

MODELOS MATEMATICOS A PARTIR DEL MODELO NOMOLÓGICO – DEDUCTIVO DE LA EXPLICACION CIENTIFICA

Horacio A. Caraballo. Cecilia Z. González

Colegio Nacional “Rafael Hernández”, Bachillerato de Bellas Artes.

Argentina

Facultad de Ciencias Agrarias y Forestales, Facultad de Ingeniería.

Universidad Nacional de La Plata

horacioca@ciudad.com.ar

Campo de investigación: Modelación matemática

Nivel: Medio y Superior

Resumen. *Mostraremos a continuación la posibilidad de generar modelos matemáticos simples a partir de la explicación de un hecho físico. El marco teórico de partida es el de la explicación científica con la estructura del modelo nomológico-deductivo.*

El uso de modelos matemáticos en este marco genera herramientas didácticas de distinto tipo, en este artículo desarrollamos brevemente el diseño de proyectos de investigación para los alumnos.

El docente puede generar y luego utilizar estos proyectos de distintos modos, por ejemplo, como actividad de cierre de un curso, o también para generar una discontinuidad en el transcurso de la cursada, como actividad en paralelo que ocupe algún momento de las clases, etc.

Palabras clave: modelos matemáticos, física, explicación científica

Introducción

Entendemos por explicación científica la que se estructura a partir del clásico modelo nomológico-deductivo (MND) en el que explicar significa deducir, a partir de premisas-leyes y premisas-hechos, una ley o hecho físico.

Como, en física, muchos de los enunciados y leyes se expresan matemáticamente el modelo MND genera directamente el modelo matemático (MM) y la explicación está articulada a través de una deducción matemática.

Desde un punto de vista didáctico este marco genera distintas herramientas que van desde la construcción misma del modelo hasta, por ejemplo, el desarrollo de pequeños proyectos de investigación, relacionados con la explicación de diversas cuestiones de la Física, por parte de los alumnos. Parece interesante resaltar este último punto ya que en

427

este contexto es relativamente simple generar proyectos de investigación en los que se explique científicamente un hecho. El propósito general de este tipo de actividad es el de resignificar un conjunto de saberes matemáticos que se integran y aparecen como herramientas fundamentales para construir la explicación. El MND aparece como marco metacognitivo para el conocimiento matemático puesto en juego. Además se produce una articulación entre la Matemática y la Física. De manera mas general entre la Matemática, la Física y la Epistemología en el caso de existir, esta última, como materia de estudio.

El marco de partida

Tomamos como estructura teórica de partida el modelo de la explicación científica tal y como lo propusieran Hempel y Popper. En este trabajo seguimos la presentación del MND que hace Gregorio Klimovsky en el capítulo 15 de su libro “Las desventuras del conocimiento científico”.

Las características centrales son:

- La explicación es siempre una deducción.
- Lo que se deduce es un enunciado que expresa lo que quiere explicarse.
- Por último, entre las premisas siempre figura al menos una ley.

Estas características hacen que el modelo sea conocido como “modelo nomológico deductivo”. Puede utilizarse para explicar leyes o para explicar hechos.

La explicación de leyes es sencilla, debe disponerse de una teoría en la cual la ley a explicar aparezca como hipótesis derivada de las premisas-leyes de la teoría general.

La explicación de hechos, que es la de interés en este trabajo, es algo más compleja. Para explicar un hecho se deduce el enunciado que lo expresa a partir de premisas-hechos y premisas-leyes, los hechos y las leyes deben ser verdaderos y el hecho que se explica debe ocurrir. Esquemáticamente:

$L_1 L_2 L_3 \dots L_N$ premisas-leyes

$H_1 H_2 H_3 \dots H_N$ premisas-hechos

Explicación:

En nuestro caso las leyes, obviamente, son las de la física, los hechos que figuren en las premisas merecen una atención especial referida a su enunciado en el marco de un protocolo experimental por mas modesto que este sea. La deducción es lógico-matemática mediante el modelo que genera el conjunto de leyes físicas.

En otras palabras el MM es el soporte lógico-deductivo de la explicación científica de un hecho físico.

Implementación

Se puede llevar al aula de distintos modos tal vez el mas ambicioso sea el de presentar la modelización en el marco de un proyecto de investigación. Básicamente este proyecto consiste en la explicación de un hecho físico simple que ocurre de manera concreta. Este hecho ocurre a partir de una experiencia o del funcionamiento de algún artefacto construido por los alumnos.

El desarrollo de estos proyectos se produce paralelamente al curso de Matemática o puede establecer una discontinuidad en el mismo. Otra posibilidad es la de articulación con el curso de Física, si lo hubiere. Están pensados para que ocupen unas pocas clases del curso (entre dos y seis dependiendo de la complejidad y del tiempo disponible). Los alumnos forman grupos de trabajo no muy numerosos. El primer paso es enunciar el hecho que pretende explicarse. Se sigue con una investigación sobre las leyes de la Física necesarias. El tercer paso es la construcción del MM. Pudiendo terminar el proyecto con un informe escrito y una defensa pública del mismo.

Ejemplo

Como ejemplo se muestra a continuación un resumen del modelo matemático que se genera a partir de la explicación del hecho: un aumento de la presión externa hace que un ludió se hunda.

El ludió

Un ludió, también llamado “diablillo de Descartes”, es un sumergible simple. En el caso de las ilustraciones que siguen está construido utilizando un tubo cerrado por uno de sus extremos y abierto por el otro (bolígrafo cortado). Tiene un lastre (clip). Este dispositivo se coloca en una botella flexible llena de agua y cerrada herméticamente. La cantidad de lastre se elige de manera que el ludió flote y que un aumento de presión sobre la botella lo hunda.



La explicación

El hecho que se observa y quiere explicarse es el siguiente. “Si se aprieta la botella el ludió se hunde”. Este es un enunciado cualitativo que puede reformularse en términos

más precisos. Consideramos un conjunto de leyes físicas que permiten dar una explicación científica del hecho modelizando la situación.

Para un primer estudio simplificado podemos considerar:

- La segunda ley de Newton
- El principio de Arquímedes
- El principio de Pascal
- La ley de Boyle y Mariotte

El enunciado matemático de estas leyes permite generar un modelo que sirve para explicar el hecho. El “comportamiento” del ludió está dado por F , que es la fuerza resultante. Si bien F es un vector, lo consideraremos un número real ya que todas las fuerzas son colineales y el signo basta para dar el sentido. Se trata de obtener una expresión de F en función de P , donde P es la presión.

Entendemos por ludió a la parte sólida (tubo + clip) y al aire que queda encerrado.

Aplicando la segunda ley de Newton al ludió:

$$F = E - mg \quad (1)$$

E es el empuje que actúa sobre el ludió y mg es su peso.

Según el Principio de Arquímedes el empuje está dado por:

$$E = \delta g(V_A + V_S) \quad (2)$$

Donde δ es la densidad del agua; V_A es el volumen de aire encerrado en el ludió y V_S es el volumen de la parte sólida del ludió.

Aplicando la ley de Boyle y Mariotte al aire encerrado en el ludió:

$$V_A = \frac{P_0 V_0}{P} \quad (3)$$

$P_0 V_0$ es una constante que podría calcularse teniendo en cuenta la presión atmosférica y el volumen a esta presión del aire encerrado.

Reemplazando (2) y (3) en (1)

$$F(P) = \delta g \left(\frac{P_0 V_0}{P} + V_s \right) - mg$$

En esta expresión se ve que mientras el ludió flote, V_s se ajusta de modo que $F = 0$

A partir de un valor de P la fuerza F toma valores negativos, esto significa que el ludió se hunde.

No se presentan aquí los detalles sobre los análisis y refinamientos que pueden hacerse sobre este modelo. Mencionamos también que con un poco de esmero experimental pueden determinarse valores numéricos para los parámetros y utilizar el modelo no solo para explicar sino también para predecir, que es una característica simétrica que está implícita en el MND.

En resumen, que los alumnos trabajen en un proyecto de investigación sobre este tema consiste en que:

- Construyan un ludió.
- Estudien las características de una explicación científica, MND.
- Experimenten y enuncien el hecho a explicar.
- Encuentren el conjunto de leyes necesarias y construyan el MM.
- Redacten un informe escrito con pautas acordadas (comunicación y evaluación).
- Defiendan públicamente el proyecto (comunicación y evaluación).

Algunas experiencias

Hemos utilizado este tipo de herramientas en diferentes cursos. En materias de Matemática del Bachillerato de Bellas Artes de la Universidad Nacional de La Plata se usaron este tipo de proyectos como nexo de articulación con Física. Es destacable ver como la mirada desde el MM no solamente tuvo consecuencias positivas desde el punto

de vista matemático sino también ordenó la forma de abordar la Física por parte de los alumnos. Utilizar el marco general del MND permite resolver los problemas propuestos en Física desde esta perspectiva.

En el curso de ingreso a la facultad de Ciencias Agrarias y Forestales hemos desarrollado un proyecto de este tipo a modo de taller final. El curso de ingreso se usa como nivelación de los conocimientos matemáticos adquiridos en la enseñanza media, es de carácter intensivo y de corta duración. La gran cantidad de contenidos que se repasan hacen que haya poco tiempo para ver ejemplos de aplicación. El proyecto final genera una instancia en la que la matemática aprendida se integra y utiliza como herramienta central. Este aspecto es valorado por los alumnos al reconocerse involucrados con el conocimiento matemático a partir de la necesidad de explicar un hecho.

El ejemplo desarrollado sobre el ludión es uno de los proyectos que se le proponen a los alumnos del curso de Introducción al conocimiento científico (ICC), materia del último año del Colegio Nacional “Rafael Hernández” de la Universidad Nacional de La Plata. La orientación del curso es hacia la Física, está formulado por completo en base a proyectos y muchos de estos responden al esquema que se presenta en este artículo. Este curso es de integración y articulación entre la Física, la Epistemología y la Matemática. ICC no le propone a sus alumnos ningún contenido nuevo lo novedoso es la integración y resignificación de todos los contenidos ya adquiridos, que es en definitiva el propósito fundamental del curso. En este contexto los MM utilizados en las investigaciones producen un refuerzo significativo de los conocimientos, no a modo de repaso sino a partir de la aplicación.

Conclusiones

A partir de nuestras experiencias proponiendo este tipo de proyectos podemos decir que presentar a la Matemática (MM) como soporte central de una estructura mas amplia

(MND) hace que los alumnos se involucren de una manera mas profunda con el conocimiento matemático. Cabe señalar que la elección del proyecto es fundamental para que la construcción del MM no se transforme en un obstáculo, los conocimientos matemáticos necesarios deben haber sido aprendidos por los alumnos con anterioridad, lo que se hace en esta instancia es utilizarlos de manera integrada.

Lo que hemos observado como consecuencia del desarrollo de este tipo de actividades se resume a continuación.

Se logra la resignificación, refuerzo e integración del conjunto de saberes matemáticos puestos en juego en la explicación.

Los conocimientos son reacomodados, dándose una síntesis integradora. Los alumnos logran relacionar distintos temas entre si y utilizarlos en el transcurso del proyecto.

Hay una articulación con la Física.

Se reconocen los elementos de una explicación en términos científicos.

Hay una estimulación de la creatividad referida a la solución de problemas técnicos.

De existir la Epistemología como materia previa se puede hacer más explícita la estructura del proyecto volviendo sobre temas básicos que están subyacentes en el proyecto como base empírica, matriz disciplinar (paradigma de Kuhn), teorías, leyes, etc.

La posibilidad de enfrentar con éxito problemas y aplicaciones se acentúa. Los alumnos en esta etapa (media o universitaria) tienen un grado de madurez que les permite evaluar situaciones e interpretar enunciados aparte de mejorar su pericia matemática.

El punto anterior implica como resultado un cambio de perspectiva respecto del conocimiento matemático. Se ve este último como una herramienta que puede ser aplicada en distintos contextos, y no solamente como un “juego formal”.

Referencias bibliográficas

- Braithwaite, R. (1965). *La explicación científica*. Madrid: Editorial Tecnos
- Hecht, E. (1987). *Física en perspectiva*. E. U. A.: Addison-Wesley Iberoamericana.
- Hempel, C. (1985). *Filosofía de la Ciencia Natural*. España: Alianza Editorial.
- Klimovsky, G. (1997). *Las Desventuras del Conocimiento Científico*. (3ª ed.). Buenos Aires: A-Z editora.
- Klimovsky, G. y De Asua, M. (1997). *Corrientes Epistemológicas Contemporáneas*. Buenos Aires: Editores de América Latina.
- Popper, K. (1967). *El Desarrollo del Conocimiento Científico*. Buenos Aires: Paidós.
- Popper, K. (1973). *La Lógica de la Investigación Científica*. Madrid: Editorial Tecnos.
- Worsnop, B. Flint, H. (1964). *Curso superior de física practica*. Buenos Aires: Eudeba.