

DIFICULTADES PARA EL APRENDIZAJE DE MATEMÁTICA DISCRETA

Mónica del Sastre, Erica Panella

Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura. UNR -

Argentina

Facultad Regional Rosario. UTN

delsas@fceia.unr.edu.ar, panella@fceia.unr.edu.ar

Campo de investigación: Obstáculos para el aprendizaje

Nivel: Superior

Resumen. *A través de nuestra experiencia como docentes de Matemática Discreta (asignatura del primer año de la carrera de Ingeniería en Sistemas de Información), entendemos que el desarrollo del curso genera, en muchos casos, dificultades que se constituyen en verdaderos obstáculos para el aprendizaje manifestándose en forma de errores. Advertir esta situación nos orientó hacia el conocimiento y análisis de los distintos tipos de errores detectados en los exámenes de la asignatura, y a la reflexión sobre las posibles causas de su aparición, con la intención de propiciar una enseñanza facilitadora del aprendizaje. En este trabajo exhibimos los datos surgidos del relevamiento realizado sobre el número de exámenes aprobados y sobre los errores detectados en las evaluaciones finales.*

Palabras claves: Dificultades en el aprendizaje, obstáculos, errores.

Introducción

Matemática Discreta corresponde al primer año de la carrera de Ingeniería en Sistemas de Información de la Facultad Regional Rosario (Universidad Tecnológica Nacional). Su dictado es anual y con una carga horaria semanal de tres horas cátedra (dos horas y cuarto reloj). Está a cargo de dos profesores por comisión. Uno de ellos se ocupa de la parte teórica y el otro de la parte práctica, en la que se aplica la metodología de aula taller (esto es posible, dado que el número de alumnos por comisión es inferior a treinta).

En el primer año hay otras tres materias anuales con mayor carga horaria y dos asignaturas cuatrimestrales.

Según datos (suministrados por Alumnado) correspondientes a los diez llamados a examen inmediato posteriores a la finalización del año lectivo, es decir las mesas de noviembre-diciembre, febrero-marzo, mayo y julio, encontramos que el porcentaje de alumnos aprobados en Matemática Discreta (48%) es significativamente menor que en

algunas otras asignaturas, como por ejemplo Algoritmo y Estructura de Datos (80 %) o Análisis Matemático I (60%).

Este hecho reafirma lo que nuestra experiencia como docentes de la asignatura nos muestra a diario: Matemática Discreta genera muchas dificultades para su aprendizaje en estudiantes que recién se inician en la carrera y se enfrentan con contenidos abstractos que deben asimilar con bastante rapidez (dada la variedad de temas que abarca la asignatura) y sin poseer un entrenamiento adecuado en el del lenguaje y/o procedimientos formales y generales de la Matemática.

Advertir esta situación nos llevó a constituir un grupo de estudio dirigido al conocimiento y análisis de los distintos tipos de errores detectados en los exámenes de la asignatura y a la reflexión sobre las posibles causas de su aparición, con la intención de propiciar una enseñanza facilitadora del aprendizaje.

En este trabajo, y en el marco del Proyecto de Investigación y Desarrollo (PID) de la Universidad Nacional de Rosario: “Dificultades en el aprendizaje de la Matemática Básica en Carreras de Ingeniería” dirigido por la Profesora Martha Guzmán, exhibimos los datos surgidos del relevamiento realizado sobre los errores detectados en las evaluaciones finales. La búsqueda estuvo orientada a descubrir “patrones de error” que nos permitieran identificar los errores más comunes y sus grados de repetición, y el análisis integral de todos estos datos fue realizado con el fin de formalizar un diagnóstico de la situación como primer paso de nuestra investigación.

Encuadre Teórico

Como afirma Socas (1997), las dificultades en el aprendizaje de la Matemática son debidas a múltiples situaciones que se entrelazan entre sí y que van desde una deficiente planificación curricular hasta la naturaleza propia de la Matemática, que se manifiesta en sus simbolismos y en los procesos de pensamiento, pasando por el desarrollo cognitivo de

los alumnos, así como por sus actitudes afectivas y emocionales. Estas dificultades se conectan y refuerzan en redes complejas que se concretan en la práctica en forma de obstáculo y se manifiestan en los alumnos en forma de errores.

No debe entenderse al error únicamente como resultado de la falta de un conocimiento o una distracción, sino que debe ser considerado como evidencia en el alumno de un esquema cognitivo inadecuado, aún cuando sus orígenes puedan ser diferentes.

El análisis de los errores cometidos por los alumnos en su proceso de aprendizaje provee una rica información acerca de cómo se construye el conocimiento matemático; por otro lado, constituye una excelente herramienta para relevar el estado de conocimiento de los alumnos, imprescindible a la hora de realimentar el proceso de enseñanza-aprendizaje con el fin de mejorar los resultados.

Es precisamente la regularidad con que aparecen ciertos errores lo que ha permitido elaborar clasificaciones de los mismos. Las categorías no son compartimentos estancos, y suelen solaparse unas con otras (ya que rara vez un error obedece a una única causa) pero permiten postular posibles razones para su aparición, y guiar, de ese modo, en la elección de actividades remediales.

Varios autores han elaborado clasificaciones de los errores en el aprendizaje de la Matemática, ya sea por su naturaleza, su posible origen o su forma de manifestarse. Entre ellos, Radatz (1980, c.p. Rico, 1995) expone la siguiente:

- *errores debidos a dificultades en el lenguaje*: se presentan en la utilización de conceptos, símbolos y vocabulario matemático, y al efectuar el pasaje del lenguaje corriente al lenguaje matemático.
- *errores debidos a dificultades para obtener información espacial*: aparecen en la representación espacial de una situación matemática o de un problema geométrico.

- *errores debidos a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos:* son los cometidos por deficiencias en el manejo de algoritmos, hechos básicos, procedimientos, símbolos y conceptos matemáticos.

- *errores debidos a asociaciones incorrectas o a rigidez del pensamiento:* son causados por la falta de flexibilidad en el pensamiento para adaptarse a situaciones nuevas; comprenden los errores por perseveración, los errores de asociación, los errores de interferencia, los errores de asimilación.

- *errores debidos a la aplicación de reglas o estrategias irrelevantes:* son producidos por aplicación de reglas o estrategias similares en contenidos diferentes.

Además, a lo largo de los estudios de investigación en Educación Matemática podemos encontrar gran variedad de métodos para el estudio de los errores en Matemática. Mulhern (1989) los agrupa en cuatro categorías:

- ♦ Contar simplemente el número de soluciones incorrectas a una variedad de problemas.
- ♦ Análisis de los tipos de errores cometidos.
- ♦ Análisis de patrones de error.
- ♦ Construcción de problemas de tal modo que puedan provocar errores en los individuos

Para nuestro análisis elegimos encuadrarnos en la segunda y tercera de estas categorías, clasificando en distintos tipos los errores cometidos por los alumnos y al mismo tiempo tratando de identificar patrones de error. Además, ante la aparición de cada error nos impusimos la reflexión sobre los factores que pueden haber conducido a los mismos, en particular la incidencia de nuestra propia práctica docente.

Desarrollo

De una muestra de 80 evaluaciones finales (escritas y de carácter práctico) correspondientes a los últimos cuatro llamados a examen, resultó el siguiente conteo de errores por contenido:

| Contenido | Cantidad de errores |
|---------------------------|----------------------------|
| Relaciones de recurrencia | 5 |
| Análisis combinatorio | 31 |
| Árboles | 15 |
| Relaciones | 70 |
| Retículas | 90 |
| Matrices | 4 |
| Estructuras algebraicas | 5 |
| Total | 220 |

Para una mejor visualización de los resultados se muestra el gráfico de torta correspondiente:



Elegimos pormenorizar el conteo, la descripción y el análisis de los errores referidos a Retículas, Relaciones y Análisis combinatorio, por ser éstos los más frecuentes.

Retículas:

| Error | Cantidad |
|--|-----------------|
| Incorrecta determinación de complementos. | 20 |
| Confusión al exhibir conjuntos de cotas superiores y/o inferiores. | 19 |
| Imprecisiones en la confección de un Diagrama de Hasse. | 4 |
| Errónea identificación de subretículas. | 14 |
| Incorrecta determinación de maximales y/o minimales | 8 |
| Aplicación inadecuada de las reglas necesarias para operar en un álgebra de Boole. | 17 |
| Utilización del hecho de que la cantidad de vértices es igual a 2^n (n entero) para afirmar que una retícula es álgebra de Boole; es decir, se malinterpreta el único sentido de la implicancia en el enunciado de un teorema. | 8 |

Relaciones:

| Error | Cantidad |
|---|-----------------|
| Imposibilidad de aplicar la definición de una propiedad para verificar su cumplimiento en el caso puntual de una relación dada. | 31 |
| Inadecuada manipulación de las relaciones: fallas en el cálculo de composiciones, complementos, inversas, etc.). | 12 |
| No determinación del conjunto cociente. | 11 |
| Falta de asociación entre una relación de equivalencia y una determinada partición. | 2 |
| Cálculo erróneo de matrices de nuevas relaciones a partir de las matrices de relaciones dadas. | 4 |
| Imprecisiones en la confección del dígrafo de una relación. | 1 |
| Incorrecta determinación de conjuntos relativos. | 9 |

Análisis combinatorio:

| Error | Cantidad |
|--|-----------------|
| Intentos de resolución de un problema mediante la aplicación mecánica de fórmulas sin una previa interpretación del enunciado correspondiente. | 26 |
| Confusión al decidir si un subconjunto es ordenado o no, y/o si admite la repetición de sus elementos. | 5 |

Además, en los exámenes revisados aparecen errores más generales. Encontramos que muchos de los alumnos:

- Utilizan ejemplos como demostración del cumplimiento de propiedades.
- Realizan operaciones en conjuntos en donde no han sido definidas.
- Abusan del uso de los símbolos matemáticos.
- No fundamentan, o lo hacen incorrectamente, la validez o falsedad de una proposición.

Reflexión y líneas futuras

El mayor porcentaje de errores se encuentra en relación directa con los contenidos y procedimientos matemáticos que exigen mayor abstracción y formalización por parte de los alumnos.

Así, por ejemplo en el tema *Relaciones*, notamos cómo los errores de tipo conceptual se combinan con deficiencias en el uso del lenguaje simbólico cuando se trata de verificar el cumplimiento de propiedades tales como reflexividad, irreflexividad, simetría, transitividad, asimetría o antisimetría. Esta prueba exige una gran capacidad de abstracción y generalización, manejo preciso del lenguaje simbólico y capacidad de aplicar las definiciones generales de las propiedades a las relaciones particulares. Muchos de nuestros alumnos poseen serias falencias en estos aspectos y las 2,15 hs semanales de clase durante un año no alcanzan para salvarlas. Estos estudiantes recién egresados de la escuela secundaria se enfrentan a un lenguaje formal casi por primera vez, pues en su formación anterior prácticamente se omiten las demostraciones y los profesores optan en muchos casos por “simplificar” el lenguaje restándole rigurosidad y sumándole ambigüedad. El ser Matemática Discreta una asignatura de primer año y con, creemos, insuficiente carga horaria es un obstáculo a la hora de tratar esta situación.

En el tema *Retículas* también se observan mayormente errores de tipo conceptual. En el caso en particular de este tema (correspondiente a la última unidad del programa de la asignatura) consideramos determinante el hecho de que en el 80% de los casos su estudio quede totalmente a cargo de los alumnos por insuficiencia en el tiempo de cursado.

Si bien los errores de interpretación se evidencian en el tratamiento de casi todos los contenidos, es notable su aparición en *Análisis combinatorio*, en donde se trata mayormente de resolver problemas, es decir “leer e interpretar un enunciado y diseñar y poner en práctica estrategias de solución”.

Luego, teniendo en cuenta este trabajo, creemos indispensable:

- Continuar con la detección y análisis de los distintos tipos de error.
- Diseñar propuestas didácticas superadoras de la situación planteada tomando como eje el trabajo sobre los errores más frecuentes detectados en esta primera etapa.
- Revisar nuevas bibliografías considerando la posibilidad de elaborar un material de estudio propio de la cátedra.
- Evaluar oportunamente la implementación de tales propuestas.
- Mantener un espacio de diálogo entre los profesores de la cátedra que garantice la retroalimentación de estos resultados y posibilite el planteo de nuevas necesidades y la emergencia de propuestas oportunas.

Referencias bibliográficas

Bachelard, G. (1973). *Epistemología*. Barcelona: Anagrama.

Brousseau, G. (1983). *Les obstacles épistémologiques et la Didactique des Mathématiques*. (vol 4, pp. 165-198). Francia.

Guzmán, M., Pérez, M. (2006, Octubre). *Detección de dificultades en el curso de Matemática para ingresantes a la Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura-U.N.R.* En XIII Encuentro Nacional y V Internacional de Educación Matemática en Carreras de Ingeniería - EMCI. Universidad Nacional de Misiones, Misiones, Argentina.

Mulhern, G. (1989). *Between the ears: Making inferences about internal processes.* En Greer, B. & Mulhern G. (Eds.). *New Directions in mathematics Education.* Londres: Routledge.

Radatz, H. (1980). Student's errors in the mathematical learning process: a survey. *For the learning of Mathematics 1.1*, 16-20.

Rico, L. (1995). *Errores en el aprendizaje de las matemáticas.* En Kilpatrick, J.; Rico, L. y Gómez, P. *Educación Matemática.* México: Grupo Editorial Iberoamericana.

Socas, M. (1997). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la Educación Secundaria. (cap. 5, pp. 125- 154, en Rico, L., y otros: *La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria.* Barcelona: Horsori.