An intuitive approach*. During the first forum we worked with magnitude, variable and interval. During the second one, we worked the ideas of difference and rate. We have identified and analyzed the mathematical or extra mathematical tools that the teachers (students of the course) used to respond to different questions raised in the forums. The results show that the teachers' conceptions and the ways they teach the concepts are not necessarily related to variational notions.

Key words: variational thinking, teachers' conceptions.

Introducción

El mundo vive en una permanente transformación educativa que avanza a un ritmo acelerado. Este proceso nos obliga a renovar la enseñanza teniendo en cuenta diferentes caminos didácticos y pedagógicos.

Hoy más que nunca se deben generar las estrategias y procesos que permitan que el profesorado alcance y mantenga niveles de competencia, eficacia y excelencia elevados. Para esto es necesario disponer de un buen sistema de formación a lo largo de toda la carrera docente. En nuestro país la educación a distancia es una modalidad que adquirió gran importancia durante los últimos años. Hace tiempo que comenzaron a gestarse e implementarse proyectos con una amplia variedad de contenidos, estrategias y tecnologías que tienen en común la utilización de la educación a distancia como una modalidad alternativa con el mismo valor académico que la presencial.

(...) la sociedad exige más oportunidades de formación y entre las soluciones más viables, las instituciones proponen los programas de educación a distancia. Sin embargo, entrar en ambientes de esta naturaleza presupone de un cambio radical, desde la misma concepción de la educación a distancia hasta los mecanismos de acción, administración, implementación, diseño, entre otras. Esta práctica no es un terreno educativo nuevo, sus inicios se dan en 1700, pero ha sufrido una evolución impresionante en las últimas décadas Montiel (2002, p. iv).

La educación y las nuevas tecnologías comparten actualmente algunos escenarios comunes. Las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) están transformando la educación y juegan un rol protagónico en la formación a distancia. Estas tecnologías permiten la creación de entornos virtuales, bajo enfoques metodológicos no tradicionales, que facilitan el paso de un aprendizaje individual a un aprendizaje colaborativo y desde la transmisión a la construcción de conocimiento.

La Universidad Nacional del Litoral en 1999 puso en marcha su Programa de Educación a Distancia. Dentro de la oferta académica aparecen los cursos de Extensión dictados a través de la plataforma e-learning como nuevos espacios de formación, actualización y perfeccionamiento docente. A través del aula virtual los docentes (alumnos del curso) cuentan con la posibilidad de construir conocimientos, intercambiar experiencias y compartir producciones. Generan y promueven espacios para la reflexión, accesibles a toda hora, adaptables al ritmo de aprendizaje individual y por sobre todo opuestos a la clásica transmisión de conocimiento del profesor al alumno.

Hace nueve años comenzamos nuestro trabajo con el dictado de diferentes cursos de formación para docentes de matemática de nivel medio, terciario y primer año de universidad. Durante el año 2009 dictamos el curso *Los principios del cálculo diferencial. Un enfoque intuitivo*, en el que se inscribieron 109 alumnos de diferentes lugares del país. El mismo se llevó adelante dentro de un proyecto enmarcado en la línea de investigación *Pensamiento y Lenguaje Variacional*. Durante el desarrollo del mismo se propició el debate sobre la importancia del estudio del cálculo resaltando las ideas más importantes y su relación con la variación y el cambio. Se buscó conocer aspectos importantes y conocimientos de los docentes con relación a las ideas de variable, diferencia y razón.

Aspectos teóricos

En el intento de explorar y entender cómo los seres humanos construyen conocimiento matemático, es fundamental considerar la actividad matemática como una actividad humana. El interés fundamental debe centrarse en “entender las razones, los procedimientos, las explicaciones, las escrituras o las formulaciones verbales que el alumno construye para

responder a una tarea matemática” (Cantoral, Farfán, Cordero, Alanís, Rodríguez y Garza, 2003, p. 18). El papel de la actividad humana es tal que es considerada como la fuente principal de la reorganización de la obra matemática que implicará el rediseño del discurso matemático escolar en todos los niveles escolares.

Teniendo en cuenta estas premisas se ubica la *socioepistemología*, aproximación teórica de naturaleza sistémica que permite tratar con los fenómenos de producción y difusión del saber desde una perspectiva múltiple, articulando en una misma unidad de análisis a las interacciones entre la epistemología del conocimiento, su dimensión sociocultural, los procesos cognitivos que le son asociados y los mecanismos de su institucionalización vía la enseñanza (Cantoral, 2004).

Bajo esta aproximación se encuentra la línea del *Pensamiento y Lenguaje Variacional*, que se ocupa de las relaciones entre la matemática de la variación y del cambio, así como de los procesos y los mecanismos funcionales del pensamiento matemático. Los trabajos enmarcados en este programa buscan tender puentes entre la investigación y la realidad del aula.

El pensamiento y lenguaje variacional estudia los fenómenos de enseñanza, aprendizaje y comunicación de saberes matemáticos propios de la variación y el cambio en el sistema educativo y en el medio social que le da cabida. Hace énfasis en el estudio de los diferentes procesos cognitivos y culturales con que las personas asignan y comparten sentidos y significados utilizando diferentes estructuras y lenguajes variacionales (Cantoral y cols., 2003, p. 185).

Al iniciar el estudio de temas relacionados a la variación, tales como razón de cambio, derivada, análisis y graficación de funciones, entran en juego conocimientos variacionales que frecuentemente tendemos a naturalizar en nuestro discurso. Damos por interiorizadas nociones como por ejemplo, intervalo, constante, variable, magnitud, variación, razón. Los resultados obtenidos en distintas experiencias nos muestran que muchos alumnos (inclusive docentes) presentan dificultades con estos conceptos.

Todos los seres humanos a lo largo de la vida desarrollan ideas acerca de su mundo, elaboran significados para términos científicos y construyen explicaciones acerca de por qué y cómo las cosas se comportan de determinada manera. Estas teorías, significados y explicaciones son consideradas *concepciones*. En el caso de los profesores, las concepciones constituyen la estructura que cada profesor da a sus propios conocimientos para luego transmitirlos o enseñarlos a sus alumnos. Esto significa que forman parte del conocimiento, resultan el producto del entendimiento, actúan en la toma de decisiones e influyen en los procesos de razonamiento (García, Azcárate y Moreno, 2006). Las concepciones personales del

profesorado, sus creencias, la forma en la que se produjo su formación profesional y sus experiencias vividas, constituyen la base sobre la que se sustenta la tarea a desarrollar en el aula.

Aspectos metodológicos

Los contenidos abordados durante las seis semanas de cursado fueron: números reales y la recta real, límite de funciones, función continua, derivada y función derivada, reglas de derivación y estudio del comportamiento de una función.

El concepto de variación tiene una importancia fundamental en el estudio del cálculo. El estudio del cambio en diferentes situaciones, generó las ideas fundamentales que dieron origen a esta rama de la matemática. Es por ello que nos propusimos provocar la emergencia de algunos conceptos básicos relacionados al cambio, tratando de recuperar el aspecto variacional descuidado en la enseñanza previa a la universidad e incluso en la superior. Aprovechamos el espacio propuesto en el aula virtual, los foros de discusión, dado que se constituyen en un medio de interacción directa entre el profesor y los estudiantes.

Cada foro se inició con una actividad planteada por el docente. Para ello tuvimos en cuenta el trabajo de Ávila (2005), cuyo objetivo principal fue analizar las representaciones de la variación (conceptos y propiedades matemáticas relacionadas al cambio) de las que se apropian los estudiantes en la escuela. Teniendo como base las actividades enunciadas por el investigador planteamos durante el curso dos foros en los que indagamos las concepciones de los docentes de matemática de la escuela secundaria (alumnos del curso) con relación a nociones variacionales básicas.

El primer foro en el que se trabajaron las nociones de magnitud, variable e intervalo se presentó durante la primera semana de dictado mientras se desarrollaba el tema números reales y la recta real. El segundo foro en el que se planteó la necesidad de definir las ideas de diferencia y razón fue habilitado al comienzo de la tercera semana, previo al desarrollo del módulo correspondiente a derivada y función derivada.

En este trabajo presentamos el análisis de las intervenciones realizadas por docentes que participaron en los foros propuestos. Identificamos pasajes en los que se refieren a aspectos variacionales y analizamos las herramientas matemáticas o extra matemáticas a las que recurren para dar respuesta a los planteos enunciados.

Foro primera semana (transcripto en cursiva)

La matemática de la variación y el cambio

Durante los siglos XVI y XVII, dada la necesidad de resolver problemas de movimiento de los astros, el flujo de los líquidos, el movimiento de un cuerpo, entre otros, aparecieron nuevos métodos matemáticos para su resolución. Desde esa época surge la necesidad de medir los cambios. Los cambios que ocurren en la sociedad, la economía, la naturaleza, en nuestra vida cotidiana, tienen distintos comportamientos. Algunos ocurren de manera uniforme, otros lo hacen abruptamente y otros a cada instante. La medición de estos cambios y la variación están estrechamente ligadas. El cálculo tiene reconocida su importancia porque permite encontrar las leyes que describen esos cambios, medirlos y predecirlos. Los conceptos básicos sobre los cuales se construye la matemática de la variación y el cambio son el de variable y el de función.

Teniendo en cuenta lo enunciado le sugerimos que responda a las siguientes preguntas y comparta sus respuestas con sus compañeros en el foro.

- *Cada vez que usted escucha, utiliza o lee en su vida cotidiana las palabras enunciadas a continuación ¿qué le sugieren?, ¿en qué piensa? Complete:*

Magnitud.....

Variable.....

Intervalo.....

La noción de variable es uno de los elementos básicos para estudiar la variación. En los procesos de variación se involucran por lo menos dos variables que se relacionan entre sí.

Al leer las intervenciones de los docentes observamos que, desde lo matemático, reiteradamente aparece la concepción de variable en el contexto de una relación funcional. En general no dan una definición de variable sino que relacionan con “x”, “y” o con “variable independiente”, “variable dependiente”. Varios casos presentan la acepción de variable como adjetivo, refiriéndose al cambio en alguna situación, ya sea matemática o no.

Transcribimos algunas intervenciones. (Indicamos con D1, D2,... a los diferentes docentes intervinientes).

D1. Variable: función, “x”, “y”, variable dependiente, variable independiente, etc.

D3. Resulta interesante este tema, desde el momento en que, desde lo cotidiano, los términos usados tienen una interpretación bastante diferente matemáticamente hablando. En lo cotidiano, sin el saber matemático se entiende como Variable, al cambio que pueden sufrir las cosas, cuando no mantienen sus características de modo permanente.

D6. Con la palabra variable se me ocurre la comparación entre variables independiente y variable dependiente mediante la relación entre ellas ya sea funcional o no. Relacionando distintas situaciones que se presentan en la vida cotidiana. El costo depende de la cantidad de artículos que se compran, la cantidad de habitantes de una ciudad depende del tiempo, el tiempo que tarda un automóvil en recorrer una distancia depende de la velocidad que lleva.

- *¿Cómo explicaría a sus alumnos el significado de estas palabras? En la respuesta puede utilizar distintas representaciones (gráfica, verbal)*

Magnitud.....

Variable.....

Intervalo.....

Los docentes manifestaron lo siguiente: (transcribimos sólo algunas respuestas por razones de extensión)

D3. El concepto matemático es más complejo y modifica la idea cotidiana. A mis alumnos les hablo de variables, como las características que se desean analizar, cuando existe algún tipo de dependencia en la relación de unas con otras.

D6. Para variable plantearía una situación problemática cotidiana en la que exista una relación entre dos variables, para luego traducir su comportamiento a una tabla y gráfico cartesiano.

D7. Para explicar estos conceptos a mis alumnos emplearía la idea de función mediante una tabla de datos y su correspondiente gráfico, ya que son múltiples las situaciones que se pueden estudiar a partir de estos términos.

Foro tercer semana (transcripto en cursiva)

La matemática de la variación y el cambio

En el libro Cálculo (Tomo 1) de Smith y Minton (2000) al inicio del Capítulo 2: Derivación se puede leer:

¿Qué tan rápido puede correr una persona? Esta pregunta ha fascinado literalmente a la gente durante miles de años desde cuando incontables culturas que se remontan a la prehistoria realizaban carreras de competencia. En la época moderna, el ganador de los 100 metros planos en los Juegos Olímpicos ha ganado el título del “ser humano más rápido del mundo”. Sin embargo, la elección de los 100 metros como la distancia apropiada para este título no se acepta universalmente. ... El debate acerca de la distancia apropiada nos conduce a una pregunta matemática significativa: ¿exactamente que quiere decir el más rápido?

Para comenzar a dar respuesta al interrogante le sugerimos que responda a las siguientes preguntas y comparta sus respuestas con sus compañeros en el foro.

- Cada vez que usted escucha, utiliza o lee en su vida cotidiana las palabras enunciadas a continuación ¿qué le sugieren?, ¿en qué piensa? Complete.

Diferencia.....

Razón.....

La diferencia es el concepto que sirve de herramienta para cuantificar la variación entre dos estados consecutivos de un sistema dado. La razón es una de las ideas más relevantes en el cálculo. Siempre que se estudia un fenómeno de variación lo importante no sólo es estudiar los cambios, sino que tan rápido cambia eso que cambia. Compartimos algunas intervenciones.

D1. Diferencia: Resta, dos puntos entre los cuales hay un trayecto, minuendo, sustraendo.

D1. Razón: División, fracción, distancia sobre tiempo, razonamiento.

D3. Diferencia: característica que distingue a una cosa de otra. Denota discrepancia entre cosas semejantes. Variedad entre cosas de la misma especie. Resto. Todo lo que le falta a una cosa o conjunto de cosas para igualar a otra/o.

D3. Razón: Acto de entendimiento. Causa o motivo de algo. Relación entre dos cantidades o cosas medibles. Cuenta.

D6. Diferencia: Intersección de dos posibles trozos, tramos, distancias. Cambio.

D6. Razón: Variación de dos elementos dependientes. Cociente de diferencias.

- Para cada una de las palabras propuestas, escriba tres oraciones diferentes en las que las utilice.

Diferencia.....

Razón.....

Enunciamos algunas intervenciones de los docentes:

D1. Cuatro pesos de diferencia hay entre el precio de estos dos cuadernillos.

Halla la diferencia entre tu edad y la de tu compañero de banco.

D1. Si efectuamos la razón entre 6 y 3, el resultado es 2.

Ese vehículo se traslada a una razón de 10 kilómetros por hora.

Efectúa todas las razones, las divisiones y las multiplicaciones, luego las sumas y restas.

D3. Entre los Polos y el Ecuador, existen grandes diferencias de temperaturas.

Mis hijas nacieron con 5 años de diferencia.

Las diferencias políticas entre el gobierno de la Nación y el de la Provincia perjudican a la población.

D3. La razón del debilitamiento de la capa de ozono es la gran contaminación ambiental.

Se dice que las mujeres somos mayoría respecto de los hombres, a razón de 7 a 1.

Galileo tenía razón, luego Newton lo demostró.

D6. La diferencia de temperatura depende de la proximidad al mar.

El ancho del retazo de tela tiene una diferencia de 3 cm con el largo de la misma.

Son 5 km de diferencia que hay desde la playa a la escuela.

D6. La pendiente de una recta es la razón entre la variación de la variable independiente y la variable dependiente.

La velocidad media es la razón entre la distancia que recorre un autobús y el tiempo que tarda en recorrer dicha distancia.

La razón del cambio de temperatura de un pastel en el horno está asociada al tiempo que se halla en el mismo.

Si analizamos las respuestas, en cuanto a la diferencia, observamos en las intervenciones que, desde lo cotidiano, es considerada con diferentes significados: comparación, distinción, no coincidencia, distinto, clasificación (destacando lo no igual), contrario, distancia, entre otras. Desde la matemática relacionan la diferencia con la operación resta. En casi todos aparece esta acepción influenciada por la formación matemática o por la escolarización.

Si analizamos lo referido a razón en las acepciones como en los ejemplos, aparecen diferentes significados del término. Definen razón como la facultad del hombre para conocer y pensar, el motivo o la causa de algo, verdad o acierto en lo que una persona dice o hace. También aparecen las explicaciones desde la matemática: fracción, división, razón de cambio o específicamente relacionada al concepto de velocidad.

- *¿Cómo explicaría a sus alumnos el significado de estas palabras? En la respuesta puede utilizar distintas representaciones (gráfica, verbal)*

Diferencia.....

Razón.....

En las intervenciones aparece la noción de razón como cociente entre números. Si bien se observan ejemplos interesantes de aplicación del concepto, en ningún momento recalcan la importancia o necesidad del concepto al momento de explicarlos. Las respuestas más interesantes que surgieron fueron:

D1. Yo procedería, en ambas situaciones, realizando una “lluvia de palabras” a partir de los aportes de los alumnos, para saber que es la idea que ellos tienen. Luego los haría buscar en el diccionario los significados y posteriormente luego de hacerles resolver varios problemas en los cuales utilicen las operaciones mencionadas les dictaría los conceptos.

D3. Razón: La razón o relación es el resultado de comparar dos cantidades, lo cual puede hacerse de dos maneras: buscar en cuánto excede una a la otra, es decir, restándolas, para hallar su diferencia o bien cuántas veces contiene una a la otra, es decir, dividiéndolas. Las razones se dividen: Razón aritmética o por diferencia y Razón geométrica o por cociente.

D6. Plantearía distintas situaciones para realizar cociente de diferencias y como cierre daría un problema en el que se utilicen ambos conceptos (diferencia, razón).

D7. Para explicar el término diferencia a mis alumnos de nivel medio recurriría a una situación problemática donde el alumno reconozca la operación resta. También recurriría a diferencia entre conjuntos. Para explicar el término razón a mis alumnos de nivel medio recurriría a: Proporciones numéricas, Sucesiones Aritméticas y Sucesiones geométricas.

Reflexiones

Los resultados obtenidos nos muestran que, además de aparecer concepciones no aceptables o erróneas, las concepciones de los docentes y las maneras con que los mismos enseñarían los conceptos a sus alumnos no están necesariamente relacionadas a nociones variacionales.

Consideramos que las causas de esta problemática están relacionadas con su propio proceso de formación, que no ha tenido en cuenta la importancia de presentar situaciones de variación, tanto cotidianas como provenientes de la matemática, de manera de beneficiar el desarrollo del pensamiento variacional.

La lectura de las diferentes producciones de los alumnos del curso (docentes de nivel medio, terciario y universitarios) nos movilizaron a reflexionar. Nos planteamos preguntas ¿cómo se construye cada noción?, ¿qué procesos favorecen su construcción?, ¿qué actividades son apropiadas para desarrollar esta noción?

Los dos foros de discusión fueron de gran importancia como preparación para el abordaje de los diferentes temas dado que nos proporcionaron información acerca de las concepciones sobre determinados contenidos matemáticos que se desarrollarían con posterioridad en el curso (límite, derivada, comportamiento de funciones). La idea fue, a partir de las participaciones de los docentes, orientar nuestra propuesta a un significado común de los diferentes conceptos.

Referencias bibliográficas

- Ávila, J. (2005). *Representaciones estudiantiles de la variación. Un estudio con bitácoras reflexivas*. Tesis de Maestría no publicada, Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del IPN. México.
- Cantoral, R.; Farfán, R; Cordero F.; Alanís, J.; Rodríguez R. y Garza A. (2003) *Desarrollo del pensamiento matemático*. México, D.F, México: Trillas.
- Cantoral (2004). *Desarrollo del Pensamiento y Lenguaje Variacional. Una mirada socioepistemológica*. En L. Díaz (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 17, 1-9*. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- García, L., Azcarate, C., Moreno, M. (2006). Creencias, concepciones y conocimiento profesional de profesores que enseñan cálculo diferencial. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa 9(1)*, 85-114.
- Montiel, G. (2002). *Una Caracterización del Contrato Didáctico en un Escenario Virtual*. Tesis de Maestría no publicada, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. México.