

## PARTICIONES DE TODOS CONTINUOS ELABORADAS POR MAESTROS DE PRIMARIA EN FORMACIÓN

Marcela Carrillo, Marta Valdemoros.

CINVESTAV-IPN

marcecarrillo08@yahoo.com.mx, mvaldemo@civestav.mx

México

**Resumen.** Esta investigación de carácter exploratorio y de corte cualitativo, concierne al aprendizaje y enseñanza de las relaciones de equivalencia entre fracciones y los procesos de partición. Los sujetos del estudio son maestros en formación del tercer semestre de la licenciatura en Educación Primaria, impartida en la Escuela Normal de la Ciudad de México. Los instrumentos metodológicos empleados son: dos cuestionarios, observación participante y entrevistas, para elaborar estudio de casos. En este documento mostramos los resultados observados en las tareas de los cuestionarios Fase 1 y 2 con respecto a la partición de todos continuos (figuras geométricas).

**Palabras clave:** maestros en formación, fracciones, partición.

**Abstract** This exploratory research of qualitative cutting is dedicated to learning and teaching of relations about equivalence relationship between fractions and partition processes. The study subjects are teachers in training; they are students in the third semester degree in Primary Education at the Normal school of Mexico City. The methodological instruments used are: two questionnaires, participant observation, and interviews to develop case studies. Here we show the results observed in Phase 1 and 2 questionnaires tasks regarding the partition of whole continuous (geometric figures)

**Key words:** teacher training, fractions, partition.

### Introducción

Para quienes estamos interesados en la construcción del conocimiento matemático de la fracción debemos tomar en cuenta que éste es muy complejo, puesto que en él, intervienen muchos aspectos, ya que no sólo es dividir en partes iguales algún entero.

Existen distintas aportaciones teóricas respecto a los procesos y conceptos fundamentales referidos a las fracciones. Para Kieren (1983 y 1988) las fracciones están constituidos por cuatro subconstructos elementales; medida, cociente, razón, operador, y un quinto, la relación parte -todo. Estos subconstructos se encuentran inmersos de algún modo en el Plan y Programas de Educación Primaria (1993) y actualmente en la Reforma Integral de la Educación Básica (2009); por lo consiguiente están dentro del Programa de Licenciatura en Educación Primaria (1997) de la Escuela Normal.

Debido a los múltiples significados de la fracción es de vital importancia desarrollar herramientas básicas que permitan la construcción de los mismos. De acuerdo con Kieren (1983), estas herramientas son: *la partición, la equivalencia* y el reconocimiento de unidades divisibles (“*mecanismos constructivos*”).

Con base en la importancia que tiene en la enseñanza acerca de las relaciones de equivalencia entre fracciones y los procesos de partición debemos preguntarnos cómo desarrollan los docentes estas herramientas, y más aún, qué y cómo están aprendiendo y llevando a la práctica los maestros en formación estos elementos esenciales.

### Marco teórico

Por lo común, la palabra fracción está relacionada con dividir un entero en partes iguales, pero su concepto va más allá de esta interpretación dado que tras muchos estudios de investigación se han identificado diversos significados. Para Freudenthal (1983), las fracciones son el *recurso fenomenológico* es decir, la expresión concreta, fácilmente identificable, para la que se hace presente intuitivamente el número racional y pueden aparecer como: *fracturador, comparador y operador*.

Kieren (1983), puntualiza que las fracciones están constituidas por cuatro significados que él denomina “*subconstructos*”: *medida, cociente, razón, operador multiplicativo* y un quinto que genera el lenguaje de fracción: *la relación parte-todo*. Este último lo define como un todo cortado en partes iguales, asimismo, puede relacionarse con cada uno de los otros por medio de la identificación de unidad apropiada a cada circunstancia; es decir, el conocimiento de fracciones es un conjunto de elementos que se interconectan. De acuerdo con Valdemoros (2008), los distintos significados que se le atribuyen a las fracciones sientan las bases para tener una mejora en el desarrollo posterior de conceptos.

Kieren (1983), considera a *la partición y a la equivalencia* como dos *mecanismos constructivos*, es decir, herramientas empleadas por el individuo para desarrollar el conocimiento de número racional, dichas herramientas permiten al niño construir los cinco significados de la fracción mencionados anteriormente. *La partición*, definida por Kieren (1983), es considerada como *la equidivisión* de una cantidad continua o discreta en un número dado de partes. Esta actividad está basada en los siguientes aspectos: a) es un tipo de clasificación o asignación basado en el criterio de igualdad y suficiencia, teniendo una génesis social mediante la acción de repartir; b) es el origen del lenguaje fraccionario y; c) muestra la relación independiente entre tamaño y medida. Mientras que *la equivalencia* surge en el sentido de “igualdad” o de “lo mismo”, donde la comprensión de ésta es uno de los fundamentos para adquirir el concepto de número racional.

Kieren (1983), identifica algunos tipos de partición: 1) *por separación*, el conjunto es dividido en un número apropiado de subconjuntos; 2) *partición avanzada*, dada una partición transformarla añadiendo al número de particiones o bien reduciendo su número (partición repetida).

Valdemoros (1993), identifica las “*particiones mixtas*” donde algunos partes del todo se consideran como discretos y otros como continuos.

Debido a la importancia de dichos *mecanismos constructivos* es necesaria su incorporación de manera cotidiana en el trabajo docente de educación primaria, por lo que nos preguntamos cómo están adquiriendo, construyendo y llevando a la práctica los *maestros en formación* estos elementos esenciales, procurando de nuestra parte identificar sus concepciones acerca de tales *mecanismos constructivos* puesto que Martínez (2004), apoyándose en producciones previas de Ernest y de Contreras, afirma que las actividades desarrolladas por los profesores están orientadas por sus propias concepciones.

Para esclarecer la anterior y de acuerdo con Martínez (2006), *las concepciones* son producto de la construcción cognitiva a través de la interacción con la información del entorno del sujeto, por lo que no sólo existen concepciones de objetos matemáticos también del aprendizaje y la enseñanza de los mismos. De igual manera, según Nérici (1969), el profesor necesita saber el qué, el porqué, a quién y cómo enseñar, para llevar a cabo su planeamiento didáctico.

### **Problema y preguntas de investigación**

Nuestro objeto de investigación está enfocado a explorar y analizar qué es lo que algunos estudiantes de la licenciatura en Educación Primaria conocen y aprenden para elaborar planes de clase orientados a enseñar las relaciones de equivalencia entre fracciones y los procesos de partición de todos continuos y discretos, en la primaria. De tal planteamiento derivamos la siguiente *pregunta de investigación*:

- ¿Qué concepción tienen los maestros de primaria en formación acerca de las relaciones de equivalencia entre fracciones y procesos de partición?

### **Método**

*Escenario.* La investigación se llevó a cabo en la escuela Nacional de Maestros de Educación Primaria, ubicada al noroeste de la ciudad de México, la cual es la institución pública de educación superior más importante de la ciudad y zona conurbada dedicada a formar, únicamente, profesores de Educación Primaria.

*Sujetos.* Se consideraron veinticinco alumnos del tercer semestre de Licenciatura en Educación Primaria, ya que durante este semestre se desarrolla el contenido de fracciones en la asignatura Enseñanza de las Matemáticas II; además, en dicho período los maestros en formación cuentan con dos temporadas de práctica, en las cuales diseñan y efectúan planes de clase de matemáticas.

Nuestro *plan general de investigación* estuvo orientado a la elaboración de estudio de casos con maestros en formación, así que el método desarrollado es el siguiente:

1. Aplicación del cuestionario inicial a los maestros en formación. Fase 1.
2. Observación directa de las sesiones impartidas a los profesores en formación.
3. Aplicación del cuestionario de seguimiento para compararlo *a posteriori*, con el cuestionario inicial. Fase 2.
4. Entrevista semiestructurada a los maestros en formación.
5. Observación directa de las sesiones impartidas por los profesores en formación.

Los *instrumentos metodológicos empleados* son: a) dos cuestionarios, b) una sesión de observación directa al presenciar la clase impartida a los maestros en formación por parte de su profesor de la Normal y con referencia a la operatoria de fracciones; c) una entrevista a cada uno de los cuatro candidatos para el estudio de casos; d) una sesión de observación directa a cada uno de los maestros en formación entrevistados, cuando ellos ejercen enseñanza de fracciones. La validación cualitativa de la investigación consta de la triangulación de los instrumentos metodológicos antes mencionados. En este artículo damos prioridad a los resultados obtenidos en los cuestionarios, por lo que aquí detallamos dichos instrumentos. Su aplicación fue en tiempos distintos, es por ello que se denominaron Fase 1 y 2, puesto que nuestro objetivo específico es comparar los cambios, si es que los hay, en cuanto a las concepciones de aprendizaje y de enseñanza de los maestros en formación respecto a las relaciones de equivalencia y procesos de partición.

Ambos cuestionarios constan de tres tareas basadas en partición y equivalencia proporcionadas por el investigador donde el maestro en formación resuelve de manera distinta, justifica sus respuestas, identifica el contenido matemático en la tarea y reconoce qué significado de fracción se está usando; además de elaborar tareas para sus estudiantes, con respecto a las fracciones.

### **Interpretación de resultados obtenidos**

En este apartado exponemos los resultados obtenidos por los maestros en formación en los cuestionarios Fase 1 y 2 acerca de las particiones realizadas a todos continuos (figuras geométricas). La tarea del cuestionario Fase 1 consistió en partir de cuatro maneras distintas, doce rectángulos de igual tamaño en medios, tercios y cuartos dentro sus posibilidades puesto que, no tenían instrumentos de medición que les permitiera hacerlo de manera estricta.

Las particiones más comunes en relación a los medios muestran claramente equidivisiones simples, mientras que en los cuartos existe partición avanzada (partición repetida); ambos casos se realizan a través de biparticiones o dicotomías, sin perder de vista la congruencia de áreas.

Respecto a los tercios hubo muchas dificultades puesto que cerca de la mitad del grupo de normalistas sólo pudieron realizar dos particiones de las cuatro requeridas dando origen a respuestas erróneas al subdividir en tres partes desiguales (Ver Figura A), lo cual nos muestra que no tienen identificada claramente la concepción de equidivisión y compensación de áreas.

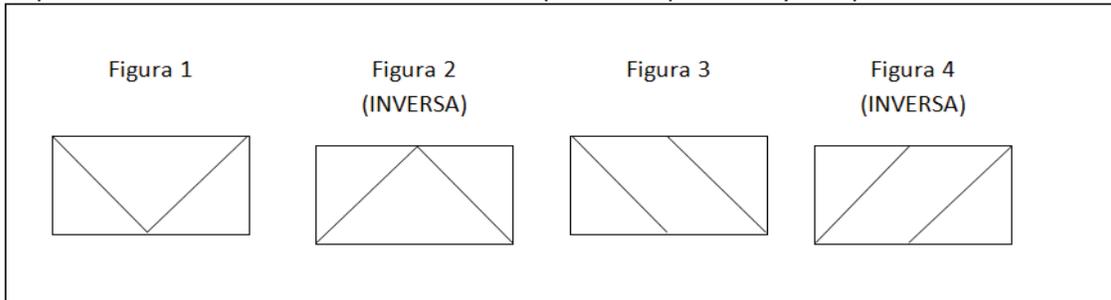


Figura A. Particiones en tres partes desiguales

Asimismo, en dicho cuestionario encontramos ejemplos de particiones donde realizaron “equidivisiones complejas”, es decir, a través de una equivalencia numérica se amplían los valores dados y así lograr sus particiones. Existen dos casos particulares donde encontramos más claramente el ejemplo de “equidivisión compleja”, a continuación los presentamos.

Interpretando la solución de Nancy (Ver Figura B) observamos el uso de una equivalencia numérica realizada mentalmente, no hay nada escrito que lo indique, en su partición; puesto que cada tercio está compuesto de dos sextos. Gerardo, nos muestra de manera más detallada gráficamente (Ver Figura B) de una “equidivisión compleja”, utilizando equivalencia numérica dividiendo en doceavos, determinando  $4/12$  para cada tercio y en el segundo en quinceavos, otorgando  $5/15$  a cada tercio.

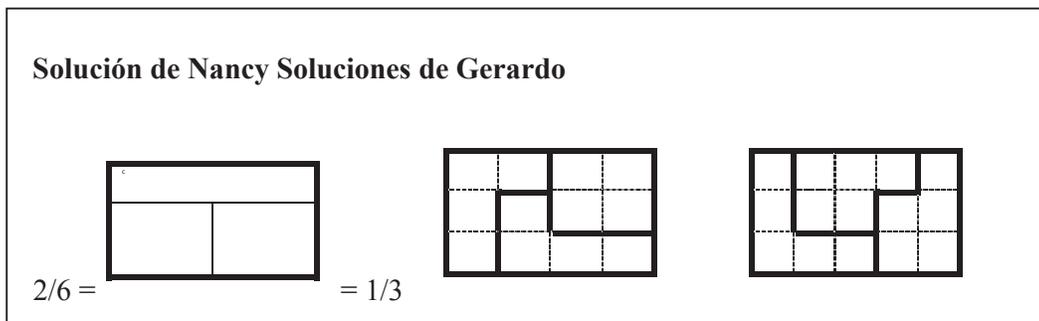


Figura B. Particiones en tercios empleando “equidivisión compleja”

A continuación expondremos los resultados de la tarea aplicada en el cuestionario Fase 2 con respecto a la partición de todos continuos, la cual incluía particiones en quintos, sextos y octavos. A diferencia con la tarea similar del cuestionario Fase I las figuras a fracturar eran distintas, así que se pidió que partieran dos cuadrados y un círculo en cada caso (quintos, sextos y octavos), además de dos polígonos acordes a la partición requerida, es decir dos pentágonos para quintos, dos hexágonos para sextos y dos octágonos para octavos.

Las particiones de los cuadrados, en los tres casos (quintos, sextos y octavos), no tuvieron mayor problema puesto que sus experiencias en este campo son muy bastas. En esta figura los maestros en formación utilizaron la equidivisión y la congruencia de áreas, tomando en cuenta que para fracturar sextos y octavos emplearon particiones avanzadas, al utilizar biparticiones y particiones repetidas.

En las particiones elaboradas, en su mayoría, por los maestros en formación, con respecto a los círculos consistieron en la identificación del centro del mismo y dividir en partes tomando en cuenta la congruencia de áreas. Para dividir en sextos la solución más común fue en primera instancia la bipartición del círculo y después cada mitad fue partida en tercios con apoyo de la congruencia de áreas. La partición en octavos se llevó a cabo de biparticiones, es decir partieron en mitad, para después partir en cuartos (mitad de la mitad) y posteriormente partieron a la mitad cada cuarto (partición avanzada).

En las particiones correctas de polígonos regulares, pentágono para quintos, hexágonos para sextos y octágonos para octavos; los procedimientos son similares a las del círculo al identificar el centro de la figura tomando en cuenta la equidivisión y congruencia de áreas al dibujar líneas del centro, anteriormente identificado, a los vértices; así como también del centro a las mediatrices de las aristas.

Tomando en cuenta que los normalistas en su labor cotidiana, la mayoría de las veces trabajan con cuadriláteros encontramos la traspolación de procedimientos de partición de éstos a los círculos y a los polígonos regulares antes mencionados.

En la *Figura C*, observamos las particiones del círculo donde existen procedimientos similares a los de los cuadriláteros.

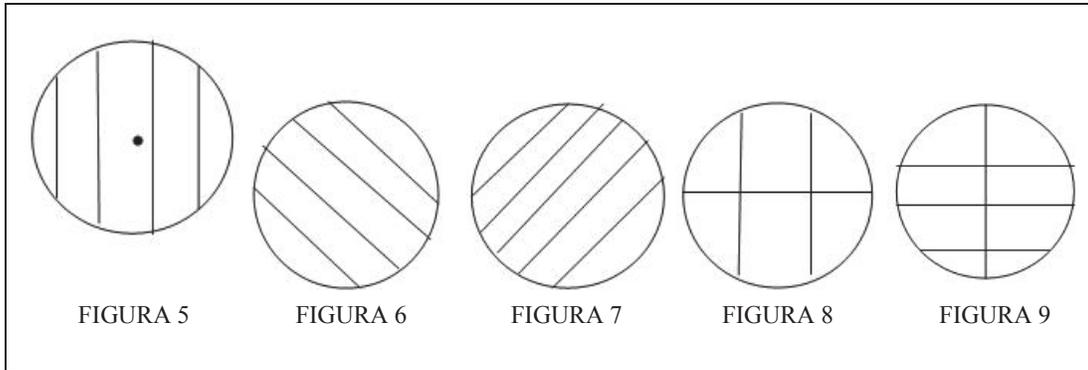


Figura C. Partición del círculo en cinco, seis y ocho partes desiguales

Asimismo encontramos soluciones erróneas, mostradas en la *Figura D*, de los polígonos regulares atribuibles a la causa de la traspolación de procedimientos.

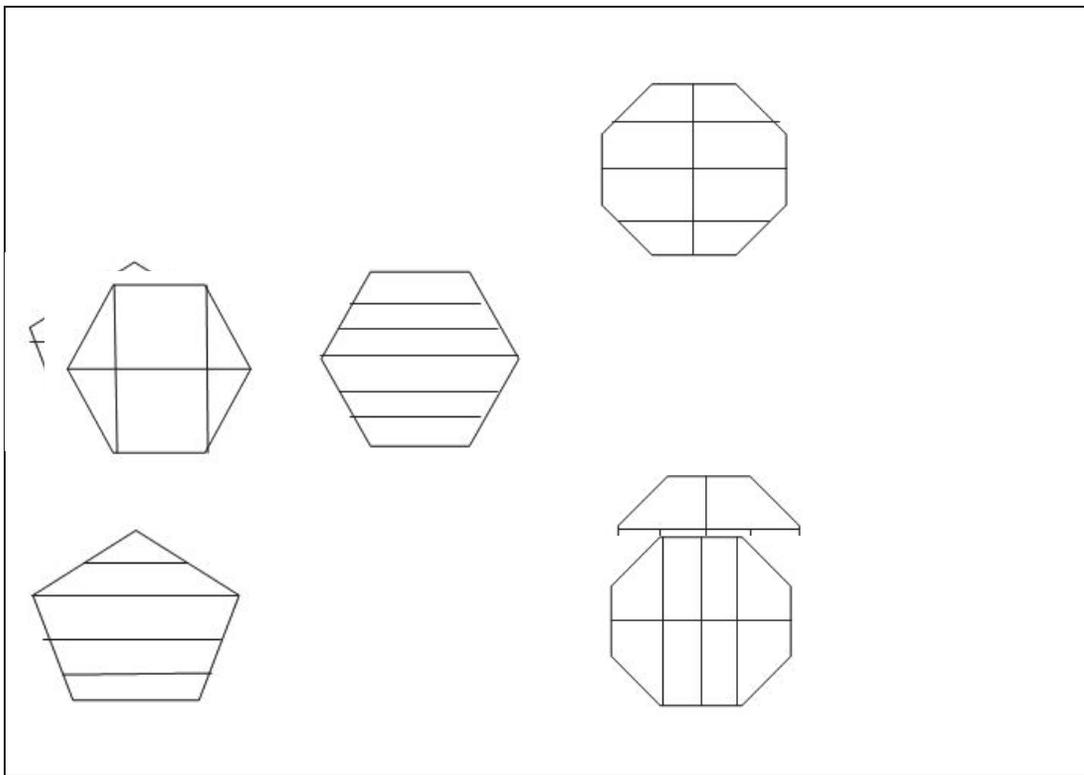


Figura D. Particiones erróneas de polígonos regulares

Para Piaget, Inhelder y Szeminska (1966), la noción de fracción depende de dos relaciones fundamentales: la relación de la parte con el todo (exhaustividad) y la relación de parte a parte, donde los tamaños de todas las partes son comparadas con la de la primera parte (equidad). A través de la comparación de los resultados de los cuestionarios Fase 1 y 2, podemos identificar una carencia en la enseñanza puesto que los maestros en formación no modificaron sus

concepciones acerca de la equitatividad y el papel que juega la partición en la construcción de las fracciones.

### Conclusiones

En la resolución de tareas con respecto a la partición en medios, los maestros en formación mostraron habilidad al desarrollar particiones no convencionales, puesto que, de acuerdo con (Piaget, et al), la dicotomía o bipartición es la forma más fácil de subdividir, porque es la operación más elemental de partir un todo.

La equidivisión compleja es una herramienta desarrollada por los Normalistas, observada en este estudio, donde la equivalencia numérica amplía los valores dados y ésta apoya el concepto de equitatividad.

Debido a la experiencia de fracturar casi siempre cuadriláteros, el partir figuras distintas a estos muestra que la equivisión y congruencia de áreas no está totalmente conceptualizadas por los maestros en formación, puesto que no la toman en cuenta para fracturar un todo continuo.

### Referencias bibliográficas

- Freudenthal, H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Dordrecht, Holanda: D. Reidel.
- Kieren, T. (1983). Partitioning, equivalence and the construction of rational number ideas. En: W. Zwang (Ed), *Proceedings of the Fourth International Congress on Mathematical Education*, Boston, E. E. U.U. : Birkhauser. 506 – 508.
- Kieren, T. (1988). Personal knowledge of rational numbers: its intuitive and formal development, En J. Hiebert y M. Behr (Ed), *Number concepts and operations in the middle grades 2*, Reston, E.E.U.U.: National Council of Teachers of Mathematics. 162 181.
- Martínez, M. (2004). Concepciones sobre la enseñanza de la resta: un estudio en el ámbito de la formación permanente del profesorado. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 6 (1).
- Martínez, M. (2006). *Educación Matemática para todos Vol. 1*. México: Comité Regional Norte de Cooperación con la UNESCO. 54 – 87.
- Nérici, I. (1969). *Hacia una didáctica general dinámica*. Buenos Aires, Argentina: Ed. Kapelusz.
- Piaget, J., Inhelder, B. y Szeminiska, A. (1966). Subdivisión de áreas y el concepto de fracción. *The child's conception of geometry*, Londres, Routledge and Reagan Paul.

- Secretaría de Educación Pública. (1993). *Plan y programas de estudio de educación básica primaria*. México.
- Secretaría de Educación Pública (1997). *Plan de estudios para la Licenciatura en Educación Primaria*, México.
- Secretaría de Educación Pública. (2009). *Educación Básica. Primaria. Plan de Estudios*. México.
- Valdemoros, M. (1993). The Language of Fractions as an Active Vehicle for Concepts. *Proceedings of Fifteenth Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, I. 1233-1239*
- Valdemoros, M. (1998). La constancia de la unidad en la suma de fracciones. Estudio de caso. En: F. Hitt (Ed.). *Investigaciones en Matemática Educativa II*. México: Editorial Iberoamericana. 465- 481
- Valdemoros, M y Ruiz, F (2008). El caso de Lucina para el estudio de las fracciones en la escuela de adultos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 11(1), 127-157.